

# ZUM QUERKRAFTWIDERSTAND VON STAHL- UND SPANNBETONTRÄGERN MIT DÜNNEN STEGEN

THÈSE N° 3551 (2006)

PRÉSENTÉE LE 30 JUIN 2006

À LA FACULTÉ ENVIRONNEMENT NATUREL, ARCHITECTURAL ET CONSTRUIT

Laboratoire de construction en béton

SECTION DE GÉNIE CIVIL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

**Eckart HARS**

Diplom-Ingenieur, Technische Universität Hamburg-Harburg, Allemagne  
et de nationalité allemande

acceptée sur proposition du jury:

Prof. M.A. Hirt, président du jury  
Prof. A. Muttoni, directeur de thèse  
Dr P. Lestuzzi, rapporteur  
Prof. V. Sigrist, rapporteur  
Prof. T. Vogel, rapporteur



ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Lausanne, EPFL

2006



Für Joëlle und Inez





Diese Forschungsarbeit wurde durch das Schweizer Bundesamt für Strassen ASTRA unterstützt.



# Vorwort

La résistance à l'effort tranchant des poutres en béton armé avec étriers compte parmi les sujets les plus étudiés dans le domaine des structures en béton armé. Plusieurs modèles basés surtout sur des bielles inclinées comprimées et des efforts de traction dans les armatures verticales et longitudinales ont été développés.

La recherche effectuée par M. Hars sous ma direction a comme but l'étude de la résistance des poutres en béton armé en cas d'âmes minces traversées par des câbles de précontraintes. Ce problème est actuel en vue de la vérification des structures construites surtout dans les années '60 et '70. En effet, les normes de l'époque ne tenaient pas compte de l'effet négatif des gaines de précontrainte qui peuvent affaiblir les bielles comprimées. Les normes actuelles préconisent par contre une réduction assez importante de la résistance, de sorte que les structures précontraintes anciennes à âme mince sont souvent classées comme problématiques selon les nouvelles méthodes de vérification.

Pour résoudre le problème décrit, M. Hars a d'abord effectué une importante recherche expérimentale sur des poutres en béton armé précontraint qui ont pu être récupérées lors du remplacement du tablier d'un viaduc sur l'autoroute du St. Gothard. Les résultats ainsi obtenus sont de grande importance compte tenu du fait que le phénomène est mal documenté dans la littérature scientifique et que les essais connus ont été effectués sur des poutres beaucoup plus petites. La recherche expérimentale a été complétée par une série d'essais sur des éléments d'âme spécialement confectionnés ou extraits par sciage des poutres testées. Cette série avait pour but d'étudier en détail le comportement des bielles comprimées à proximité des câbles de précontrainte et de quantifier l'influence du type de gaine (métallique ou synthétique, injectée ou non) sur la résistance des bielles traversées.

L'interprétation des essais et le travail théorique qui l'accompagne montrent que la diminution de résistance préconisée par les nouvelles normes est justifiée. Ces travaux ont en outre montré qu'une partie importante de l'effort tranchant peut être reprise par les membrures (dalle inférieure et dalle de roulement des ponts). Cet effet, souvent négligé, peut compenser la diminution de résistance due à la présence des câbles dans les âmes.

Lausanne, juin 2006

Prof. Dr Aurelio Muttoni



---

# Danksagung

Diese Forschungsarbeit ist am Lehrstuhl für Massivbau (IS-BETON) an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Lausanne (EPFL) unter der Leitung von Professor A. Muttoni durchgeführt worden. Für seine fachliche Unterstützung und seine Ratschläge gilt ihm mein grosser Dank.

Ebenso möchte ich mich bei den Mitgliedern der Jury bedanken, nämlich beim Präsidenten, Professor M. Hirt, beim Professor V. Sigrist der Technischen Universität Hamburg-Harburg, beim Professor T. Vogel der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich sowie beim Dr. P. Lestuzzi vom Lehrstuhl der Bauinformatik und angewandten Baumechanik (IMAC) der EPFL.

Das Forschungsprojekt wurde vom Schweizer Bundesamt für Strassen ASTRA grosszügig unterstützt und finanziert. Für die Prismenversuche wurde das Vorspannmaterial von VSL International kostenlos zur Verfügung gestellt. Hierfür gilt ihnen mein grosser Dank.

Ein grosser Dank geht auch an die technischen Mitarbeiter im Versuchslabor, S. Demierre, P. Gallay, R. Gysler, F. Perrin, G. Pidoux und H.-J. Reist, sowie an P. Favez für die Mitarbeit im Labor im Rahmen einer Semesterarbeit.

Meinen Kollegen möchte ich meinen grossen Dank aussprechen für die angenehme Arbeitsatmosphäre und den interessanten und anregenden fachlichen Austausch. Dabei möchte ich Dr. O. Burdet nennen für seine Ratschläge und die Korrektur französischer Texte, Gérard Oreiller für die wertvollen Informationen bezüglich des Labors, Jean-Luc Zanella für die Hilfe bei der Messauswertung, Dr. Miguel Fernández Ruiz für sein Interesse, seine stete Bereitschaft und seine Ratschläge, Sylvain Plumey für die Korrektur französischer Texte, Rui Vaz Rodrigues für die interessanten Diskussionen, allen Assistenten für die Hilfe im Labor und Yvonne Bühl für die Verfügbarkeit.

Schliesslich möchte ich meiner Mutter und meinen Geschwistern danken, die mich stets unterstützt haben. Meiner Freundin Joëlle gilt mein Dank aus vollem Herzen.



---

# Zusammenfassung

Die Bemessung von Stahl- und Spannbetonträgern sollte zum Ziel haben, einen Spröbruch zu vermeiden. Dabei ist besonders der Stegdruckbruch gefährlich. Um diesen zu beherrschen, muss daher die effektive Druckfestigkeit des Stegbetons genau bekannt sein.

Sie wird durch den Verzerrungszustand im Steg, der durch die Schubverformungen hervorgerufen wird, beeinträchtigt. Bei Präsenz von Spanngliedern im Steg kommt es darüber hinaus auf Spanngliedhöhe zur Spaltrissbildung im Steginnern, was den Stegbeton ebenfalls schwächt.

In der Vergangenheit sind zahlreiche Brücken aus profilierten Trägern entstanden, die in dem dünnen Steg nur wenig Bügelbewehrung haben, sowie Vorspannglieder, die einen Grossteil der Stegdicke einnehmen. Beide oben genannten Phänomene spielen hier eine Rolle. Dies ist bei Hochleistungsbetonen noch stärker der Fall.

Die beiden genannten Phänomene sind nur teilweise verstanden. Ein physikalisches Modell zur Beschreibung des Schubtragverhaltens sowie ein Bruchkriterium sind unabdingbar zur Garantierung gleichmässiger Sicherheit bei der Bemessung neuer Tragwerke sowie bei der Beurteilung bestehender Bauten.

Laborschubversuche an Spannbetonträgern im Massstab 1:1 haben ein besseres Verständnis und die detaillierte Untersuchung beider Phänomene ermöglicht. Für alle Träger wurde Stegdruckbruch entlang der Spannglieder erreicht. Zusätzlich wurden Prismenversuche unternommen, um den Effekt der Spanngliedpräsenz isoliert zu untersuchen.

Zum Schubtragverhalten von Stahl- und Spannbetonträgern ist ein physikalisches Modell entwickelt worden, das den Verformungszustand berücksichtigt. Das Modell berücksichtigt die Änderung der Einwirkungen, Spannungen und Dehnungen entlang der Balkenachse. Die Schubtragwirkung des Druckgurts wird mit Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbetrachtungen berücksichtigt. Der Spannungszuwachs in den Vorspanngliedern wird über eine Verbundbedingung bestimmt.

Für den Effekt der Spanngliedpräsenz ist ein physikalisches Bruchkriterium entwickelt worden. Eigene Prismenversuche und die aus der Literatur konnten für unterschiedliche Hüllrohrtypen und Betongüten mit guter Genauigkeit nachgerechnet werden. Für den Einfluss des Verzerrungszustands ist ein Bruchkriterium auf Grundlage der physikalischen Zusammenhänge entwickelt worden.

Beide Kriterien tragen der Sprötheit bei höherer Zylinderdruckfestigkeit Rechnung.

Gemeinsam mit dem entwickelten Modell und den Bruchkriterien konnte eine Grosszahl an Stahl- und Spannbetonträgern (eigene und aus der Literatur) mit guter Genauigkeit nachgerechnet werden. Dabei wurde die Interaktion zwischen dem Effekt der Spanngliedpräsenz und des Verzerrungszustands für ein kombiniertes Bruchkriterium berücksichtigt. Sein Format ist mit dem moderner Normen kompatibel.

**Stichwörter:** Stahlbeton, Spannbeton, Schub, Querkraft, Grossversuch, Schubtragfähigkeit, Steg, Riss, Stegdruckbruch, Vorspannung, Hüllrohr, Spannungsfelder, Verträglichkeit, Verbund, physikalisches Modell, Bruchkriterium.

---

## Summary

The design of reinforced and prestressed concrete girders is usually performed so as to avoid any non ductile failure mode. Amongst these failure modes, one of the most undesirable occurs by crushing of concrete in the web. To avoid this brittle type of failure, it is of paramount importance to know precisely the effective compressive strength of concrete in the web.

It is reduced by cracking (transverse strains), which is due to the shear deformations. In the presence of post-tensioning cables in the web, cracks may form along the cables inside the web, which also weakens the concrete of the web.

Numerous bridges have been built in Switzerland by using profiled girders with thin webs containing only a minimal amount of stirrups but large post-tensioning ducts, which occupy a considerable part of the web width. Both phenomena mentioned above play a role for these bridges, especially for more brittle high performance concrete.

The two phenomena are only partly understood. A sound physical model for the shear behaviour as well as a failure criterion are necessary to achieve a uniform safety level for new structures and to evaluate the strength of existing structures.

Large-scale laboratory tests on prestressed concrete girders have been conducted in order to improve understanding and to investigate both phenomena in detail. Web crushing along the post-tensioning cables was the mode of failure of all girders. In addition, laboratory tests have been conducted on prismatic specimens to investigate the effect of the presence of a post-tensioning cable in an isolated manner.

A physical model has been developed for the shear behaviour of reinforced and prestressed concrete girders. The variation of loading, stresses and strains along the girder axis is taken into account. The shear capacity of the compression flange is considered on the basis of equilibrium and compatibility. The load increase in the post-tensioning cables is calculated with a bond condition.

A physical failure criterion has been developed for the effect of the presence of a post-tensioning cable. The failure load of the conducted prism tests and a large number available in the literature has been estimated with a good precision for various post-tensioning duct types and concrete cylinder strengths. Based on physical considerations a failure criterion has been developed that takes into account the effect of transverse strains.

Both effects are more pronounced for a higher cylinder strength.

With the developed physical model and the failure criteria, the failure load of a large number of reinforced and prestressed concrete girders (laboratory and from the literature) has been estimated with good precision. The interaction of the effects of the presence of a post-tensioning cable and of transverse strains has been taken into account for the development of a combined failure criterion. Its format is compatible with the current design codes.

**Keywords:** Reinforced concrete, prestressed concrete, shear, test, large scale, shear strength, web, crack, web crushing, prestressing, post-tensioning duct, stress fields, compatibility, bond, physical model, failure criterion.



---

## Résumé

Le dimensionnement des poutres en béton armé et précontraint est généralement effectué de manière à éviter une rupture fragile. Parmi les modes de rupture fragile, l'un des plus indésirables est celui qui se produit par écrasement des bielles de béton comprimées dans l'âme. Pour maîtriser ce phénomène, il importe de connaître la résistance effective à la compression du béton de l'âme.

Elle est réduite par la fissuration (déformation transversale) induite par la flexion. Dans une poutre précontrainte, la présence de câbles dans l'âme peut en outre conduire à une fissuration interne de celle-ci le long des câbles, ce qui réduit également la résistance effective.

De nombreux ponts ont été construits en Suisse par des poutres profilées, dont l'âme mince contient peu d'armature d'étriers et dans lesquelles les câbles de précontrainte occupent une partie considérable de la largeur. Les deux phénomènes mentionnés ci-dessus peuvent jouer ici un rôle considérable, qui est encore plus prononcé dans les bétons à hautes performances. Ces deux effets sont compris en partie seulement. Un modèle physique pour décrire le comportement à l'effort tranchant et un critère de rupture sont donc nécessaires pour garantir une sécurité uniforme des nouvelles structures et pour l'évaluation des structures existantes.

Une série d'essais en laboratoire à l'échelle 1:1 sur des poutres précontraintes a permis de mieux comprendre et d'investiguer en détail les deux phénomènes. Pour toutes les poutres, la rupture a eu lieu par écrasement de l'âme le long des câbles de précontrainte. Grâce à des essais en laboratoire sur des prismes, l'effet de la présence des câbles de précontrainte a pu être examiné de manière isolée.

Un modèle physique pour décrire le comportement à l'effort tranchant des poutres en béton armé et précontraint a été développé. Le modèle prend en compte la variation des efforts, des contraintes et des déformations le long de l'axe de la poutre. La contribution de l'aile comprimée est considérée sur la base de l'équilibre et de la compatibilité. L'augmentation de la force dans les câbles de précontrainte est déterminée par une condition d'adhérence.

Un critère de rupture physique a été développé pour tenir compte de la présence des câbles de précontrainte. La charge de rupture des essais sur prismes et d'un grand nombre d'essais similaires de la littérature a été estimée avec une bonne précision pour des types de gaine de précontrainte variables et une résistance à la compression sur cylindre variable. Un critère de rupture a été développé pour l'effet de la déformation transversale sur la base du comportement physique.

Les deux critères tiennent compte de la fragilité liée aux bétons à hautes performances.

En appliquant le modèle et les critères développés, la charge ultime d'un grand nombre de poutres en béton armé et précontraint (du laboratoire et de la littérature) a été estimée avec une bonne précision. L'interaction des effets de la présence des câbles et de la déformation transversale a été prise en compte pour l'établissement d'un critère de rupture combiné. Son format est compatible avec des normes actuelles.

**Mots-clés :** Béton armé, béton précontraint, effort tranchant, essai, grande échelle, résistance à l'effort tranchant, âme, fissure, écrasement de l'âme, précontrainte, gaine de précontrainte, champs de contrainte, compatibilité, adhérence, modèle physique, critère de rupture.

---

## Riassunto

Il dimensionamento delle travi in cemento armato e cemento armato precompresso è generalmente effettuato in modo da evitare una rottura fragile. Tra i possibili modi di rottura fragile, uno tra i più pericolosi è quello che si produce per schiacciamento in compressione del calcestruzzo nelle bielle inclinate d'anima. Per controllare questo fenomeno è importante conoscere la resistenza alla compressione effettiva del calcestruzzo nell'anima. Tale resistenza è ridotta a causa della fessurazione (stato di deformazione trasversale alla biella) indotta dalla flessione. In una trave precompressa, inoltre, la presenza di cavi nell'anima può portare alla formazione di fessure localizzate lungo i cavi, che riducono ulteriormente la resistenza effettiva.

Numerosi ponti sono stati costruiti in passato con travi profilate la cui anima sottile è provvista di una modesta armatura a taglio e nelle quali i cavi di precompressione occupano una parte considerevole della larghezza dell'anima. Per ponti di questo tipo, i due fenomeni descritti in precedenza possono giocare un ruolo importante, in particolare nel caso dei più fragili calcestruzzi ad alte prestazioni.

La comprensione di questi due fenomeni è ancora parziale. Un modello fisico che descriva il comportamento a taglio ed un criterio di rottura sono necessari per garantire una sicurezza adeguata delle nuove strutture e per permettere la valutazione di quelle esistenti.

Una serie di esperienze di laboratorio su travi precomprese in scala 1:1 ha permesso una migliore comprensione ed un'analisi dettagliata dei due fenomeni. Per tutte le travi testate, la rottura si è verificata per schiacciamento del calcestruzzo d'anima in corrispondenza dei cavi di precompressione. Un'ulteriore serie di test su prismi ha inoltre permesso di studiare in modo indipendente l'effetto della presenza dei cavi di precompressione.

È stato sviluppato un modello fisico per descrivere il comportamento al taglio di travi in cemento armato e cemento armato precompresso. Il modello considera stati di sforzo, tensione e deformazione variabili lungo l'asse della trave. Il contributo dell'ala compressa è introdotto grazie a condizioni di equilibrio e di compatibilità. L'aumento della forza nei cavi di precompressione è considerata tramite una legge di aderenza.

È stato sviluppato un criterio fisico di rottura che considera l'effetto legato alla presenza dei cavi di precompressione. Il modello permette di stimare con buona precisione il carico ultimo per i test su prismi e per un gran numero di test similari, reperiti in letteratura. Sono stati considerati test con diversi tipi di guaina di precompressione e con calcestruzzi di diversa resistenza alla compressione su cilindro. Sulla base del comportamento fisico, è stato inoltre sviluppato un criterio di rottura che considera lo stato di deformazione trasversale. I due criteri possono considerare anche la maggior fragilità associata ai calcestruzzi ad alte prestazioni.

Il modello ed i criteri sviluppati sono stati applicati all'analisi di un gran numero di test su travi in cemento armato e cemento armato precompresso, svolti in laboratorio o reperiti in letteratura. Il carico ultimo è stato stimato con buona precisione. L'interazione degli effetti dovuti alla presenza dei cavi ed allo stato di deformazione trasversale è stata considerata nella definizione di un criterio di rottura combinato. La formulazione di tale criterio è compatibile con le vigenti norme di costruzione.

**Parole chiave:** cemento armato, cemento armato precompresso, sforzo di taglio, test, grande scala, resistenza allo sforzo di taglio, anima, fessura, compressione dell'anima, precompressione, guaina di precompressione, campi di sforzo, compatibilità, aderenza, modello fisico, criterio di rottura.

---

# Bezeichnungen

## Lateinische Grossbuchstaben

<i>A</i>	Querschnitt, Fläche
<i>B</i>	Verzerrungs-Verschiebungs-Transformationsmatrix
<i>C</i>	Konstante
<i>D</i>	Durchmesser, Korndurchmesser
<i>E</i>	Elastizitätsmodul
<i>F</i>	Kraft
<i>G</i>	Bruchenergie
<i>M</i>	Biegemoment
<i>N</i>	Normalkraft
<i>P</i>	Vorspannung
<i>Q</i>	Einzellast
<i>V</i>	Querkraft, Schub

## Lateinische Kleinbuchstaben

<i>a</i>	Schubspannweite, Strecke; Bewehrungsquerschnitt pro Länge
<i>b</i>	Breite; Beiwert
<i>c</i>	Betonüberdeckung; Strecke; Kohäsion; Beiwert
<i>d</i>	Statische Höhe
<i>e</i>	Exzentrizität
<i>f</i>	Materialfestigkeit; Bügelkraft pro äquivalenter Stahlstreifenbreite; Parabelstich
<i>g</i>	Eigengewicht (verteilte Last)
<i>h</i>	Höhe, Dicke
<i>i</i>	Summationsindex
<i>k</i>	Faktor, Beiwert
<i>ℓ</i>	Länge
<i>m</i>	Beiwert
<i>n</i>	Anzahl; Verhältnis $\frac{E_s}{E_c}$ ; Beiwert
<i>p</i>	verteilte Last
<i>q</i>	verteilte Last
<i>r</i>	Radius
<i>s</i>	Stababstand der Bewehrung; Rissabstand; Länge; Bogenkoordinate
<i>t</i>	Wanddicke
<i>u</i>	Umlenkkräfte aus Vorspannung; Verschiebung
<i>v</i>	Verschiebung
<i>w</i>	Rissöffnung; Verschiebung
<i>x</i>	Variable bezüglich der Längsachse; Biegedruckzonenhöhe
<i>y</i>	Variable
<i>z</i>	Variable bezüglich der Querschnittshöhe

---

## Griechische Grossbuchstaben

$\Delta$	Inkrement, Differenz; Zuwachs der Spannkabelkraft unter Belastung
$\Phi$	Fliessbedingung

## Griechische Kleinbuchstaben

$\alpha$	Winkel; Beiwert; bezogene Fläche
$\beta$	Winkel zwischen Längsachse und Spannkabel; Winkeländerung der Rissneigung
$\gamma$	Verzerrung
$\delta$	Schlupf; Verhältnis von Hüllrohrdurchmesser zu Stegdicke
$\varepsilon$	Dehnung
$\eta$	Abminderungsbeiwert
$\lambda$	Schlankheit: Verhältnis der Höhe zu Dicke
$\mu$	Reibbeiwert
$\nu$	Querdehnzahl, Poissonzahl; anteilige Querkraft
$\varphi$	(Innerer) Reibungswinkel
$\pi$	Pi
$\theta$	Winkel zwischen Längsachse und Hauptdruckdehnungs-/ Hauptdruckspannungsachse
$\rho$	geometrischer Bewehrungsgehalt
$\sigma$	Spannung
$\tau$	Schubspannung, Verbundspannung
$\omega$	mechanischer Bewehrungsgehalt

## Andere Zeichen

$\varnothing$	Durchmesser
$\partial$	partielle Ableitung
$\text{‰}$	[mm/m]

## Fusszeiger

$A$	Auflager; Ort
$B$	Ort
$C$	Druckgurt; Ort
$D$	Hüllrohr; Ort; Dämpfung
$E$	Elastizitätsmodul; Windeinwirkung
$F$	Bruchprozess
$G$	Schwerpunkt; Ort der Resultierenden
$H$	Haftung
$K$	Kompatibilität
$N$	Normalkraft
$Q$	Einzellast
$R$	Widerstand
$S$	Einwirkung
$T$	Zuggurt; Torsion
$U$	Umlenkung
$V$	volumetrisch

---

<i>a</i>	Ort
<i>b</i>	Verbund; Ort
<i>c</i>	Beton, Druck
<i>d</i>	Bemessungsniveau
<i>e</i>	effektiv
<i>g</i>	Injektionsmörtel
<i>h</i>	Verfestigung
<i>i</i>	Summationsindex
<i>j</i>	Summationsindex
<i>k</i>	charakteristisch; Summationsindex
<i>ℓ</i>	Längsrichtung
<i>l</i>	links
<i>m</i>	Mittelwert; Anzahl
<i>n</i>	normal; Anzahl
<i>p</i>	Vorspannung, Vorspannbewehrung
<i>r</i>	Riss; rechts
<i>s</i>	Stahl; Fließgrenze; Entfestigung
<i>t</i>	Zugfestigkeit; tangential
<i>u</i>	Bruch
<i>v</i>	Hebelarm der Gurtkräfte
<i>w</i>	Steg; in Richtung der Bügel
<i>x</i>	Längsrichtung
<i>y</i>	Fließen
<i>z</i>	vertikale Richtung
$\varepsilon$	Dehnung
$\sigma$	Spannung
<i>calc</i>	berechnet
<i>exp</i>	gemessen
<i>cc</i>	Würfelfestigkeit
<i>cr</i>	kritisch
<i>dir</i>	direkt
<i>eff</i>	effektiv
<i>ext</i>	aussen
<i>fc</i>	Zylinderdruckfestigkeit
<i>el</i>	elastisch
<i>id</i>	ideell; Ersatz
<i>inf</i>	unten
<i>max</i>	maximal
<i>min</i>	minimal
<i>pl</i>	plastisch
<i>sup</i>	oben
<i>tot</i>	gesamt
0	Randwert, Anfangswert; Kennwert
0.1	bei 0.1 % plastischer Dehnung
0.2	bei 0.2 % plastischer Dehnung
0.8	bei $0.8 \cdot f_c$ Druckspannung
1, 2, 3	Kennwerte; Hauptrichtungen
4, ..7	Kennwerte
<i>I, II</i>	Kennwerte
$\infty$	unendlich

---

### **Kopfzeiger**

- ' gedrückte Bewehrung; alternativ; Ableitung nach Längsrichtung
- " 1 Zoll = 25.4 mm; zweifache Ableitung nach Längsrichtung
- Ableitung nach der Zeit

# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b>	<b>iii</b>
<b>Summary</b>	<b>iv</b>
<b>Résumé</b>	<b>v</b>
<b>Riassunto</b>	<b>vi</b>
<b>Bezeichnungen</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Problemstellung . . . . .	1
1.2 Zielsetzung . . . . .	2
1.3 Abgrenzung . . . . .	2
1.4 Ansatz . . . . .	2
<b>2 Materialverhalten</b>	<b>3</b>
2.1 Einleitung . . . . .	3
2.2 Beton . . . . .	3
2.3 Stahl . . . . .	12
2.4 Verbund und Rissbildung . . . . .	14
2.5 Vorspannung . . . . .	20
2.6 Zusammenfassung und Folgerungen . . . . .	21
<b>3 Untersuchung des Querkraftwiderstands</b>	<b>23</b>
3.1 Einleitung . . . . .	23
3.2 Versuche an Stahl- und Spannbetonträgern . . . . .	23
3.3 Verzerrungszustand im Steg . . . . .	36
3.4 Spanngliedpräsenz im Steg . . . . .	41
3.5 Rissuferverzahnung und Dübelwirkung . . . . .	45
3.6 Zusammenfassung und Folgerungen . . . . .	47
<b>4 Theoretische Grundlagen der Schubtragwirkung</b>	<b>49</b>
4.1 Einleitung . . . . .	49
4.2 Historische Entwicklung . . . . .	49

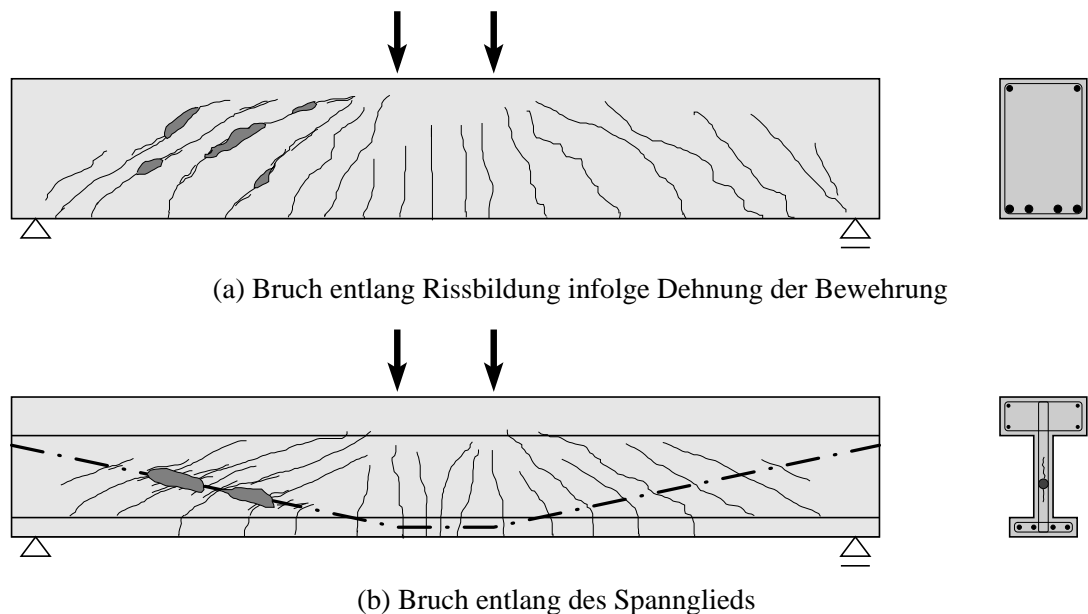
4.3	Herleitung ausgesuchter Ansätze . . . . .	55
4.4	Plastizitätstheorie . . . . .	55
4.5	Compression Field Theory . . . . .	64
4.6	Elasto-plastische Berechnung mit Finiten Elementen . . . . .	68
4.7	Zusammenfassung und Folgerungen . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Schubtragverhalten von Stahl- und Spannbetonträgern</b>	<b>71</b>
5.1	Einleitung . . . . .	71
5.2	Ansatz für Stahlbetonträger . . . . .	71
5.3	Ansatz für Spannbetonträger mit geneigten Spanngliedern . . . . .	81
5.4	Zusammenfassung und Folgerungen . . . . .	90
<b>6</b>	<b>Bruchkriterium für Stegbeton</b>	<b>91</b>
6.1	Einleitung . . . . .	91
6.2	Verzerrungszustand im Steg . . . . .	91
6.3	Spanngliedpräsenz im Steg . . . . .	97
6.4	Kombination der Effekte . . . . .	106
6.5	Folgerungen . . . . .	110
<b>7</b>	<b>Nachrechnung von Grossversuchen</b>	<b>111</b>
7.1	Einleitung . . . . .	111
7.2	Stahlbetonträger . . . . .	112
7.3	Spannbetonträger . . . . .	123
7.4	Folgerungen . . . . .	129
<b>8</b>	<b>Folgerungen und Ausblick</b>	<b>131</b>
8.1	Folgerungen . . . . .	131
8.2	Ausblick . . . . .	133
	<b>Literatur</b>	<b>134</b>
<b>A</b>	<b>Versuchsdaten aus der Literatur</b>	<b>147</b>



# 1 Einleitung

## 1.1 Problemstellung

Schubversagen tritt bei Stahlbeton- und Spannbetonträgern durch Versagen des Stegbetons oder durch Reißen der senkrechten Bewehrung (Bügelbewehrung) ein. Bei der Schubbemessung wird generell die Bügelbewehrung bemessen und der Stegbeton nachgewiesen. Das Versagen des Stegbetons auf Druck (Stegdruckbruch) ist von spröder Natur und muss daher unbedingt vermieden werden. Zwecks ausreichender Sicherheit muss dessen Festigkeit daher genau bekannt sein. Diese wird jedoch von den sich einstellenden Verformungen beeinflusst.



**Bild 1.1: Schubtragfähigkeit: Beeinflussung der Festigkeit des Stegbetons von Stahlbeton- und Spannbetonträgern**

Bei der Belastung bilden sich im Stegbeton durch die Balkenverformungen Risse, die die Aktivierung der Bewehrung erst ermöglichen (Bild 1.1 (a)). Allerdings beeinträchtigen sie die Festigkeit des Stegbetons (Effekt  $\eta_\varepsilon$ ), was schliesslich zum Bruch entlang dieser Risse führt, bei einer Betondruckspannung von  $f_{ce}$ .

In Spannbetonträgern kommt ein weiterer Aspekt hinzu (Bild 1.1 (b)). Die Präsenz des Spannglieds im Steg stellt ein Hindernis für den Spannungsfluss dar, was zu Spaltrissen im Steginnern und bei schlanken Stegen zum Bruch führen kann (Effekt  $\eta_D$ ).

Die Interaktion beider Effekte ist nur sehr wenig erforscht. Die aktuelle Schweizer Norm SIA 262 verwendet einen multiplikativen Ansatz. Dessen Gültigkeit muss überprüft werden.

Das Schubtragverhalten ist eines der am meisten erforschten Gebiete des Stahl- und Spannbetonbaus. Trotzdem bedürfen wichtige Aspekte noch der Klärung. Die zur Verfügung stehenden Modelle mit Berücksichtigung der Verformungen sind für Scheibenversuche von beschränktem Massstab entwickelt worden. Das Verhalten von Trägern realer Ausmasse weicht davon wahrscheinlich ab. Das Schubtragverhalten der Gurte und der Spannungszuwachs im Spannglied unter Belastung sind noch nicht ausreichend erforscht.

Bestehende Bruchkriterien für die Abschwächung durch den Verzerrungszustand im Steg (Schubbrissbildung) sind an solchen Scheibenversuchen kalibriert worden. Für den Einfluss der Spanngliedpräsenz existieren lediglich empirische Ansätze.

Die vereinfachenden oder empirischen Ansätze der einschlägigen Normen reichen zur sicheren Bemessung generell aus. Zur Konzeption leistungsfähigerer konstruktiver Lösungen und zur Beurteilung bestehender Bauwerke braucht es aber ein genaues Verständnis der physikalischen Zusammenhänge. Die Einführung von hochfesten Betonen verlangt es, die etablierten Modelle auf ihre Gültigkeit hin zu überprüfen, um ein gleichbleibendes Sicherheitsniveau garantieren zu können.

### 1.2 Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, zum Verständnis bezüglich der Schubtragfähigkeit von Stahl- und Spannbetonträgern mit Bügelbewehrung beizutragen, und eine theoretische Lösung zu diesem Problem zu erbringen. Es soll ein einheitliches, physikalisches Bruchkriterium für den Stegbeton entwickelt werden, unter Berücksichtigung der wichtigsten Phänomene und deren Interaktion. Zur genauen Kenntnis des Spannungs- und Verformungszustands werden physikalische Modelle für das Schubtragverhalten von Stahl- und Spannbetonträgern entwickelt. Versuche an Prismen und Grossversuche an Spannbetonträgern im Massstab 1:1 dienen der Absicherung der entwickelten Modelle und des Bruchkriteriums.

### 1.3 Abgrenzung

In dieser Arbeit werden keine Massstabeffekte berücksichtigt. Allerdings wird versucht, die entwickelten Modelle und Bruchkriterien möglichst mit Grossversuchen (eigene und aus der Literatur) abzusichern.

Für die theoretische Betrachtung werden nur Balken mit ausreichender Bügelbewehrung herangezogen. Ausreichend heisst, dass eine Lokalisierung der Stegverformungen in einem kritischen Riss vermieden werden kann.

### 1.4 Ansatz

Für die Modellbildung werden generell Spannungsfelder nach dem unteren Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie verwendet. Rissuferverzahnung wird stets als ausreichend betrachtet. Die Verträglichkeit von Spannungen und Dehnungen wird daher unter der Annahme frei rotierender, verschmierter Risse berücksichtigt. Es werden nichtlineare Materialgesetze verwendet. Die Mitwirkung des Betons auf Zug wird generell als versteifende Wirkung und im Fall der Spanngliedpräsenz als effektive Zugfestigkeit behandelt.

## 2 Materialverhalten

### 2.1 Einleitung

In diesem Kapitel wird das Verhalten der Werkstoffe Beton und Stahl, deren Zusammenwirken sowie das Aufbringen einer Vorspannung phänomenologisch beschrieben und dann quantifiziert. Die gefundenen Beziehungen dienen als Grundlage für die weiteren Kapitel dieser Arbeit.

### 2.2 Beton

#### Beton unter Zug

Beton kann nur geringe Zugspannungen aufnehmen. Die Zugfestigkeit wächst weniger als linear mit der Zylinderdruckfestigkeit an. Sie kann angegeben werden mit:

$$f_{ct} = 0.2 \cdot 0.3 \cdot f_c^{2/3} \quad (2.1)$$

Wird ein Betonkörper gezogen, dann verhält er sich bis nahe an das Erreichen der Zugfestigkeit elastisch (Bild 2.1 (a)), was durch den Elastizitätsmodul  $E_c$  beschrieben werden kann. Dies konnten Cedolin, Dei Poli und Iori 1981 und 1983 experimentell nachweisen [19, 20]. Danach kommt es zur verstärkten Rissbildung in einer kleinen Zone der Länge  $\ell_s$  mit vergleichsweise geringerer Festigkeit (Lokalisierung). Hier nehmen die Verformungen bei abnehmenden Spannungen stark zu (Entfestigung), ausgedrückt durch den Entfestigungsmodul  $E_{cs}$ , während der restliche Teil elastisch entlastet, was Hillerborg und Reinhardt gezeigt haben [68, 131]. Die Verlängerung des gesamten Stabes für das Entfestigungsregime in Abhängigkeit von der Zugspannung  $\sigma_c$  ergibt nach Bild 2.1 (b), wenn für die elastische Entlastung der Modul  $E_c$  verwendet wird:

$$w_c = \ell_s \cdot f_{ct} \cdot \left( \frac{1}{E_c} + \frac{1}{E_{cs}} \right) + \sigma_c \cdot \left[ \frac{\ell}{E_c} - \ell_s \cdot \left( \frac{1}{E_c} + \frac{1}{E_{cs}} \right) \right] \quad (2.2)$$

oder

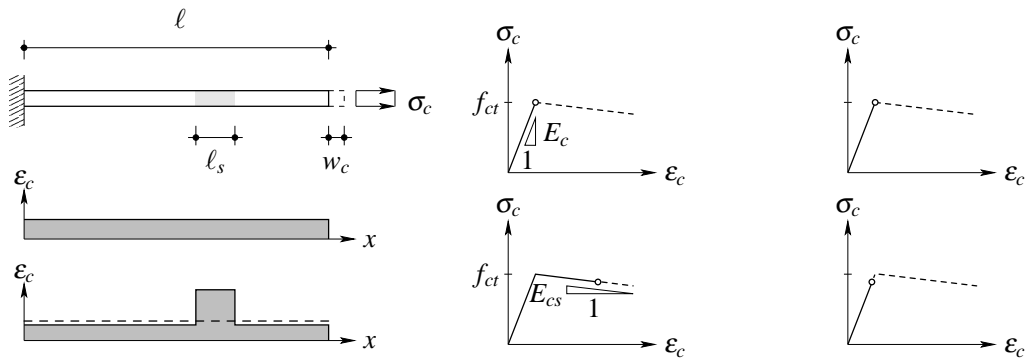
$$\epsilon_c = \frac{w_c}{\ell} = \frac{\sigma_c}{E_c} \cdot \left( 1 - \frac{\ell_s}{\ell} \right) + \frac{\ell_s}{\ell} \cdot \left( \frac{f_{ct} - \sigma_c}{E_{cs}} + \frac{f_{ct}}{E_c} \right) \quad (2.3)$$

Insgesamt wird sich der Betonkörper verlängern, wenn die Bruchzone im Vergleich zur Gesamtlänge gross ist, oder sogar verkürzen, wenn der Körper sehr lang ist. In diesem Fall kommt es zum sogenannten 'Snap-Back', der versuchsmechanisch schwierig zu kontrollieren ist. Die Längenänderung ist null, wenn die Gesamtlänge  $\ell$  gleich der kritischen Länge  $\ell_{cr}$  wird. Diese beträgt:

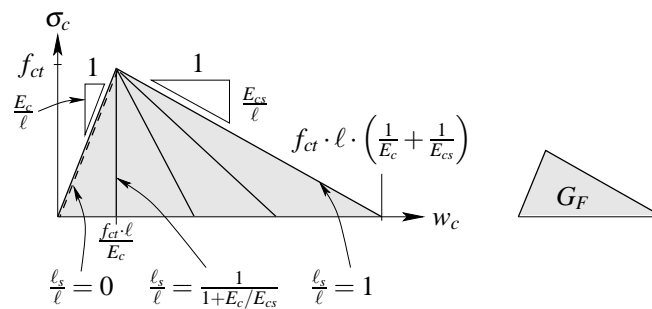
$$\ell_{cr} = \ell_s \cdot \left( 1 + \frac{E_c}{E_{cs}} \right) \quad (2.4)$$

Generell wurde die experimentelle Untersuchung der Entfestigung erst durch Einführung sehr steifer Versuchsmaschinen möglich, da sich auch die Maschine bei abnehmender Last elastisch verkürzt, was als eine Vergrößerung der Gesamtlänge verstanden werden kann.

Infolge behinderter Schwinddehnungen kann die Zugfestigkeit gering ausfallen und zudem stark schwanken.



(a) Verformungslokalisierung im Entfestigungsbereich  $\ell_s$  und elastische Entlastung im Restbereich



(b) Gesamtverlängerung  $w_c$  des Stabes für verschiedene Verhältnisse  $\ell_s/\ell$

**Bild 2.1: Spannungs-Dehnungs- und Verlängerungs-Beziehung für einen Betonzugstab nach Muttoni [115]**

Die gespeicherte elastische Energie pro Querschnittsflächeneinheit entspricht der Fläche unter dem ansteigenden Teil der Beziehung  $\sigma_c - w_c$ . Die dissipierte Energie pro Querschnittsflächeneinheit, d.h. die Fläche unter dem ansteigenden und absteigenden Ast der Beziehung  $\sigma_c - w_c$  für  $\ell_s/\ell = 1$ , wird als  $G_F$  bezeichnet und kann berechnet werden zu:

$$G_F = \frac{1}{2} \cdot f_{ct}^2 \cdot \ell_s \cdot \left( \frac{1}{E_c} + \frac{1}{E_{cs}} \right) \quad (2.5)$$

Die Länge  $\ell_s$  und die Bruchenergie  $G_F$  werden durch die Gesteinskörnung beeinflusst, da diese die Länge des kürzesten Risses bestimmt. Damit besteht ein Massstabeffekt, da bei grossen Ingenieurstrukturen das Grösstkorn der Gesteinskörnung  $D_{max}$  nicht proportional gesteigert wird.

Im "Fiktiven Rissmodell" ("Fictitious Crack Model") von Hillerborg wird die Entfestigung (Rissöffnung) in einem Abschnitt von verschwindender Länge konzentriert [68]. Auf der Länge  $\ell$  kommt es dann zur elastischen Entlastung. Bruch tritt ein, wenn die Rissöffnung den Maximalwert  $w_{max}$  erreicht, welcher beträgt:

$$w_{max} = 2 \cdot \frac{G_F}{f_{ct}} \quad (2.6)$$

Die mittlere Dehnung und der durchschnittliche Entfestigungsmodul  $E_{cs,m}$  betragen dann (bei Einsetzen von Gl. (2.6)):

$$\varepsilon_c = \frac{w}{\ell} = \frac{\sigma_c}{E_c} + \frac{w_{max}}{\ell} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_c}{f_{ct}}\right) \quad (2.7)$$

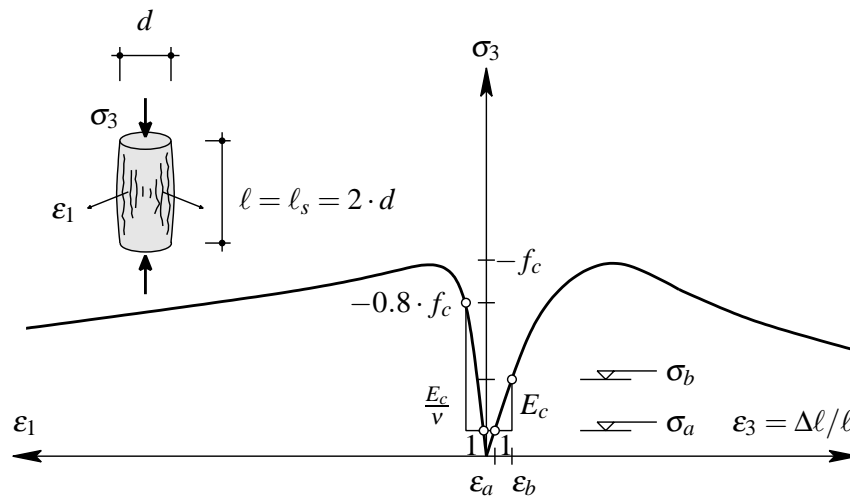
$$\Rightarrow \varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} + 2 \cdot \frac{G_F}{\ell \cdot f_{ct}^2} \cdot (f_{ct} - \sigma_c) \quad (2.8)$$

$$E_{cs,m} = 2 \cdot \frac{G_F}{\ell \cdot f_{ct}^2} \quad (2.9)$$

Für einen Beton mit der Zylinderdruckfestigkeit  $f_c = 35 \text{ MPa}$ ,  $f_{ct} = 3.2 \text{ MPa}$  und  $E_c = 31000 \text{ MPa}$  sowie einem Grösstkorn der Gesteinskörnung  $D_{max} = 16 \text{ mm}$  ist  $G_F \approx 100 \text{ J/m}^2$  oder  $\text{N/m}$ . Wenn der Wert  $G_F$  bekannt ist, kann mit Gl. (2.5) der Entfestigungsmodul  $E_{cs}$  bestimmt werden. In bewehrtem Beton bilden sich mehrere Rissen aus. Dann entspricht die Länge  $\ell$  dem mittleren Rissabstand.

### Beton unter einaxialem Druck

Im Gegensatz zu Zug verträgt Beton Druckspannungen gut. Die Festigkeit  $f_c$  wird generell an Zylindern bestimmt (Bild 2.2), die bei einer Grösse von  $\ell/d = 320/200 \text{ mm}$  eine Schlankheit von 2 aufweisen. Die Zylinderfestigkeit kann von 20 bis 200 MPa reichen.



**Bild 2.2: Einaxiale Druckbelastung eines Zylinders; Spannung sowie Längs- und Querdehnung**

Bei Druckbelastung von Zylindern ist die Beziehung zwischen Längsspannung  $\sigma_3$  und Längsdehnung  $\varepsilon_3$  bis 80 % der Festigkeit annähernd linear. Ein Elastizitätsmodul wird daher häufig als Sekantenmodul für diesen Bereich definiert:

$$E_c = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\varepsilon_a - \varepsilon_b}, \quad \sigma_a = -0.5 \text{ MPa}, \quad \sigma_b = -\frac{1}{3} \cdot f_c \quad (2.10)$$

Die hier als Beispiel angegebenen Werte  $\sigma_a, \sigma_b$  sind betragsmässig generell deutlich kleiner als die Druckfestigkeit, da die Probekörper zur Bestimmung der Festigkeit meist dieselben sind wie die für den Elastizitätsmodul. Der Elastizitätsmodul kann näherungsweise in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit definiert werden:

$$E_c = k_E \cdot f_c^{1/3}, \quad k_E = 6000..12000 \quad (2.11)$$

Der Koeffizient  $k_E$  richtet sich nach den verwendeten Zuschlägen, aber auch nach der Belastungsgeschwindigkeit und nach dem Vorhandensein von Schwindrissen (Wasser-Zementwert). Der Elastizitätsmodul ist daher uneinheitlich.

Gleichzeitig zur Druckdehnung stellt sich in diesem Spannungsbereich eine positive Querdehnung ein, die durch die Querdehn- oder Poissonzahl ausgedrückt werden kann:

$$\varepsilon_1 = -\nu \cdot \varepsilon_3, \quad \nu = 0.17..0.20 \quad (2.12)$$

In einem einaxialen Druckversuch ist der Beton quer zur Druckspannung der Beton auch Zugspannungen ausgesetzt, da die Druckspannungstrajektorien durch die steiferen Zuschlagskörner verlaufen und dabei teilweise durch Zugspannungen umgelenkt werden. Für höhere Spannungen ( $-0.8 \cdot f_c > \sigma_3 > -f_c$ ) wird dabei nach und nach die Zugfestigkeit überschritten. Die so entstehenden Lamellen parallel zur Belastungsrichtung versagen, wenn sie auf ungünstig liegende Zuschlagskörner treffen. Es kommt zu Steifigkeitsverlusten. Bei Erreichen der Druckfestigkeit  $f_c$  kommt es lokal zu einer Spaltrissbildung in den überbelasteten Bereichen und zum Instabilwerden der Lamellen. Die Verformungen lokalisieren sich, und der Entfestigungsbereich beginnt. Der Lokalisierungsbereich erstreckt sich in etwa über das doppelte des Durchmessers bzw. der Dicke bei Prismen. Dies wies Sigrist experimentell nach [149]. Dieser Wert ergibt sich, anders als bei der Zugbelastung, nicht aus der Gesteinskörnung, sondern aus dem Bruchmechanismus und dem inneren Reibungswinkel, der für Beton etwa  $\varphi = 37^\circ$  beträgt (Bild 4.6). Damit ergibt sich eine Abhängigkeit von der Bauteildicke, so dass Massstabeffekte bei proportionaler Grössenänderung gering ausfallen, verglichen mit der Zugbelastung.

Die Querdehnungen nehmen im Bruchbereich überproportional zu, und es kommt zu einer Volumenzunahme. Bei Erreichen der Zylinderdruckfestigkeit beträgt die Druckstauchung in etwa  $\varepsilon_0 = -2\text{‰}$ .

Nach dem Ansatz von Wang, Shah und Naaman kann das Druckspannungs-Dehnungs-Diagramm für verschiedene Betondruckfestigkeiten allein durch die Druckfestigkeit beschrieben werden [169]. Hier wird allerdings der Ansatz von Thorenfeldt, Tomaszewicz und Jensen benutzt, der für den Verfestigungs- und Entfestigungsbereich jeweils die gleiche Beziehung verwendet [159]. Sie lautet in der ursprünglichen Form:

$$\sigma_3 = -f_c \cdot \frac{n \cdot (\varepsilon_3/\varepsilon_0)}{n - 1 + (\varepsilon_3/\varepsilon_0)^{n-k}} \quad (2.13)$$

$$n = 0.8 + \frac{f_c}{17}, \quad E_c = 3320 \cdot f_c^{1/2} + 6900, \quad \varepsilon_0 = -\frac{f_c}{E_c} \cdot \frac{n}{n-1} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_3/\varepsilon_0 \leq 1 : k = 1, \quad \varepsilon_3/\varepsilon_0 > 1 : k = 0.67 + \frac{f_c}{62} \quad (2.15)$$

Fernández Ruiz und Muttoni [54] haben gezeigt, dass diese Beziehung unter Verwendung leicht veränderter Koeffizienten  $n$  und  $k$  sowie Vereinheitlichung von  $k$  in folgende Form gebracht werden kann:

$$\sigma_3 = \frac{\varepsilon_3 \cdot E_c}{1 + \left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_k}\right)^{n \cdot k}} \quad (2.16)$$

$$n = 0.8 + \frac{f_c}{22}, \quad k = 0.67 + \frac{f_c}{50}, \quad \varepsilon_k = -\frac{f_c}{E_c} \cdot \frac{n \cdot k}{(n \cdot k - 1)^{\frac{n \cdot k - 1}{n \cdot k}}} \quad (2.17)$$

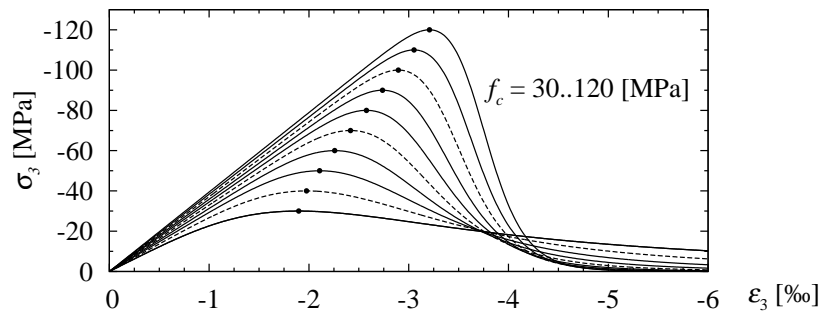
Die Bruchspannung  $-f_c$  wird für die Dehnung  $\varepsilon_0$  erreicht:

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_k}{(n \cdot k - 1)^{\frac{1}{n \cdot k}}} = -\frac{f_c}{E_c} \cdot \frac{n \cdot k}{n \cdot k - 1} \quad (2.18)$$

Damit kann schliesslich die Spannungs-Dehnungs-Beziehung auch mittels der Dehnung  $\varepsilon_0$  ausgedrückt werden:

$$\sigma_3 = \frac{\varepsilon_3 \cdot E_c}{1 + \frac{1}{n \cdot k - 1} \cdot \left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_0}\right)^{n \cdot k}} \quad (2.19)$$

Das Bild 2.3 zeigt die Berechnung nach Gl. (2.19) für verschiedene Betongüten. Der Elastizitätsmodul wurde nach Gl. (2.11) mit  $k_E = 8000$  bestimmt.

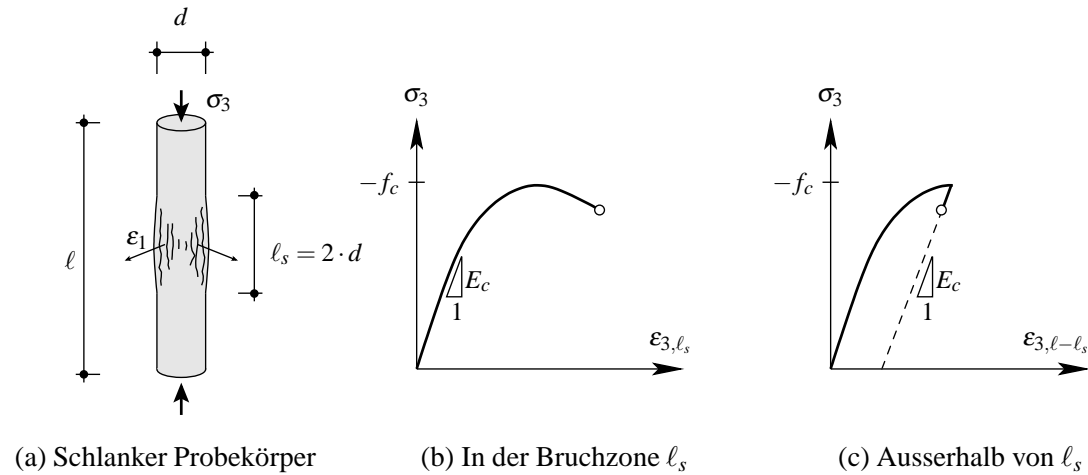


**Bild 2.3: Einaxiale Druckbelastung eines Zylinders bei unterschiedlicher Zylinderdruckfestigkeit nach Thorenfeldt et al. [159], angepasst nach [54]**

Es zeigt sich, dass bei Erhöhung der Festigkeit der entfestigende Bereich immer spröder wird. Insbesondere bleibt die dissipierte Energie, die der Fläche unter der Kurve entspricht (abzüglich der elastischen Antwort des Bereiches ohne Entfestigung, der bei  $\ell = 2 \cdot d$  verschwindet), in etwa gleich. Einschränkend muss bemerkt werden, dass bei Versuchen mit Zylindern unterschiedlicher Betongüte in derselben Versuchsmaschine das Verhältnis Steifigkeit Maschine - Zylinderprobe abnimmt, was das spröde Verhalten zu einem Teil erklären kann.

Bei Zunahme der Länge des Probekörpers nimmt das Verhältnis Bruchzonenlänge / Gesamtlänge  $\ell_s/\ell$  ab, und das Verhalten wird wie bei Zugbelastung spröder (Bild 2.4 (a)). Nach Erreichen der Festigkeit  $f_c$  beschreibt der Beton im Entfestigungsbereich der Länge  $\ell_s = 2d$  den absteigenden Ast der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Gl. (2.19) (Bild 2.4 (b)).

Im restlichen Bereich findet eine elastische Entlastung statt (Bild 2.4 (c)). Zur Beschreibung soll dafür der Elastizitätsmodul nach Gl. (2.11) verwendet werden. Im Bereich der Bruchzone sind die Querdehnungen entsprechend der Entfestigung deutlich grösser.

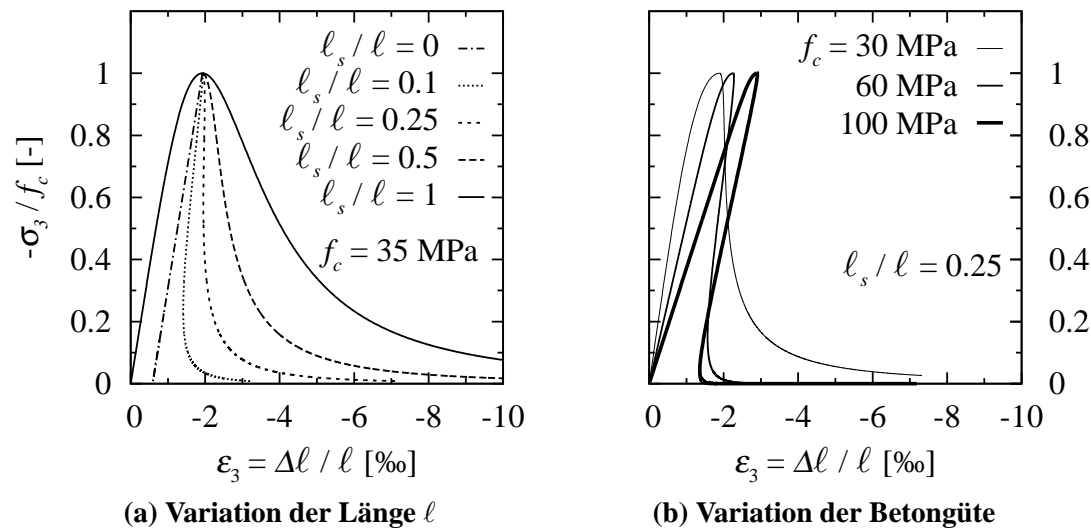


**Bild 2.4: Einaxiale Druckbelastung eines schlanken Zylinders**

Bild 2.5 (a) zeigt für  $f_c = 35$  MPa die Druckspannung und die über die Gesamtlänge gemittelte Druckdehnungen für verschiedene Probekörperlängen:

$$\epsilon_3 = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \epsilon_{3,\ell_s} \cdot \frac{\ell_s}{\ell} + \epsilon_{3,\ell-\ell_s} \cdot \left(1 - \frac{\ell_s}{\ell}\right) \quad (2.20)$$

Der Elastizitätsmodul wurde hierfür ebenfalls nach Gl. (2.11) bestimmt. Bild 2.5 (b) zeigt die gleiche Beziehung für unterschiedliche Betonfestigkeiten und ein Verhältnis  $\ell_s/\ell = 1/4$ . Die Bereiche mit positiver mittlerer Dehnungsänderung stellen wieder das Snap-Back-Phänomen dar und sind schwierig zu erzielen.



**Bild 2.5: Mittleres Spannungs-Dehnungs-Diagramm für den Zylinder unter einaxialem Druck**



### Querdehnung bei einaxialem Druck

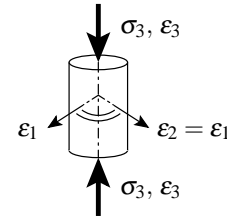
Die Querdehnungen  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  sind bei Betonzylindern unter einachsiger Druckbelastung gleich (Bild 2.6). Sie können durch die Querdehn- oder Poissonzahl  $\nu$  ausgedrückt werden. Die volumetrische Dehnung  $\varepsilon_V$ , die übrigens eine Invarianz des Verzerrungstensors ist, kann dann berechnet werden. Man erhält:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -\nu \cdot \varepsilon_3 \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_V = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (2.22)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_V = (1 - 2 \cdot \nu) \varepsilon_3 \quad (2.23)$$

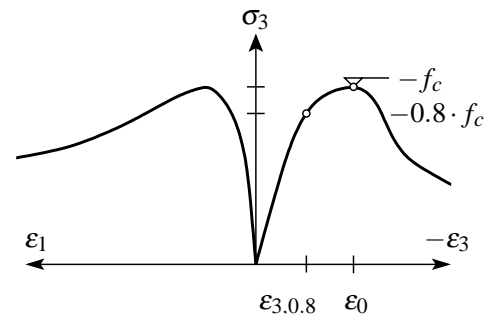
$$\Rightarrow \varepsilon_V = \left(2 - \frac{1}{\nu}\right) \cdot \varepsilon_1 \quad (2.24)$$



**Bild 2.6: Querdehnung und Volumendehnung bei einachsiger Druckbelastung**

Ein konstantes Volumen ergibt sich demnach für  $\nu = 0.5$ . Im elastischen Bereich ist die Querdehnzahl  $\nu = \nu_{el} = 0.17..0.20$  etwa konstant (Bild 2.7). Für grössere Spannungen steigt sie rasch an, bis bei Spannungen nahe der Zylinderdruckfestigkeit das Ausgangsvolumen erreicht wird. Danach steigt die Poissonzahl weiter, während der Beton entfestigt. Physikalisch entspricht die Querdehnzahl dann der Aufspaltung des Betons in viele Lamellen.

$$\begin{aligned} \nu = \nu_{el} = 0.17..0.20, & \quad \sigma_3 > -0.6..0.8 \cdot f_c \\ \nu = 0.5, & \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_0 \\ \nu > 0.5, & \quad \varepsilon_3 < \varepsilon_0 \end{aligned}$$



**Bild 2.7: Poissonzahl bei einachsiger Druckbelastung**

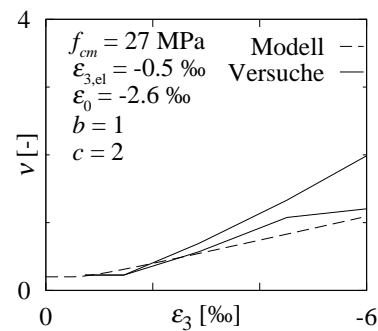
Pantazopoulou und Mills entwickelten 1995 eine nichtlineare Beziehung  $\nu - \varepsilon_3$  [123], während Fernández Ruiz und Muttoni abschnittsweise eine Gerade vorschlugen [54]. Die Bilder 2.8 und 2.9 zeigen jeweils die Ansätze und den Vergleich mit Zylinderversuchen (Quelle der Versuche: Imran und Pantazopoulou [74] für Pantazopoulou und Mills, und von Fernández Ruiz und Muttoni selbst durchgeführte Versuche [54]). Die Zylinder waren bei [74] aus Betonblöcken gebohrt worden. Die Querdehnung wurde dort anhand der Umfangszunahme bestimmt, während sie bei [54] sowohl über Rissöffnungsmessungen als auch über die Umfangszunahme ermittelt wurde.

Beide Modelle zeigen gute Übereinstimmung mit den Versuchen. Der Ansatz von Pantazopoulou und Mills ergibt praktisch eine bilineare Beziehung. Diese wird durch den Ansatz von Fernández Ruiz und Muttoni deutlich einfacher und mit weniger Parametern beschrieben. Ausserdem kommt den von ihnen verwendeten Parametern ausnahmslos eine physikalische Bedeutung zu.

$$\varepsilon_{3,el} = -v_{el} \cdot \varepsilon_{1,r}, \quad \varepsilon_{1,r} = \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_3 \geq \varepsilon_{3,el} : \quad v = v_{el} = 0.20 \quad (2.26)$$

$$\varepsilon_3 < \varepsilon_{3,el} : \quad v = v_{el} + (1 - 2 \cdot v_{el}) \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{3,0.8}}{\varepsilon_3} \cdot \left( \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_{3,el}}{\varepsilon_{3,0.8} - \varepsilon_{3,el}} \right)^c \quad (2.27)$$

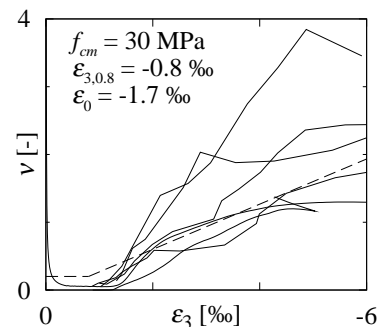


**Bild 2.8: Poissonzahl nach Pantazopoulou und Mills [123] und Vergleich mit Zylinderversuchen ( $h/d = 0.115/0.054$  m); es wird  $\varepsilon_0$  statt  $\varepsilon_{3,0.8}$  verwendet;  $\varepsilon_{3,el}$  ist geschätzt**

$$\varepsilon_3 \geq \varepsilon_{3,0.8} : \quad v = v_{el} = 0.20 \quad (2.28)$$

$$\varepsilon_3 < \varepsilon_{3,0.8} : \quad v = \frac{v_{pl} - v_{el}}{\varepsilon_0 - \varepsilon_{3,0.8}} \cdot (\varepsilon_3 - \varepsilon_{3,0.8}) + v_{el} \quad (2.29)$$

$$v_{pl} = 0.5$$

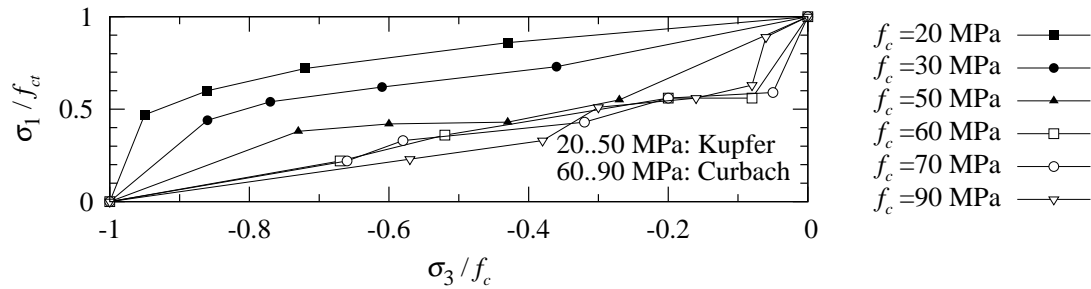


**Bild 2.9: Poissonzahl nach Fernández Ruiz und Muttoni und Vergleich mit Zylinderversuchen ( $h/d = 0.32/0.16$  m) [54]**

## Beton unter Druck-Zug-Belastung

Da unter Druckbeanspruchung lokale Querkzugspannungen entstehen, wird die Zugfestigkeit in einem Betonkörper mit Längsdruck- und Querkzugbelastung geringer ausfallen als bei reinem Zug. Kupfer führte 1973 Versuche an Betonscheiben mit ebener, biaxialer Belastung mit unterschiedlichen Kombinationen und Spannungsvorzeichen durch ( $h = 0.20$  m,  $\ell = 0.20$  m,  $b_w = 0.05$  m,  $f_c = 20..50$  MPa; Bild 2.10) [90]. Für Druck-Zug-Belastung ergab sich, dass die Elemente erst auf Zug versagten, dann aber noch die einaxiale Druckfestigkeit erreicht werden konnte, da die Elemente nur einen Riss aufwiesen und noch nicht in feine Lamellen aufgespalten waren. Für hohe Druckbelastungen war die Zugfestigkeit stark abgemindert, vor allem bei höherer Betonfestigkeit.

Curbach et al. [33] führten 2002 Versuche an Betonscheiben gleicher Abmessung wie die von Kupfer [90] durch, jedoch aus hochfesten Betonen ( $f_c = 60..90$  MPa, Bild 2.10). Es zeigte sich, dass die Abminderung der Zugfestigkeit bei gleichzeitiger Druckbelastung deutlich größer war, als dies bei Normalbeton der Fall war. Allerdings war der Versuchsapparat im Gegensatz zu dem von Kupfer nicht zweiteilig und damit nicht zwängungsfrei. Generell sind solche Versuche sehr aufwendig und daher für vergleichbare Probekörperformen rar.



**Bild 2.10: Abminderung der Zugfestigkeit von Beton unter Querdruck für verschiedene Betonfestigkeiten nach [90] und [33]**

### Beton unter biaxialer Druckbelastung

Bei biaxialer Druckbelastung im ebenen Spannungszustand kann der Bruch bei erhöhter, effektiver Festigkeit  $f_{ce} > f_c$  erfolgen, wenn  $\sigma_2 \leq -1/3 \cdot f_c$ . Für Beton normaler Güte ist eine Steigerung der Festigkeit um 20% möglich; für Beton hoher Güte kann es sogar zu einer Festigkeitsminderung kommen. Dies ergaben Versuche von Kupfer [90], van Mier [161] und Nimura [120].

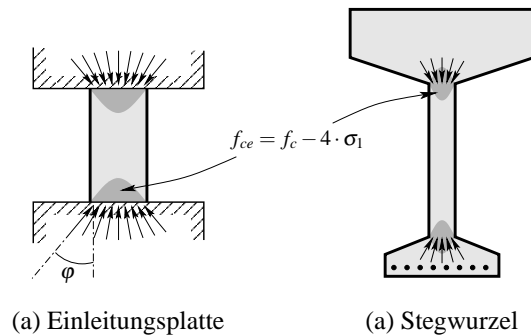
### Beton unter triaxialem Druck

Durch Aufbringung einer Querdruckspannung kann die Entfestigung von Beton stark reduziert werden. So sind grössere Druckdehnungen ohne Instabilwerden möglich, bei noch stärker wachsender Druckfestigkeit. Die erreichbare, effektive Festigkeit  $f_{ce}$  kann mit guter Genauigkeit als Funktion der grössten Hauptspannung  $\sigma_1$  dargestellt werden. Folgende Beziehung wurde von Richart et al. gefunden [133]:

$$f_{ce} = f_c - 4 \cdot \sigma_1, \quad \sigma_1 = \sigma_2 < 0 \quad (2.30)$$

Querdruck kann auch durch Behinderung der Verformungen mobilisiert werden. Dies wird etwa bei Stützen durch die Umschnürungsbewehrung erreicht, die aus der Quer- und Längsbewehrung besteht. Hier sind besonders Spiralen sehr effektiv. Zur Aktivierung des Querdrucks ist aber zunächst eine Querdehnung des Betons notwendig. Bei Balken spielt dies für die Druckzone eine Rolle. Im Steg ist aber generell keine Bewehrung senkrecht zur Stegebene vorhanden, so dass dort keine Erhöhung der Druckfestigkeit zu erwarten ist.

Eine andere Form der Querdehnungsbehinderung tritt durch Reibung auf (Bild 2.11 (a)). Werden bei Zylinderversuchen Stahlplatten zur Lasteinleitung verwendet, so wird die Querdehnung in diesem Bereich durch Reibung und Steifigkeit der Platten behindert. Ist die Schlankheit des Probekörpers gering, kann eine erhöhte Festigkeit beobachtet werden gegenüber Versuchen mit Lasteinleitung durch Stahlbürsten. In einem Balken sind die Verhältnisse am Ansatzpunkt des Stegs an den Flanschen mit dieser Situation vergleichbar (Bild 2.11 (b)). Eventuell ist hier eine höhere Festigkeit vorhanden als auf halber Steghöhe.



**Bild 2.11: Erhöhung der Druckfestigkeit durch triaxiale Dehnungsbehinderung**

## Stabilitätsversagen

Dilger und Sherif untersuchten 2003 das Stabilitätsversagen von Brückentegen [39]. Bei Hohlkastenbrücken mit geneigten Stegen, konstanter Plattenbreite des Untergurts und variabler Querschnittshöhe ergibt sich ein gewölbter Steg. Die Wölbung führt zu einer planmässigen Ausmitte der Druckstreben, die sie in einer Handrechnung an den Flanschen als gelenkig gelagert annahmen. Das Nachrechnen der Beispielbrücke ergab dann, dass Umlenkkräfte der Quer- und Längsbewehrung, die sich der Bewegung aus der Ebene entgegenstemmen, das Stabilitätsversagen verhindern konnten. Kriecheffekte waren berücksichtigt worden. Auf die zentrierende Wirkung der unter Zug stehenden Bügel hatte schon Leonhardt hingewiesen [94]. Schlankheitseffekte treten demnach in verbügelten Balkentegen nicht auf.

## 2.3 Stahl

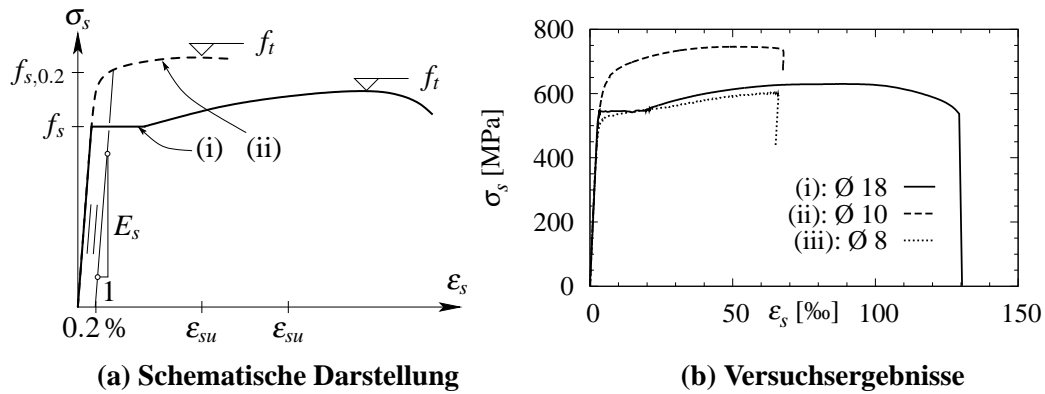
### Betonstahl

Auf Zug belastete Stäbe aus Betonstahl besitzen zunächst ein ausgeprägt linear elastisches Verhalten (Bild 2.12). Während dieser Phase kommt es zu reversiblen Verformungen im Stahlkristallgitter. Der Elastizitätsmodul  $E_s$  beruht auf der Atomgitterstruktur und der wirkenden Anziehungskräfte. Er ist damit für alle Stahl- und Eisenarten gleich:

$$E_s = 205000 \text{ MPa}, \quad \nu_{el} = 0.3 \quad (2.31)$$

Gl. (2.31) gibt auch die Querdehnzahl für diesen Bereich an. Die Variation des gemessenen Elastizitätsmoduls bei Bewehrungsstäben beruht meist auf ungenauen Querschnittswerten und auf der idealisierten Berücksichtigung der Rippen.

Bei Erreichen der Fließgrenze  $f_s$  (Bild 2.12, Kurve (i)) kommt es an Störstellen zu irreversiblen Versetzungen im Kristallgitter. Da das Verhalten ohne Verfestigung erfolgt (ideal plastisch), geschieht dies lokal in Form sogenannter Lüdersbänder, während der Rest des Stabes ohne zusätzliche Verformungen bleibt. Der Fließvorgang ist abgeschlossen, wenn sich die Lüdersbänder über die gesamte Stablänge erstrecken. Erst dann kommt es wieder zu einer Spannungszunahme, bei etwa konstantem Volumen ( $\nu = \nu_{pl} = 0.5$ ). Infolge Querkontraktion nimmt daher die effektive Querschnittsfläche  $A_{s,eff}$  ab. Die effektive Spannung  $\sigma_{s,eff}$  nimmt daher schneller zu als die nominelle  $\sigma_s$ . Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit  $f_t$  nimmt die effektive Spannung schneller zu, als der effektive Querschnitt abnimmt; danach kehrt sich das Verhältnis um. Es



**Bild 2.12: Spannungs-Dehnungs-Diagramm von Bewehrungsstahl: (i) naturharter Stahl; (ii) kaltverformter, tordierter Stahl; (iii) abgerollter Stahl**

kommt zur Entfestigung und zu einer starken Einschnürung (starke Querschnittsabnahme) einer kleinen Bruchzone, und schliesslich zum Trennbruch.

Für Bewehrungsstäbe finden naturharte Stähle mit ausgeprägtem Fließplateau (Bild 2.12, Kurve (i)) oder kaltverformte Stähle mit kontinuierlichem Übergang in den Verfestigungsbereich Verwendung (Bild 2.12, Kurve (ii)). Letztere werden durch Tordieren (Tor-Stahl; veraltet) oder Ziehen durch immer kleiner werdende Öffnungen über den Fließbereich hinaus vorverformt. Der Stahl entlastet elastisch mit dem Modul  $E_s$ , so dass plastische Dehnungen verbleiben. Für die kaltverformten Stähle wird die Fließgrenze als Proportionalitätsgrenze definiert:  $f_{s,0.2}$ . Sie ergibt sich, wenn man in einem Spannungs-Dehnungs-Diagramm eine Gerade mit Steigung  $E_s$  einzeichnet, die die Dehnungsachse bei 0.2 % schneidet, und dann den Schnittpunkt dieser Geraden mit der Kurve des Bewehrungsstahls bestimmt. Die Zugfestigkeit kaltverformter Stäbe erscheint grösser als die naturharter Stähle, da sie auf den residuellen Querschnitt nach Vorverformung bezogen wird.

Stäbe geringen Durchmessers aus naturhartem Stahl werden oft aufgerollt gelagert. Das Abrollen führt neben der teilweisen Beschädigung der Staboberfläche auch zu plastischen Verformungen, so dass sich bei diesem Typ das Fließplateau abschwächt oder ganz verschwindet (Bild 2.12 (b), Kurve (iii)). Bügel werden häufig so hergestellt oder bewusst kaltverformt und besitzen daher meist kein Fließplateau.

Die charakteristischen Werte der Fließgrenze und der Zugfestigkeit liegt bei heute verwendeten Stählen bei etwa:

$$f_s \approx 500 \text{ MPa}, \quad f_t/f_s = 1.05..1.20 \quad (2.32)$$

Die Fließdehnung beträgt damit bei naturharten Stählen  $\varepsilon_{sy} = 500/205 \approx 2.5 \text{ ‰}$ . Die Bruchdehnung  $\varepsilon_{su}$  beträgt etwa 10..15 % für naturharte Stähle und 5 % für kaltverformte Stähle. Dank der Verfestigung ist Stahl ein sehr duktiler Werkstoff. Die Verfestigung muss aber ausreichend sein, um Störstellen mit reduziertem Querschnitt  $A_{s,red}$  entlang der Stabachse kompensieren zu können. Damit das Fließplateau erreicht werden kann, muss gelten:

$$\frac{f_t}{f_s} \geq \frac{A_s}{A_{s,red}} \quad (2.33)$$

Das Verhältnis  $f_t/f_s$ , auch Duktilitätsreserve genannt, ist bei kaltverformten Stählen generell kleiner als bei naturharten Stählen. Da aber die Bruchdehnung meist deutlich kleiner ist, ergibt sich für kaltverformte Stähle normalerweise ein steiferes Verfestigungsverhalten.

Da sich die grossen Verformungen, die zum Erreichen der Zugfestigkeit nötig sind, in Stahlbetonbalken meist nicht einstellen, wird nur mit der Fließgrenze bemessen.

Stahl reagiert auf Druck ungefähr gleich wie auf Zug, solange Stabilitätsversagen der schlanken Bewehrungsstäbe verhindert wird, etwa durch Umschnürungsbewehrung. Interessanterweise führt hier die Volumenkonstanz im Verfestigungsbereich zu einer Zunahme des effektiven Querschnitts, so dass die nominellen Spannungen  $\sigma_s$  sogar grösser werden als die effektiven  $\sigma_{s,eff}$ . Der Verfestigungsbereich wird aber kaum erreicht, da der umgebende Beton diese grossen Verformungen nicht zerstörungsfrei ertragen kann.

Für den Werkstoff Stahlbeton erweist es sich als günstig, dass Beton und moderne Bewehrungsstäbe unter Druck bei etwa der gleichen Dehnung ihre Festigkeit (Fließgrenze) erreichen:

$$\varepsilon_0 \approx -2\text{‰}, \quad \varepsilon_{sy} \approx -2.5\text{‰}$$

Dies bedeutet, dass hochfeste Materialien wie nicht vorgespannter Spannstahl oder Karbonfaserverwerkstoffe als schlaife Druckbewehrung für gewöhnliche Betongüten ungeeignet sind.

Bewehrungsstäbe wurden früher glatt eingesetzt. Zur Verbesserung des Verbunds wurden gerippte Stäbe eingeführt.

### Spannstahl

Spannstahl ist stark kaltverformter Stahl. Die Kaltverformung findet meist durch Kaltziehen durch immer enger werdende Löcher statt. Dieses Verfahren ist vor allem bei geringen Stabdurchmessern effizient.

Die Proportionalitätsgrenze beträgt etwa das Dreifache derjenigen des Betonstahls. Sie wird hier mit einer bleibenden Verformung von 0.1 % definiert ( $f_{p,0.1}$ ).

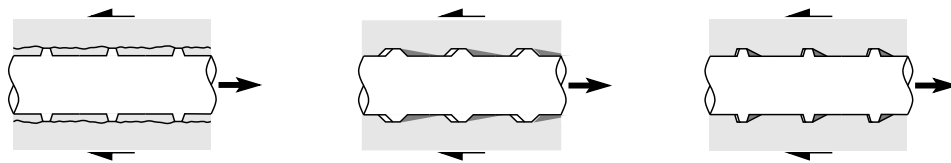
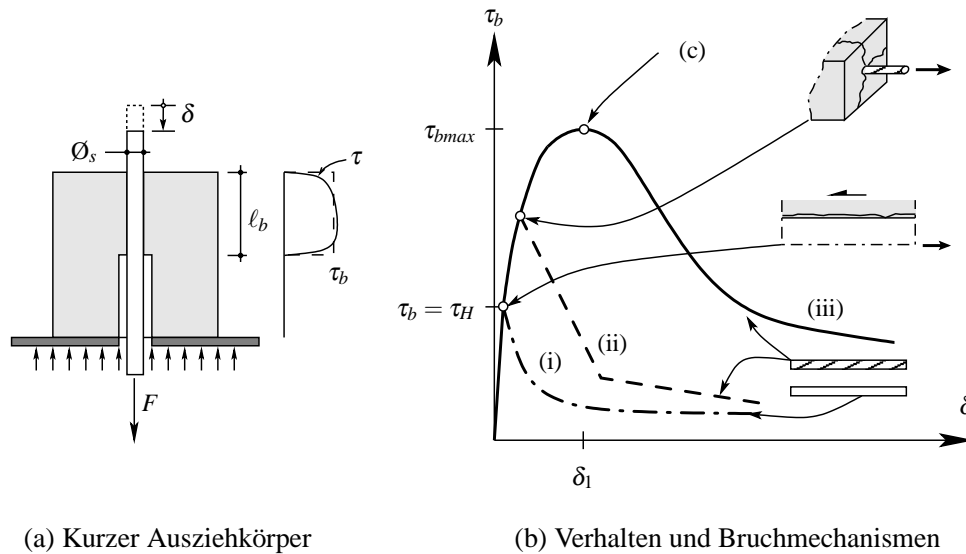
Die zum Erreichen dieser Spannung nötigen Verformungen kann der Beton nicht zerstörungsfrei ertragen. Daher wird Spannstahl verbundfrei vorgespannt und dann der Verbund mit dem Beton hergestellt. Damit dieser Vorgang möglichst reibungsfrei geschieht, sind Spannstahlstäbe meistens glatt; Ausnahmen gibt es bei der Spannbettvorspannung.

Spannstahlstäbe werden heute generell zu siebendrähtigen Litzen zusammengefasst. Dadurch sind die Stäbe um die Längsachse verwunden. Litzen reagieren daher weicher auf eine Längskraft. Der scheinbare Elastizitätsmodul, das Verhältnis zwischen Proportionalitätsgrenze und Zugfestigkeit und die Bruchdehnung betragen:

$$E_p = 195000 \text{ MPa}, \quad f_p/f_{p,0.1} = 1.15, \quad \varepsilon_{pu} = 50\text{‰} \quad (2.34)$$

## 2.4 Verbund und Rissbildung

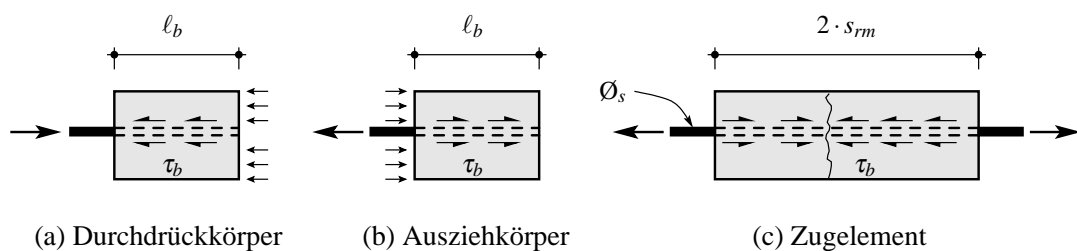
Der Bewehrungsverbund ist ein lokales Lasteinleitungsproblem, das von der Beschaffenheit der Bewehrung, ihrer Oberfläche und des umgebenden Betons abhängt. Es wurden bis in die fünfziger Jahre vornehmlich glatte Rundeisen verwendet, deren Haftverbund von einem Reibverbund mit konstanter, geringer Schubspannung abgelöst wird (Bild 2.13). Wegen der geringen Verbundqualität wurde die Verankerung durch Haken, Stabkopfverbreiterungen oder Aufbiegungen vorgenommen. Gleichzeitig hatten die verwendeten Stähle damals geringe Fließgrenzen und eine grosse Duktilitätsreserve, weswegen Verbundprobleme häufig bis in den plastischen Bereich untersucht wurden.



(c) Bruch durch 'Pull-out'

**Bild 2.13: Versuchskörper und mittlere Verbundspannung  $\tau_b$  als Funktion des Schlupfs  $\delta$  am lastfreien Ende, dargestellt für glatte Stäbe durch Kurve (i) und gerippte Stäbe durch die Kurven (ii) (ungenügende Betondeckung) und (iii); Brucharten**

Erste Verbundversuche zielten auf die Bestimmung der Haftfestigkeit, was vor allem mittels Durchdrück- ("push-in", Coignet und De Tedesco 1894, Mörsch 1906, [23, 113]) und Ausziehversuchen ("pull-out", [113]) geschah (Bild 2.14 (a,b)).



**Bild 2.14: Versuchskörper zur Bestimmung von Verbundverhalten**

Mörsch erkannte, dass bei langen Ausziehkörpern der grösstmögliche Verbundwiderstand erreicht wird, wenn der Stab auf einem Teil der Verbundlänge schon zu gleiten begonnen hatte, so dass die mittlere Verbundspannung geringer sein musste als die Haftspannung  $\tau_H$ , die bei kurzen Ausziehkörpern näherungsweise über die Verbundlänge  $\ell_b$  erreicht wurde.

Bei Durchdrückkörpern beobachtete er, dass die Plastifizierung und damit einhergehende Querschnittszunahme zu einer Verbesserung des Verbunds führt. Dies untersuchten Fernández Ruiz et al. [56, 57]. Mörsch berichtete auch, dass eine spiralförmige Bewehrung um den Bewehrungsstab die Verbundfestigkeit erhöht.

1903 stellte Considère fest, dass in prismatischen Stahlbetonzuggliedern ("Zugelement", Bild 2.14 (c)) die Dehnungen geringer sind als bei Verwendung der blossen Bewehrung, auch nach Rissbildung [31]. Er stellte fest, dass der zwischen den Rissen auf Zug beanspruchte Beton eine Versteifung des Zuggliedes zu Folge hatte, die auch bei hohen Lastniveaus nicht verloren ging und sogar konstant blieb. Dies wurde später als "Tension Stiffening" bekannt. Dass bei Dehnungen, die über die Rissdehnung weit hinausgehen, der Beton gleichbleibend viel Zug übertragen sollte, stiess damals auf so viel Widerstand, dass er sich gezwungen sah, erneut Versuche zu unternehmen, diesmal Biegeversuche mit Plastifizierung der Bewehrung [32], mit dem gleichen Ergebnis.

Die Einführung gerippter Bewehrungsstäbe hatte die Verbesserung der Verankerung und die Verringerung der Rissöffnungen zum Ziel. Dies veränderte den Verbundmechanismus entscheidend, er wurde sehr viel fester, aber auch spröder, da bei geringer Betondeckung  $c$  und geringer Querbewehrung Längsrisse die Betonoberfläche erreichen und den Beton zerstören (Bild 2.13 (b); auch "Splitting" genannt). Bei korrekter Bewehrungsanordnung kann dieser Mechanismus vermieden werden, und folgende Mechanismen (nach Cairns [16] und Andreasen [4]) werden unter Erreichen deutlich höherer mittlerer Verbundspannungen  $\tau_b$  massgebend (Bild 2.13 (c)):

- a) Scherversagen des Betons in der Rippenfuge,
- b) Aufweitung des Betons durch Rissbildung ermöglicht das Abgleiten des Stabes entlang flacher Rippen,
- c) Scherversagen des Betons vor steilen Rippen erzeugt flachere "Betonrippen"; Versagen dann wie bei b).

Alle drei Mechanismen werden als Bruch durch 'Pull-out' bezeichnet.

Für die Bügel wurden erst deutlich später gerippte Stäbe verwendet, da diese in den Gurten geschlossen sind und sich wie Aufbiegungen verankern, was häufig ausreichend war.

Als Materialgesetz wird meist die mittlere Verbundspannung  $\tau_b$  von Ausziehkörpern mit kurzer Verbundlänge  $\ell_b$  bestimmt, da sie in etwa der maximalen Verbundspannung entspricht. Das Verhältnis von  $\tau_b$  zur Relativverschiebung (Schlupf)  $\delta$  zwischen gerippter Bewehrung und umgebenden Beton lautet nach dem Model Code CEB-FIP 90 für den aufsteigenden Ast [30]:

$$\tau_b = 0.22 \cdot f_{cm} \cdot \left( \frac{\delta}{\delta_1} \right)^{0.21}, \quad \delta_1 = 0.1 \text{ mm}, \quad \tau_{bmax} = 0.22 \cdot f_{cm} \quad (2.35)$$

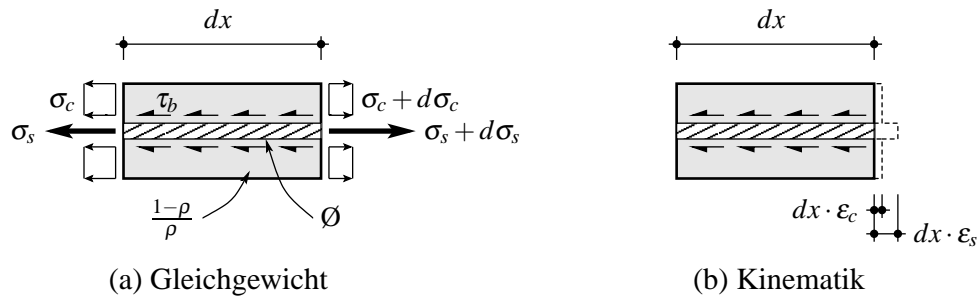
Die Zahlenwerte stellen eine eher vorsichtige Abschätzung dar. Bei grösseren Verbundlängen variiert die Verbundspannung stark über die Länge.

Rehm hat 1958 die Differentialgleichung für den verschieblichen Verbund für ein lineares Verbund-Schlupf-Gesetz gelöst [127, 128]. Das Gesetz wurde an kurzen Ausziehkörpern kalibriert. Zur Bestimmung der Differentialgleichung wird ein infinitesimales Stahlbetonelement betrachtet und das Gleichgewicht am Bewehrungsstab sowie am rechten Elementrand bestimmt (Bild 2.15):

$$\tau_b \cdot \emptyset \cdot \pi \cdot dx = d\sigma_s \cdot \frac{\emptyset^2 \cdot \pi}{4} \Leftrightarrow \frac{d\sigma_s}{dx} = \tau_b \cdot \frac{4}{\emptyset} \quad (2.36)$$



$$d\sigma_c \cdot \frac{1-\rho}{\rho} + d\sigma_s = 0 \quad (2.37)$$



**Bild 2.15: Differentielles Element des verschieblichen Verbunds für das Zugelement**

Die Änderung der Relativverschiebung (Schlupf) zwischen Bewehrung und Beton ist gleich der Dehnungsdifferenz:

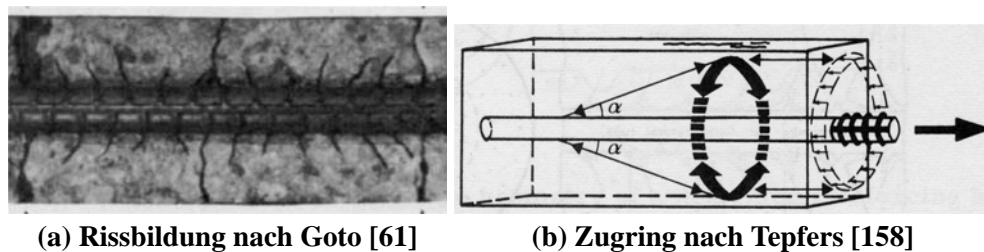
$$d\delta = dx \cdot (\epsilon_s - \epsilon_c) \Leftrightarrow \frac{d\delta}{dx} = \epsilon_s - \epsilon_c \quad (2.38)$$

Einmaliges Ableiten von Gl. (2.38) und Benutzung linear elastischer Materialgesetze sowie Substitution mit den Gln. (2.36, 2.37) führt zur Differentialgleichung, die für den Schlupf gelöst werden kann, wenn die Beziehung  $\tau_b(\delta)$  bekannt ist:

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = \frac{4 \cdot \tau_b(\delta)}{\phi \cdot E_s} \cdot \left(1 + \frac{\rho}{1-\rho} \cdot n\right) \quad (2.39)$$

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad \epsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_s}, \quad n = \frac{E_s}{E_c} \quad (2.40)$$

Die Funktionsweise des Mechanismus im Beton konnte erst 1971 von Goto nachgewiesen werden (Bild 2.16 (a)) [61]. In einem Zugelement bilden sich zwischen den durch Längszug erzeugten Primärrissen geneigte Risse, die von den Rippen des Bewehrungsstabes ausgehen. Am Rand von Primärrissen erreichen die Schrägrisse eben diese, so dass dort der Verbund sehr gering oder gar null ist. Die entstehenden Druckdiagonalen werden durch einen Zugring ins Gleichgewicht gebracht (Bild 2.16 (b)). Dies erkannte Tepfers 1973 [158]. Querbewehrung kann ebenfalls diese Funktion erfüllen.



**Bild 2.16: Verbundtragwirkung**

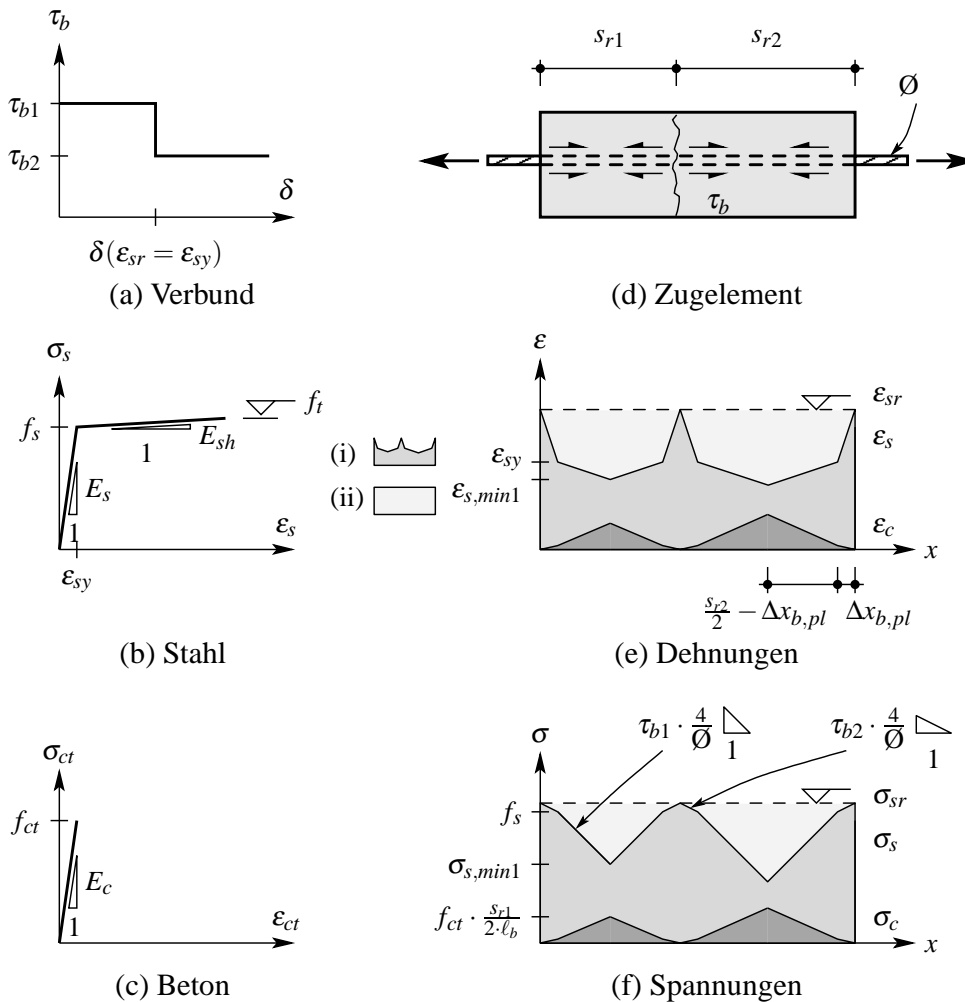
Shima et al. stellten 1987 fest [146], dass der Verbund nicht nur vom Schlupf, sondern auch von der Stahldehnung abhängt und insbesondere bei Fließen der Bewehrung sprunghaft abnimmt.

Das 1995 und 1998 von Marti, Alvarez, Kaufmann und Sigrist entwickelte Zuggurtmodell ("Tension Chord Model" oder TCM) verwendete daher einen abgetreppten Verlauf für die Verbund-Stahldehnungs-Beziehung, mit einem Abfall der Verbundspannung auf die Hälfte, sobald die Stahldehnung die Fließdehnung erreicht (Bild 2.17 (a)) [149, 2, 107]. Die verwendeten Werte waren:

$$\tau_{b1} = 0.6 \cdot f_c^{2/3}, \quad \tau_{b2} = 0.3 \cdot f_c^{2/3} \quad (2.41)$$

Das Modell soll im folgenden vorgestellt werden, da es die versteifende Wirkung der Zugzone durch einfache Materialgesetze wirklichkeitsnah beschreiben kann. Für den Stahl kann ein bilineares Materialverhalten angenommen werden, für den Beton unter Zug ein lineares Gesetz (Bild 2.17 (b,c)).

Die Lösung der Differentialgleichung für verschieblichen Verbund war mit diesem Verlauf analytisch möglich. Für einen Zuggurt kann damit die Länge, auf der die Betonspannung bis zur Zugfestigkeit ansteigt, analog zu Gl. (2.36) bestimmt werden ( $\Delta\sigma_c = -f_{ct}, \Delta x = \ell_b$ ):



**Bild 2.17: Zuggurtmodell 'Tension Chord Model' nach [149, 2, 107]**

$$\ell_b = \frac{f_{ct} \cdot \varnothing}{4 \cdot \tau_{b1}} \cdot \frac{1 - \rho}{\rho} \quad (2.42)$$

Für den Rissabstand  $s_r$  in einem Zugelement und den mittleren Rissabstand ergibt sich damit (Bild 2.17 (d)):

$$\ell_b \leq s_r \leq 2 \cdot \ell_b, \quad s_{rm} = \frac{3}{2} \cdot \ell_b \quad (2.43)$$

So kann über den Bewehrungsgehalt der mittlere Rissabstand und damit die Rissöffnung kontrolliert werden. Tatsächlich spielt aber auch die Position der Querbewehrung eine Rolle, da sie die Zugzone abschwächt, besonders bei Zuggurten in Balken. Darauf wies Fernández Ruiz 2005 hin [54]. Die hier hergeleiteten Beziehungen sind für hohe Bewehrungsgrade  $\rho \geq 3.0\%$ , wie sie in der Zugzone von profilierten Stahlbetonbalken auftreten können, beschränkt gültig, da die Gruppenwirkung von mehreren Bewehrungsstäben (Überlagerung der Zugringe) nicht berücksichtigt wird. Das Modell liefert dafür zu kleine Rissabstände.

Aufgrund der abschnittsweise konstanten Verbundspannung und der linear elastischen Materialgesetze ergibt sich bei einem Zuggurtelelement eine abschnittsweise lineare Verteilung der Spannungen und der Dehnungen im Beton und im Stahl (Bild 2.17 (e,f)). Die versteifende Mitwirkung des Betons auf Zug kann als das Verhältnis der Flächen (i) und (ii) ausgedrückt werden, was dem Verhältnis mittlerer Dehnung  $\varepsilon_{sm}$  zu Rissdehnung  $\varepsilon_{sr}$  entspricht. Im elastischen Bereich erhält man:

$$\Delta\varepsilon_{s,el} = \varepsilon_{sr} - \varepsilon_{sm} = \frac{\tau_{b1}}{2} \cdot \frac{s_{rm}/2 \cdot \pi \cdot \varnothing}{E_s \cdot \varnothing^2 \cdot \pi/4} = \frac{s_{rm} \cdot \tau_{b1}}{E_s \cdot \varnothing} \quad (2.44)$$

Bei Fließen der Bewehrung nimmt die versteifende Wirkung rapide zu. Daher reißen Zuggurte bei deutlich kleineren mittleren Dehnungen als nackte Bewehrungsstähle. Je grösser die Duktilitätsreserve  $f_t/f_s$ , desto länger wird der plastische Bereich  $\Delta x_{b,pl}$ , so dass die versteifende Wirkung bei grossen plastischen Dehnungen verhältnismässig (Fläche (i) zu (ii)) wieder kleiner und der Zuggurt duktiler wird.

Beginnt die Bewehrung zu fließen und ist die Spannung  $\sigma_{sr} > f_s$  bekannt, dann kann über das Gleichgewicht am Stab die Länge  $\Delta x_{b,pl}$  bestimmt werden:

$$\Delta x_{b,pl} = \varnothing \cdot \frac{\sigma_{sr} - f_s}{4 \cdot \tau_{b2}} \leq \frac{s_{rm}}{2} \quad (2.45)$$

Die kleinste Stahlspannung  $\sigma_{s,min}$  zwischen den Rissen wird:

$$\sigma_{s,min} = f_s - \tau_{b1} \cdot \frac{4}{\varnothing} \cdot \left( \frac{s_{rm}}{2} - \Delta x_{b,pl} \right) \quad (2.46)$$

Die versteifende Wirkung bei plastifizierender Bewehrung lässt sich unter Anwendung der Materialgesetze berechnen zu:

$$\Delta\varepsilon_{s,pl} = \varepsilon_{sr} - \varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sr} - \frac{1}{s_{rm}} \left[ \Delta x_{b,pl} \cdot (\varepsilon_{sr} + \varepsilon_{sy}) + \left( \frac{s_{rm}}{2} - \Delta x_{b,pl} \right) \cdot (\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{s,min}) \right] \quad (2.47)$$

Das Zuggurtmodell oder Tension Chord Model ist ein konsistenter Ansatz zur Beschreibung der versteifenden Mitwirkung des Betons auf Zug. Versagen durch Splitting wird allerdings ausgeschlossen, so dass der Bewehrungsgehalt nicht zu gross sein darf (etwa  $\rho < 3.0\%$ ). Abschliessend soll bemerkt werden, dass die Verbundspannung demnach neben Material- und geometrischen Parametern vor allem vom Schlupf und von der Stahldehnung abhängt, wegen Randeffekten aber auch von der Position entlang des Stabes. Dies hatte auch Mörsch schon erkannt [113].

Bei Modellbetrachtungen werden die Risse im Stahlbeton häufig als "verschmiert" betrachtet. Bezüglich Verbund bedeutet dies, dass die Rissöffnungen als Längsdehnung auf den Beton verteilt werden. Dann gilt aber aus kinematischen Gründen  $\varepsilon_s = \varepsilon_c$  (perfekter Verbund). Das Verhalten in der Verbundfuge muss dann entweder dem Beton zugeschlagen werden [162] oder der Bewehrung [52].

### 2.5 Vorspannung

Bei der Vorspannung wird zwischen der Vorspannung mit sofortigem Verbund und der Vorspannung mit nachträglichem Verbund unterschieden.

Vorspannen mit nachträglichem Verbund hat gegenüber der Vorspannung mit sofortigem Verbund den Vorteil, dass auf massive Ankerblöcke verzichtet werden kann, da der Beton des Tragwerks schon erhärtet ist, so dass das Tragwerk gegen sich selbst gespannt werden kann. Dies macht erst die Vorspannung in-situ möglich.

So kann auch die Durchlaufwirkung bei Mehrfeldbalken erzielt werden. Zum Spannungsaufbau ohne Zerstörung des Betons müssen die Spannglieder aber vom Beton getrennt bleiben. Sie werden daher in Hüllrohren geführt, die bei der internen Vorspannung innerhalb des Betonquerschnitts verlaufen.

Die Hüllrohre werden später mit Injektionsmörtel zur Herstellung des Verbunds oder mit Wachs oder Fett zwecks Korrosionsschutz verfüllt. Für den letzteren Fall spricht man von der Vorspannung ohne Verbund.

#### Vorspannung mit Verbund

Die Spannkraft, die der Spannglieddehnung  $\varepsilon_p$  entspricht, wird an den Enden eingeleitet. Der Kraftzuwachs wird durch Verbund an jeder Stelle entlang des Kabels ermöglicht. Wenn perfekter Verbund angenommen wird (verschmierte Risse), so gilt folgende Verträglichkeitsbeziehung für die Dehnung des Betons entlang der Spannbewehrung:

$$\varepsilon_c(s) = \varepsilon_p(s) - \Delta\varepsilon_p \quad (2.48)$$

Die Variable  $s$  ist die Ordinate entlang der kurvenförmigen Achse des Spannglieds.

#### Vorspannung ohne Verbund

Die Spannkraft und der Kraftzuwachs wird an den Enden eingeleitet, und die Dehnung in der Spannbewehrung ist konstant über die Balkenlänge. Die Verträglichkeitsbeziehung kann nur integral entlang der Spannbewehrung formuliert werden:

$$\int_{\ell_p} \varepsilon_c(s) ds = (\varepsilon_p - \Delta\varepsilon_p) \cdot \ell_p \quad (2.49)$$

Bei  $\ell_p$  handelt es sich um die abgerollte Spanngliedlänge.

#### Verbundwirkung bei Spannstahlbewehrung

Spannstahlbewehrung ist meist glatt, so dass zum Aufbau der grossen Spannungen bei der Vorspannung mit nachträglichem Verbund spezielle Ankervorrichtungen an den Spanngliedenden angebracht werden. Entlang des Spannglieds wird die Verbundfestigkeit durch das System

Spannstahl-Injektionsmörtel-Hüllrohr-Umgebungsбетон bestimmt. Da das Hüllrohr einen Zugringeffekt entwickeln kann (zumindest bei Stahlhüllrohren), spielt die Mörtelfestigkeit möglicherweise eine geringe Rolle. Die Verbundspannung wird auf dem idealisierten Verbundumfang  $\pi \cdot \varnothing_{p,id}$  des Spanngliedbündels aktiviert, der bei Litzenspanngliedern nach [106] die kleinste konvexe Hülle um die Gesamtheit der Litzen darstellt:

$$\text{Litzen: } \pi \cdot \varnothing_{p,id} = 6 \cdot \left( \pi - 3 + \sqrt{12 \cdot n - 3} \right) \cdot \sqrt{\frac{A_p}{7 \cdot \pi \cdot n}} \quad (2.50)$$

Bei  $A_p$  handelt es sich um den Stahlquerschnitt des Spannglieds;  $n$  ist die Anzahl der Litzen pro Spannglied. Bei Spanngliedern aus Einzeldrähten dürften diese dagegen enger zusammenliegen, da sie nicht um die Längsachse verwunden sind. Dies wurde auch bei den eigenen Versuchen festgestellt [65]). Für Spannglieder aus Einzeldrähten wird der wirksame Verbundumfang wohl besser durch eine von Trost et al. vorgeschlagene Beziehung beschrieben, die den Umfang eines Ersatzstabes mit gleichem Querschnitt darstellt [160]:

$$\text{Drähte: } \pi \cdot \varnothing_{p,id} = \sqrt{4 \cdot \pi \cdot A_p} \quad (2.51)$$

Die Verwendung von Litzen gegenüber Einzeldrähten in den Spanngliedern erhöht die mittlere Verbundfestigkeit, da erstere verwunden sind. Die Untersuchungen von Trost et al. [160] zeigen dies und darüber hinaus, dass die Verbundfestigkeit bei zentrisch im Hüllrohr liegenden Spanngliedern höher ist als bei am Hüllrohr anliegenden. Für grössere Spannglieder ( $F_p = 2.5 \text{ MN}$ ) nimmt die Verbundfestigkeit von Litzenspanngliedern ab.

Zur Berechnung der Einleitungslänge  $\ell_{bp}$  für die Vorspannung  $\sigma_p$  kann vereinfachend  $\tau_{bp} = \tau_{bp1} = \text{konst.}$  angenommen werden, wobei  $\tau_{bp1}$  die mittlere Verbundfestigkeit ist. Die Einleitungslänge berechnet sich dann mittels Gleichgewicht entlang der Spannbewehrung mit dem Durchmesser  $\varnothing_{p,id}$ . Dieser entspricht beim Einzeldraht dem tatsächlichen Durchmesser.

$$\ell_{bp} = \frac{\sigma_p}{4 \cdot \tau_{bp1}} \cdot \varnothing_{p,id} \quad (2.52)$$

Bei Vorspannung mit sofortigem Verbund beträgt sie je nach Durchmesser, Beton und Vorspannung 500 – 1000 mm, und ist damit zu lang für direkten Kraftaufbau. Beim Auflager muss daher immer auch schlaffe Längsbewehrung vorhanden sein, da es sonst zum Verankerungsbruch kommt. Allerdings wird die Einleitungslänge durch Querpressung reduziert.

## 2.6 Zusammenfassung und Folgerungen

Das Materialverhalten von Stahl und Beton kann quantifiziert werden. Für deren Interaktion durch Verbund sowie die Anwendung der Vorspannung gelingt dies ebenfalls.

Beton besitzt zu einem gewissen Masse sprödes Verhalten, das mit der Betongüte zunimmt. Damit lässt sich die weniger als lineare Abhängigkeit der Verbundfestigkeit von der Zylinderdruckfestigkeit erklären.

Die Druckfestigkeit des Betons wird vom Spannungs- und Dehnungszustand beeinflusst.

Schlankheitseffekte treten in verbügelten Balkenstegen nicht auf, da die unter Zug stehende Bewehrung stabilisierend wirkt.



# 3 Untersuchung des Querkraftwiderstands

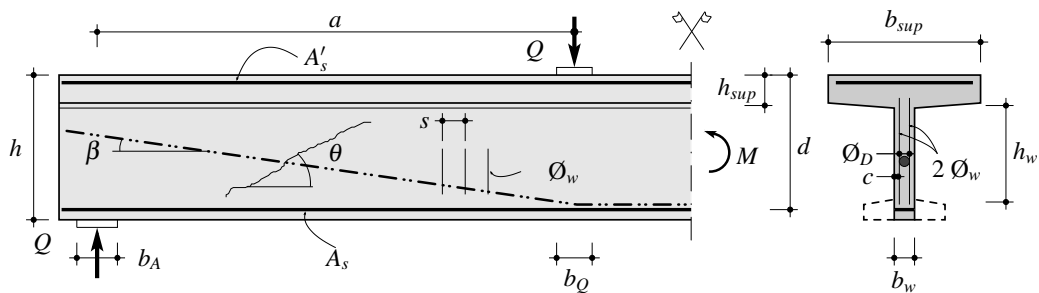
## 3.1 Einleitung

Bei der Bemessung von Stahl- und Spannbetonträgern muss der Querkraftwiderstand bekannt sein, um insbesondere den spröden Stegdruckbruch durch Versagen des Stegbetons vermeiden zu können. Dieses Thema wurde in der Vergangenheit intensiv experimentell untersucht, was im folgenden dargestellt wird; siehe dazu auch die Berichte zum Stand der Forschung [27, 28, 3, 71, 5]).

In letzter Zeit konzentriert sich die experimentelle Forschung auf die effektive Druckfestigkeit des Stegbetons, und auf die Phänomene, die diese beeinflussen. Diese werden im Anschluss behandelt, wobei auch der Vergleich mit empirisch ermittelten Bruchkriterien und Normvorschriften einbezogen wird.

## 3.2 Versuche an Stahl- und Spannbetonträgern

Generell werden nur Balken mit Bügelbewehrung behandelt. Bei der Beschreibung von Versuchen werden die Bezeichnungen aus Bild 3.1 verwendet.



**Bild 3.1: Typischer Aufbau von Versuchen an Balken mit Schubbewehrung**

Dabei gilt:

$$a_{sw} = 2 \cdot \frac{\sigma_w^2 \cdot \pi}{4 \cdot s} \quad (3.1)$$

$$\rho_w = \frac{a_{sw}}{b_w} \quad (3.2)$$

Bei  $f_c$  handelt es sich um die Zylinderdruckfestigkeit und bei  $f_{cc}$  um die Würfeldruckfestigkeit des Stegbetons. Der Winkel  $\theta$  beschreibt sowohl die Neigung der Risse als auch der sich nach

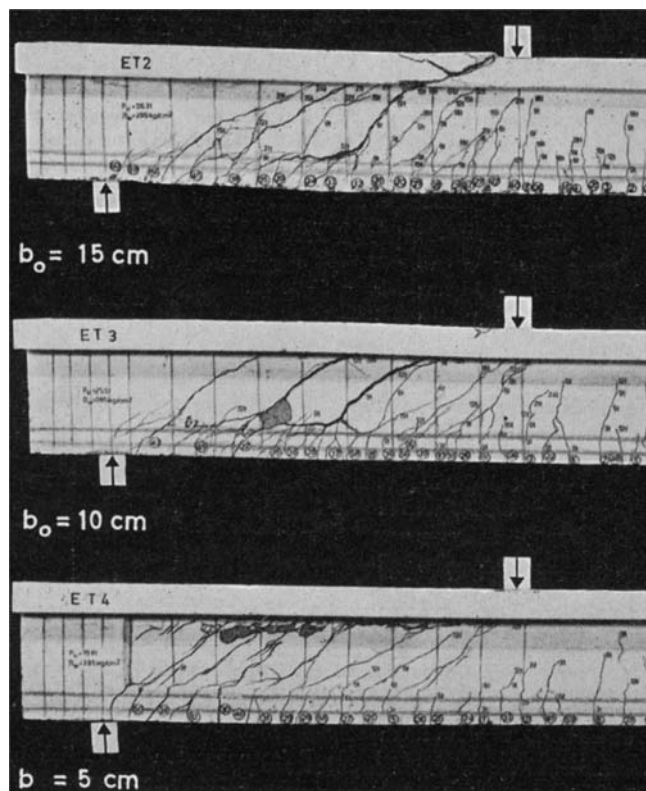
Modellvorstellung entwickelnden Druckstreben. Bei den im folgenden beschriebenen Versuchen war die etwaig vorhandene Vorspannung generell mit Verbund erfolgt. Bei Vorspannung ohne Verbund wird dies explizit erwähnt.

Mörsch untersuchte zu Beginn des 20. Jahrhunderts das Schubtragverhalten von einfachen Balken unter verteilter Last mit T-Querschnitt mit und ohne Schubbewehrung [113]. Die gesamte Bewehrung bestand aus glatten Rundeisen. Beim verbügelten Balken ergab sich eine deutlich höhere Bruchlast und Verankerungsbruch. In der mit schrägen Bügeln versehenen Balkenhälfte konnte Mörsch Betonabplatzungen entlang dieser Bügel feststellen.

Er kam zu dem Schluss, dass allein geneigte Schubbewehrung die schiefen Hauptzugspannungen nach Rissbildung aufzunehmen vermögen, während entgegengesetzt geneigte Betondruckstreben die Hauptdruckspannungen aufnehmen mussten. Die Neigung der Druckstreben berechnete er zu  $\theta = 45^\circ$ .

Es sei angemerkt, dass damals aufgrund der verwendeten glatten Rundeisen die Verbundspannungen entlang der Längsbewehrung gering waren, was die Schubtragfähigkeit einschränkte ( $\ell/h = 5.36/0.37$ ). Die Bügel waren entweder geschlossen oder besaßen Haken, was für die Verankerung ausreichend war.

Robinson unternahm 1961 Versuche an stark profilierten, einfachen Balken mit ausmittiger Einzellast [135]. Bügel und Längsbewehrung waren glatt. Er erzielte Stegdruckbrüche (Versagen des Stegbetons auf Druck).



**Bild 3.2: Änderung des Schubdruckbruchs bei Variation der Stegdicke ( $b_w = 150..50 \text{ mm}$ ); Versuche ET2, ET3 und ET4 nach Leonhardt und Walther [94]**



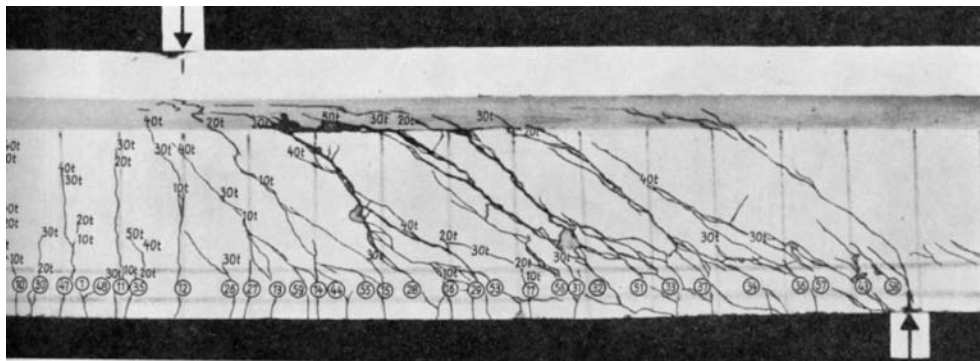
Zu Beginn der sechziger Jahre unternahmen Leonhardt und Walther eine ausgedehnte Reihe an Schubversuchen ('Stuttgarter Schubversuche', [94, 95, 96, 97]). Ziel war es, die damals sehr konservativen deutschen Vorschriften hinsichtlich Bügelbemessung zu überprüfen. Diese verlangten gemäss den Arbeiten von Mörsch die Abdeckung der schiefen Hauptzugspannungen, die an der neutralen Faser im (ungerissenen) Gebrauchszustand auftreten. Der Einfluss der Neigung der Bügel auf die Bruchlast sollte ebenfalls untersucht werden.

In einer Versuchsserie wurde die Stegbreite variiert ( $a = 1.050\text{ m}$ ,  $d = 0.300\text{ m}$ ,  $b_w = 0.050..0.300\text{ m}$ ,  $c \approx 0.010\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 25..29\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.2..1.0\%$ ) [94]. Bei grosser Stegdicke stellte sich ein Stegdruckbruch mit Lokalisierung in einem Schrägriss ein, kombiniert mit Versagen der Biegedruckzone, während bei abnehmender Stegdicke die Bruchzone grösser wurde und sich durch Betonabplatzungen im Steg charakterisierte (Bild 3.2).

Bei zwei profilierten Balken mit sehr starker Schubbewehrung ( $a = 2.500\text{ m}$ ,  $d = 0.825\text{ m}$ ,  $b_w = 0.100\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 27..30\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 2.8\%$ ) trat der Stegdruckbruch bei geneigten Bügeln für eine deutlich höhere Bruchlast ein [94, 95]. Etwa auf halber Steghöhe platzte der Beton ab und legte die Stegbewehrung frei. Die Autoren wiesen darauf hin, dass die schlanken Stege nicht ausknicken konnten, da sie von der unter Zug stehenden Bügelbewehrung gehalten wurden.

Die Bügeldehnungen waren beim Balken mit geneigten Bügeln deutlich grösser. Es ergaben sich steile Schrägrisse im Steg von  $\theta \approx 45^\circ$ .

In einer weiteren Serie untersuchten Leonhardt und Walther den Einfluss des Bügelbewehrungsgrades, der Betondruckfestigkeit und der Präsenz von Längsbewehrung im Steg bei T-Balken mit kräftigen Stegen ( $a = 1.125..1.250\text{ m}$ ,  $d = 0.375\text{ m}$ ,  $b_w = 0.160\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 19..34\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.3..1.3\%$ ) (Bild 3.3) [96]. Stegdruckbruch trat für hohe Bügelbewehrungsgehalte durch Abplatzungen des Stegbetons auf gesamter Höhe entlang der Bügel ein. Bei mittlerem Bügelbewehrungsgehalt trat der Stegdruckbruch am Zug- und Druckgurt ein, durch Versagen entlang geneigter Risse mit geringen Abplatzungen. Bei geringem Bügelbewehrungsgehalt trat der Stegdruckbruch entlang des Druckgurts auf und lokalisierte sich auf wenige Risse. Die Schubrisse wurden bei höherem Schubbewehrungsgrad steiler. Bei Fliessen der Bügelbewehrung kam es zur Bildung flacherer Neurisse im Steg. Bei Balken mit erhöhter Betondruckfestigkeit konnte kein Stegdruckbruch mehr erzielt werden. Das Einlegen einer Längsbewehrung im Steg hatte zu einer geringeren Bruchlast geführt.



**Bild 3.3: Rissbild und Stegdruckbruch für den Balken TA15 nach Leonhardt und Walther [96]**

Bild 3.3 zeigt das Rissbild des Balkens TA15 mit  $\rho_w = 0.6\%$  nach Bruch. Da es sich um T-Balken handelte, entwickelten sich die Schrägrisse im Steg generell aus Biegerissen am Zuggurt und waren daher gekrümmter Form. Unter der Einzellast waren sie praktisch senkrecht. Am Zuggurt selbst kam es zur Sammelrissbildung, da der Bewehrungsgehalt am Zuggurt deutlich höher war als im Steg (Konzentration der Längsbewehrung). Die Schrägrisse schmiegteten sich flach an den Druckgurt an.

In der Schweiz war die Normsituation anders als in Deutschland. Die Norm SIA 162 aus dem Jahr 1968 erlaubte das Anbringen einer lediglich konstruktiven Schubbewehrung, wenn die Hauptzugspannungen einen gewissen Wert nicht überschritten [150].

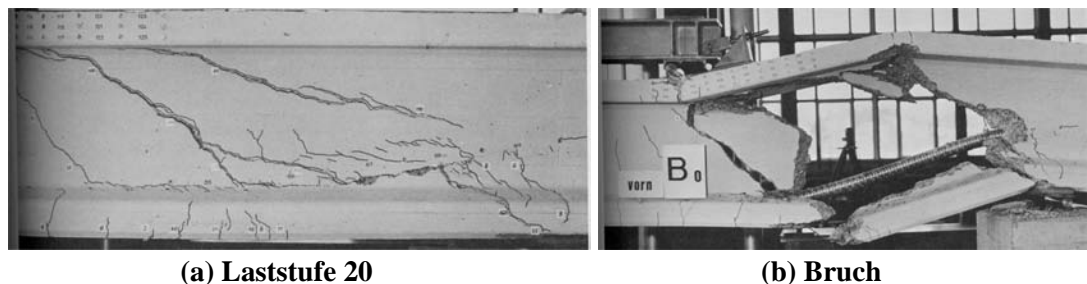
Dies hatte in der Praxis zur Folge, dass Spannbetonträger meist mit wenig Schubbewehrung und sehr schlanken Stegen, dafür aber mit grossen Vorspanngraden konstruiert wurden. Erst mit der Richtlinie SIA 162/34 wurde die Bemessung nach Plastizitätstheorie (Kapitel 4) Mitte der siebziger Jahre bindend [151].

Zu Beginn der siebziger Jahre unternahmen Caflisch, Thürlimann, Krauss, Bachmann et al. in Zürich Schubversuche an teilweise vorgespannten I-Stahlbetonträgern [13, 14, 15, 88].

In der A-Serie wurde die Betonfestigkeit, die Stegdicke, die Vorspannbewehrung sowie deren Neigung variiert ( $a = 1.500..2.300\text{ m}$ ,  $d = 0.516\text{ m}$ ,  $b_w = 0.100\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 34..47\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = -3.4..-12.7\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.2..0.9\%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0.. \approx 0.45$ ) [13]. Hier wird die Vorspannung als mittlere Druckspannung  $\sigma_{p,sup}$  im Druckflansch definiert, auch wenn das Spannglied im Zuggurt lag. Der Wert  $\emptyset_D/b_w$  drückt aus, wieviel der Stegdicke vom Durchmesser des Spannglieds eingenommen wird. Bis auf einen Balken versagten alle auf Biegung, was auch beabsichtigt war.

In der B-Serie sollte bei gleicher Querschnittsgeometrie das Schubtragverhalten bei Bruch untersucht werden ( $a = 1.000..1.500\text{ m}$ ,  $d = 0.516\text{ m}$ ,  $b_w = 0.080..0.140\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 28..42\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = -6.4..-12.0\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.3..0.8\%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0.. \approx 0.45$ ) [14]. Es wurden vertikale Dehnungen bis zu 20‰ gemessen (Messbasis 100 mm). Ein geneigtes Spannglied vermochte im selben Balken die Bügeldehnung um 1/3 im Vergleich zur gegenüberliegenden Schubspannweite mit geradem Spannglied zu reduzieren. Gleichzeitig führte es zu einer Steigerung der Schubtragfähigkeit, wobei der Einfluss des Spannungszuwachs nicht quantifizierbar war.

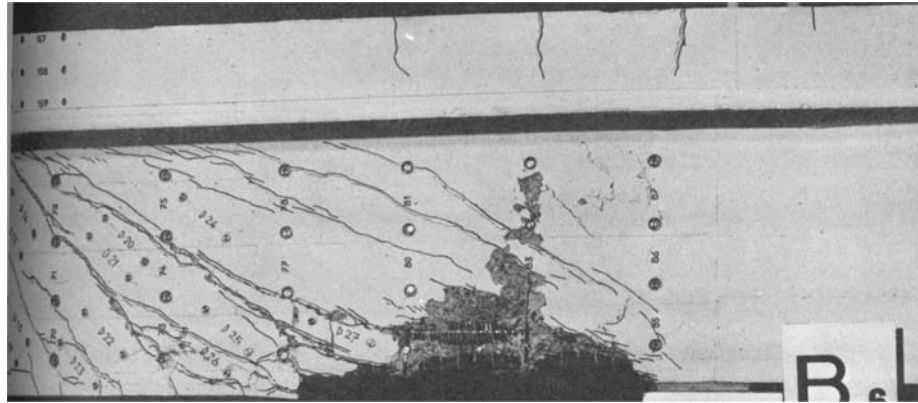
In Abwesenheit von Bügeln kam es zum "Stabilitätsversagen" des Stegs (Bild 3.4 (b);  $b_w = 100\text{ mm}$ ). Die Autoren wiesen darauf hin, dass das Spannglied den Steg erheblich geschwächt hatte ( $\emptyset_D/b_w \approx 0.45$ ) und schon beim Spannvorgang Längsrisse entlang des Spannglieds im Steg entstanden waren. Bild 3.4 (a) zeigt das Rissbild der letzten Laststufe vor dem Bruch. Die Flansche scheinen nach Stegversagen Schub übertragen zu haben.



**Bild 3.4: Balken B<sub>0</sub>: Schwächung des Stegs durch Längsrisse entlang des geneigten Spannglieds und "Stabilitätsversagen" nach Caflisch und Thürlimann [14]**

Die Autoren stellten fest, dass der Steg nur aufgrund von Schwächungen (kreuzende Bewehrung, Hüllrohre) auf halber Höhe brechen könnte. An den Flanschrändern bräche er bei Fließen der Schubbewehrung, was dem Steg grosse Schiebungen aufzwänge. Die an den Flanschen eingespannten Druckstreben würden dann dort brechen.

Die Autoren stellten auch Verankerungsbrüche fest, bei denen sich die (aufgrund der Vorspannung) sehr flachen Druckstreben nicht mehr am horizontalen Spannglied abstützen konnten (Bild 3.5).



**Bild 3.5: Balken B<sub>6</sub>: Verankerungsbruch entlang des Spannglieds nach Caffisch und Thürlimann [14]**

In der C-Serie wurde für I-Balken der Druckgurt und der Bügelabstand sowie -durchmesser variiert, bei gruppenweise konstantem Schubbewehrungsgrad und einer deutlich erhöhten Betonüberdeckung ( $a = 1.000..1.500$  m,  $d = 0.500$  m,  $b_w = 0.100$  m,  $c = 0.030$  m,  $f_{cc} = 44..52$  MPa,  $\sigma_{p,sup} = -7.0..-11.7$  MPa,  $\rho_w = 0.3..0.5$  %,  $\phi_D/b_w = 0$ ) [15].

Die Stegrisse waren bei geringerem Bügelabstand  $s$  und gleichem Bügelbewehrungsgrad dichter. Bei allen Versuchen traten mittlere bis hohe Vertikaldehnungen auf. Der Stegdruckbruch trat bei mittleren Vertikaldehnungen durch Abscheren des Druckflanschs ein. Unter hohen Vertikaldehnungen erfolgte er durch Versagen des Betons entlang der Schrägrisse auf halber Steghöhe und Abscheren des Druckflansches. Im Vergleich zur B-Serie mit nur  $c = 10$  mm Betonüberdeckung kam es zu weniger Abplatzungen.

1971 untersuchte Regan eine Vielzahl an Einfeldbalken unterschiedlicher Form mit einer Einzellast [125]. In den Schubversuchen wurden glatte naturharte Stäbe als Bügel verwendet. In der R-Reihe mit Rechteckbalken ( $a = 0.609..1.283$  m,  $d = 0.254..0.272$  m,  $b_w = 0.152$  m,  $c = 0.015..0.020$  m,  $f_{cc} = 16..60$  MPa,  $\rho_w = 0.1..0.8$  %) stellten sich Schubbrüche durch Lokalisierung der Stegverformungen in wenigen Rissen und Bruch der Biegedruckzone ein. Regan beobachtete, dass dort eine Rotationsöffnung der Risse mit Zentrum im Druckgurt stattfand. Er stellte bei Balken mit geringer Bügelbewehrung Schubübertragung durch Rissuferverzahnung fest.

Die Bruchlast nahm mit der Betondruckfestigkeit weniger als linear zu.

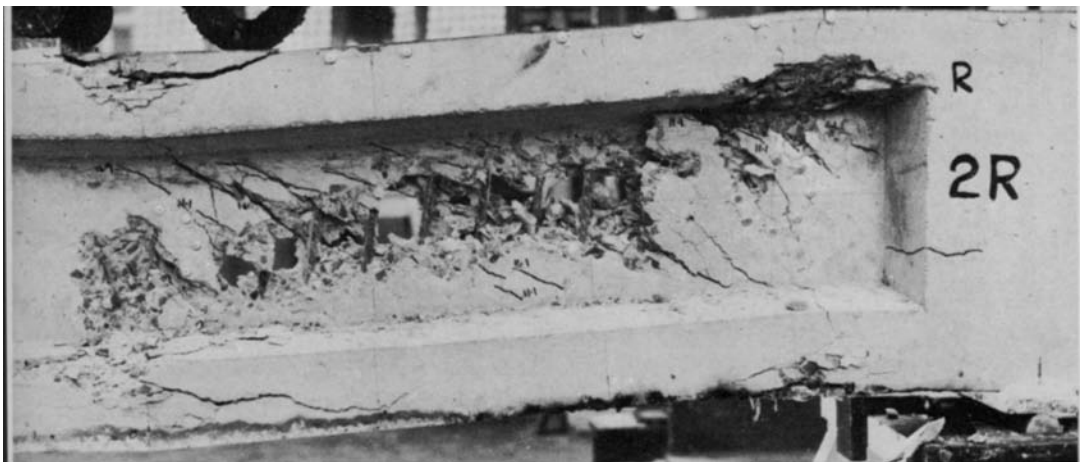
In der T-Serie wurden Balken mit T-Querschnitt und einer Einzellast getestet ( $a = 0.609..1.372$  m,  $d = 0.254..0.272$  m,  $b_w = 0.152$  m,  $c = 0.015..0.025$  m,  $f_{cc} = 17..67$  MPa,  $\rho_w = 0.1..0.9$  %). Regan berichtete, dass sich bei höheren Laststufen neue Risse gebildet hatten, die flacher waren als die bestehenden. Der Risswinkel war flacher als bei den Rechteckbalken, die die gleiche Stegbewehrung ( $a_{sw}$ ) hatten. Die Bruchlast nahm auch hier weniger als linear mit der Betondruckfestigkeit zu.

Die W-Serie bestand aus I-Balken mit sehr hohem Schubbewehrungsgehalt ( $a = 0.915\text{ m}$ ,  $d = 0.267\text{ m}$ ,  $b_w = 0.064\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_c = 13.46\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 2.1..3.2\%$ ). Hier wurden gerippte, naturharte Bügel verwendet. Bei allen Versuchen mit vertikalen Bügeln stellte sich der Stegdruckbruch auf halber Steghöhe durch Betonabplatzungen ein, ohne Bügelfliessen. Im Vergleich zu der T-Serie ergaben sich deutlich mehr Schubrisse und gleichmässige Rissöffnungen. Es ergab sich wieder ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen der Betondruckfestigkeit und der Schubbruchlast.

In der P-Serie wurden T-Balken mit geraden Spanngliedern im Untergurt und teilweise im Obergurt vorgespannt ( $a = 2.000..3.000\text{ m}$ ,  $d = 0.272..0.295\text{ m}$ ,  $b_w = 0.150\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 50\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = 0..10.4\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0..0.2\%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0$ ). Die Erhöhung der Vorspannung führte zu flacheren Rissneigungen und geringeren Bügeldehnungen. Bei sehr geringem Querbewehrungsgehalt konnte dadurch die Schubbruchlast erhöht werden.

1971 testeten Bennett und Balasooriya mit geraden Spanngliedern nachträglich vorgespannte I-Balken mit extrem dünnen Stegen ( $a = 0.254..1.016\text{ m}$ ,  $d = 0.225..0.422\text{ m}$ ,  $b_w = 0.025..0.032\text{ m}$ ,  $c = 0.010..0.013\text{ m}$ ,  $f_c = 30..45\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = 0..41.8\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 1.6..4.9\%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0$ ) [9]. Die glatte, starke Bügelbewehrung bestand aus einschenkeligen Stäben. Sie waren mit der Gurtbewehrung verschweisst.

Fast alle Balken versagten auf Stegdruckbruch durch Betonabplatzungen in halber Steghöhe (kein Bügelfliessen). Bei gewissen Balken hatten die Bügeldehnungen kurz vor Erreichen der Bruchlast abgenommen. Diese Abnahme war umso grösser, je grösser der Schubbewehrungsgrad war. Bennett und Balasooriya schlossen daraus, dass ein Teil der Schubkraft durch Flanschbiegung abgetragen wurde. Das Bild 3.6 zeigt einen ihrer Balken bei Bruch. Der Untergurt war so stark vorgespannt, dass keinerlei Biegerisse sichtbar sind. Mit wachsender Vorspannung erhöhte sich die Bruchlast.



**Bild 3.6: Bruchbild eines vorgespannten Trägers mit Flanschbiegung nach Bennett und Balasooriya [9]**

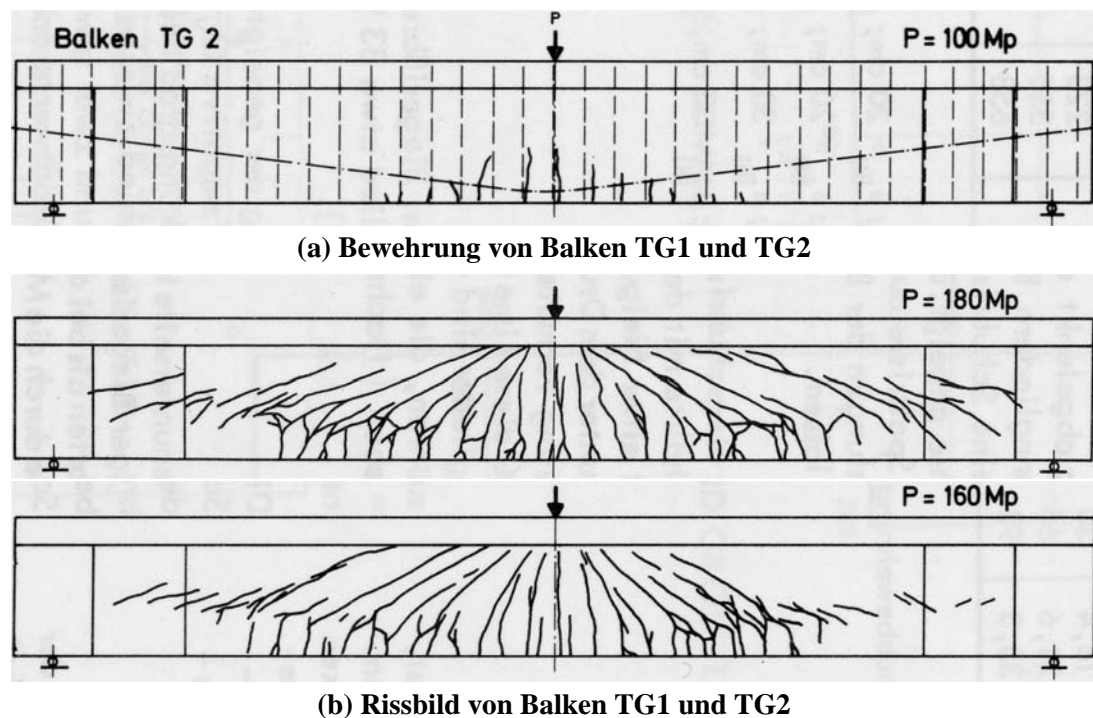
1973 untersuchten Krauss, Heimgartner und Bachmann bei profilierten I-Balken den Einfluss geneigter Spannglieder ( $a = 1.000..1.500\text{ m}$ ,  $d = 0.497..0.502\text{ m}$ ,  $b_w = 0.140\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 47..54\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = -7.9..-15.9\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.2\%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0..0.32$ ) [88]. Die Versuche sollten zeigen, welcher Teil des Balkenschubs durch den vertikalen Anteil  $V_p$  der Spanngliedkraft aufgenommen werden kann. Theoretisch muss dieser Wert zwischen dem der Vorspannkraft und der Fließgrenze liegen:

$$P_{\infty} \cdot \sin \beta \leq V_p \leq f_{p,0.1} \cdot A_p \cdot \sin \beta \quad (3.3)$$

Dabei ist  $\beta$  der Winkel zwischen dem Spannglied und der Längsachse. Bei ausreichender schlaffer Längsbewehrung zur Momentenabdeckung wurde in den Versuchen der obere Grenzwert der Gl. (3.3) erreicht. Bei Erhöhung des Längsbewehrungsgehalts ergaben sich kleinere Bügeldehnungen, was auf die Versteifung des Zuggurts zurückgeführt wurde.

1973 untersuchten Leonhardt et al. das Schubtragverhalten von grossen T- und I-Spannbetonträgern ( $a = 3.250$  m,  $d = 0.825..0.895$  m,  $b_w = 0.080..0.300$  m,  $c = 0.020$  m,  $f_{cc} = 30..60$  MPa,  $\sigma_{p,sup} = -1.1..-11.0$  MPa,  $\rho_w = 0.1..2.3$  %,  $\varnothing_D/b_w = 0..0.47$ ). Sie wollten unter anderem den Einfluss einer Längsvorspannung auf die Rissneigung und damit auf die Bügeldehnungen untersuchen.

Bei einer geraden Längsvorspannung führte eine Erhöhung des Vorspanngrades zu einer Erhöhung der Bruchlast, zu einem verkürzten Biegerissbereich, zu flacheren Rissneigungen (30 statt 37°) und zu geringeren Bügeldehnungen. Bild 3.7 (a) zeigt die Bewehrung und Bild 3.7 (b) das Rissbild zweier Balken für jeweils mehr als 90 % der Bruchlast.

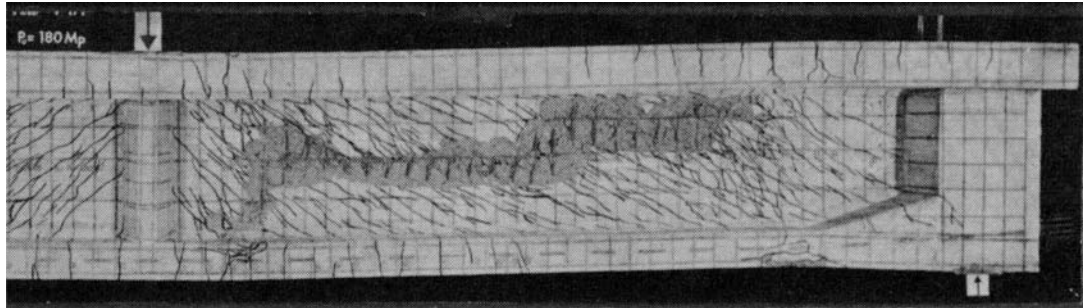


**Bild 3.7: Rissumlenkung und Längsrissbildung entlang des Spannglieds bei Versuchen von Leonhardt et al. [99]**

Es werden folgende Phänomene sichtbar:

- Am Spannglied findet eine starke Umlenkung der Rissrichtung statt.
- Entlang des Spannglieds kommt es zur verstärkten Rissbildung ( $\varnothing_D/b_w = 0.47$ ).

Für einen Balken mit sehr dünnem Steg und sehr starker Bügelbewehrung ( $b_w = 80 \text{ mm}$ ,  $\rho_w = 2.3 \%$ ,  $f_{cc} = 50 \text{ MPa}$ ) ergab sich ein Stegdruckbruch durch Betonabplatzungen, bei sehr geringem Rissabstand (Bild 3.8). Entlang der Längsbewehrung des Stegs war es zur Längsrissbildung gekommen. Der Querschott in Feldmitte hatte das Rissbild in Feldmitte vergleichsmässig.



**Bild 3.8: Bruchbild des vorgespannten Trägers IP4 nach Leonhardt et al. [99]**

1976 untersuchte Lyngberg vorgespannte I-Balken mit im Vergleich zu Bennett und Balasooriya [9] stärkeren Stegen und deutlich geringerer Vorspannung und Bügelbewehrung ( $a = 1.500 \text{ m}$ ,  $d = 0.540 \text{ m}$ ,  $b_w = 0.120 \text{ m}$ ,  $c = 0.020 \text{ m}$ ,  $f_{cc} = 26..34 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = 0..-9.0 \text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.5..0.7 \%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0$ ) [100]. Die Fließkraft des Zuggurts war in allen Versuchen dieselbe, verändert wurde der Anteil der Vorspannbewehrung. Die Bruchlast hing hier nicht wesentlich vom Vorspanngrad ab. Fließen der Bügel wurde generell erreicht. Bei fast allen Balken trat Stegdruckbruch durch Betonabplatzungen auf halber Steghöhe ein. Der Bruch wurde mit grösseren Vorspanngraden spröder.

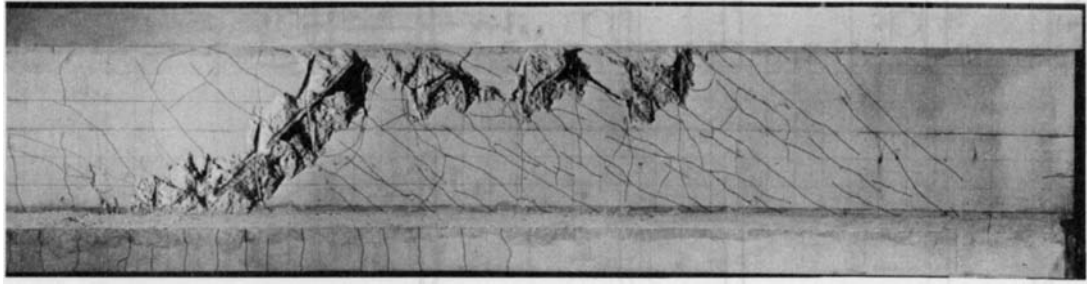
Ruhnau führte 1976 Bruchversuche an ausgebauten, zwanzig Jahre alten Spannbetonträgern mit glatten Bügeln und parabolischen, stark geneigten Spanngliedern durch ( $a = 3.000..5.000 \text{ m}$ ,  $d = 0.935 \text{ m}$ ,  $b_w = 0.140 \text{ m}$ ,  $f_{cc} = 54 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = -8.9 \text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.3 \%$ ,  $\emptyset_D/b_w \approx 0.20$ ) [138]. Die Vorspannverluste betrugen etwa  $1/3$ . Die Längsbewehrung war gering. Es waren Längsrisse entlang der Spannglieder im Steg zu sehen. Die Bügeldehnungen waren nur in Lastnähe bedeutend (Biegedruckbruch).

Ruhnau und Kupfer verwendeten 1978 geneigte oder senkrechte Spannglieder mit nachträglichem Verbund als Zusatz zur senkrechten, konventionellen Schubbewehrung für einen Spannbetonbalken ( $a = 3.100 \text{ m}$ ,  $d = 0.780 \text{ m}$ ,  $b_w = 0.080..0.120 \text{ m}$ ,  $f_{cc} \approx 35 \text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.4..0.7 \% + 0.3 \%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0.17..0.25$ ) [139]. Die Betonüberdeckung der Bügelspannglieder betrug  $\approx 55 \text{ mm}$ .

Die Rissneigung war gering ( $32^\circ$ ). Der Stegdruckbruch trat durch Abplatzungen entlang der geneigten Bügelspannglieder ein ( $\emptyset_D/b_w = 0.25$ ; Bild 3.9). Wo es zu keinen Abplatzungen gekommen war, sind in Bild 3.9 Risse parallel zu den Bügelspanngliedern zu sehen. Dies schien auf Verbundrisse ('Splitting') hinzudeuten.

In Kopenhagen wurden 1980 von Bach, Nielsen und Braestrup umfangreiche Tests an T-Balken vorgenommen ( $a = 1.050 \text{ m}$ ,  $d = 0.343..0.358 \text{ m}$ ,  $b_w = 0.200..0.380 \text{ m}$ ,  $c = 0.003..0.045 \text{ m}$ ,  $f_c = 8..36 \text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.2..1.5 \%$ ) [6]. Dabei wurde die Stegdicke, der Bügel- und Längsbewehrungsgehalt und die Betondruckfestigkeit variiert. Es handelte sich um glatte, naturharte Bügel. Die Betonfestigkeit war generell gering.

Bei fast allen Balken wurde Stegdruckbruch durch Versagen entlang der Schrägrisse erzielt;



**Bild 3.9: Bruchbild eines vorgespannten Trägers mit geneigten Bügelspanngliedern nach Ruhnau und Kupfer [139]**

die Längsbewehrung war variabel ( $\rho = 0.3..1.4\%$ ) und die Stege gedrungen. Die Erhöhung der Betonüberdeckung (19 auf 45 mm) führte zu einem Abspalten des Überdeckungsbetons kurz vor Bruch (Balken 6007c). Die Bruchlast nahm weniger als linear mit der Betondruckfestigkeit zu. Bach et al. untersuchten das Bruchverhalten mit der Plastizitätstheorie und erhielten gute Übereinstimmung. Das durch die Theorie vorhergesagte Fließen der Bügel konnte experimentell bei grösser werdendem Bügelbewehrungsgehalt immer weniger festgestellt werden.

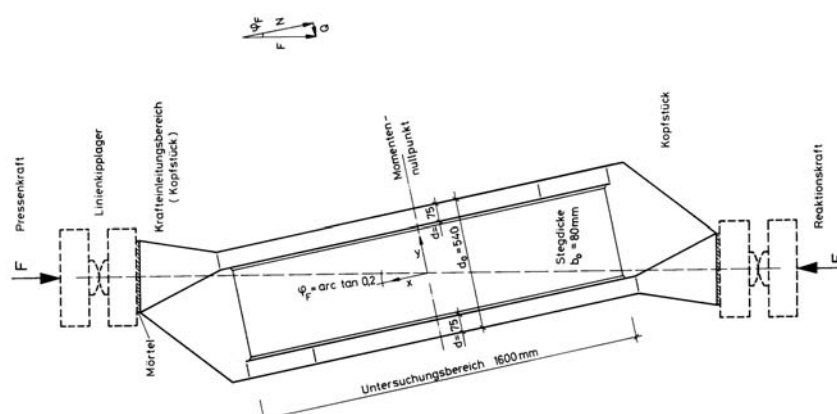
Bei sehr grossen Bügelbewehrungsgraden konnten sie keine Erhöhung der Schubtraglast mehr feststellen, da der Stegbeton der limitierende Faktor war.

1982 unternahmen Schäfer und Scheef Bruchversuche an einem mehr als zwanzig Jahre alten Spannbetonträger mit gedrungenem I-Querschnitt und parabolischen Spanngliedern ( $a = 8.305\text{ m}$ ,  $d = 0.733\text{ m}$ ,  $b_w = 0.236\text{ m}$ ,  $f_c = 73\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = -11.2\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.3\%$ ,  $\emptyset_D/b_w \approx 0.34$ ) [141]. Die bezüglich [138] gemachten Bemerkungen treffen auch hier alle zu.

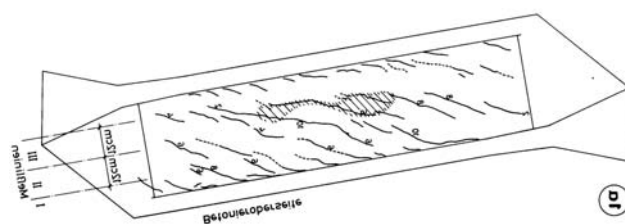
1984 führten Kordina, Hegger und Teutsch Versuche an vorgespannten I- und T-Balken durch ( $a = 2.000\text{ m}$ ,  $d = 0.680\text{ m}$ ,  $b_w = 0.100\text{ m}$ ,  $c = 0.020\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 21..32\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{pu,sup} = -8.3..-15.4\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.2..0.3\%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0$ ) [86]. Die Vorspannung war nachträglich mit oder ohne Verbund vorgenommen worden. Die angegebenen Werte  $\sigma_{pu,sup}$  stellen die Spannungswerte im Spannglied bei Bruch dar und beinhalten Zuwächse von bis zu 60 %. Die schlaffe Zuggurtbewehrung war gering ( $\rho \leq 0.15\%$ ).

Bei Vorspannung ohne Verbund kam es zu einer Konzentration der Biegerisse auf etwa 1.50 m Länge in Feldmitte. Der restliche Untergurt blieb überdrückt (über 80 % der Schubspannweite). Daher verhielten sich Balken mit Vorspannung ohne Verbund sehr ähnlich wie die mit Verbund. Die Rissneigung war bei allen Balken vergleichsweise gross (30..35 °). Kordina et al. stellten fest, dass die Neigung der Schubrisse bei I-Balken unabhängiger ist von den Biegerissen als bei T-Balken, da die Biegerisse bei letzteren schon bei geringen Lastniveaus (und geringer Schubbelastung) weit in den Steg hineinreichen.

1986 testeten Kupfer und Guckenberger Elemente auf konstanten Schub und grossen externen Längsdruck ( $\ell = 2.380\text{ m}$ ,  $h = 0.540\text{ m}$ ,  $b_w = 0.080\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 35\text{ MPa}$ ,  $\sigma_x = -17.3..-21.4\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.6..1.6\%$ ) [92]. Beide Kräfte wurden im Verhältnis 1:5 proportional gesteigert, was sich aus der Lastanordnung ergab (Bild 3.10 (a)). Die Elemente waren während der Versuche vollständig überdrückt. Die Flansche verjüngten sich in Richtung ihres unbelasteten Endes, so dass die Gurtdehnungen nur wenig über die Länge variierten ( $-1.1..-0.5\%$ ). Die Rissneigung betrug je nach Versuch 20..27 ° (Bild 3.10 (b)). Die Vertikaldehnung im Steg war in allen Versuchen gering ( $\approx 2.5\%$ , Messlänge 250 mm).



(a) Belastungsschema der Versuche



(b) Stegdruckbruch auf halber Steghöhe für Element 1a ( $\rho_w = 1.6\%$ , vertikale Bügel)

**Bild 3.10: Versuche von Kupfer und Guckenberger [92]**

Die Neigung der Bügel schien ohne Einfluss zu sein. Die Messung der Höhenänderung des gesamten Querschnitts ergab gleiche Werte wie die Stegdehnungen. Da beide Flansche unter Druck standen, konnte sich eine Bügeldehnung kinematisch nur durch eine Höhenzunahme des Querschnitts einstellen; eine Rotationsöffnung der Risse war unmöglich.

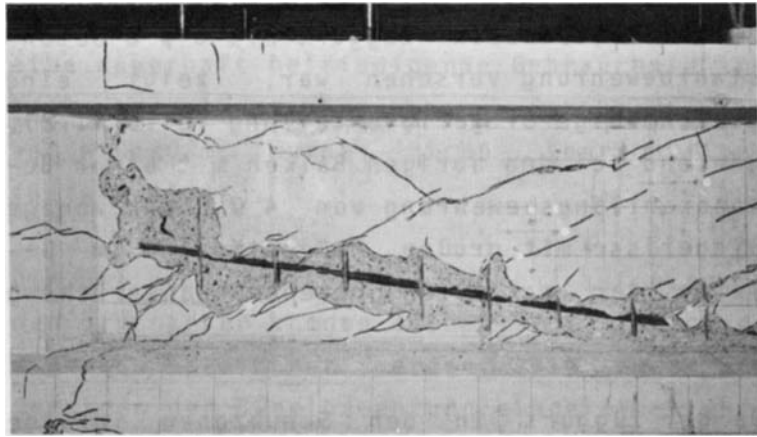
Bei den Elementen mit geringer Bügelbewehrung trat Stegdruckbruch durch Abscheren der Gurte ein. Bei höherem Bügelbewehrungsgehalt trat Stegdruckbruch durch Abplatzungen auf halber Steghöhe ein.

1987 führten Kordina und Hegger ihre vorhergehende Versuchsserie [86] mit Spannbetonträgern ohne Verbund fort, allerdings mit deutlich geringeren Schubbewehrungsgraden und höherer Betondruckfestigkeit sowie teilweise geneigten Spanngliedern ( $a = 2.000\text{ m}$ ,  $d = 0.680\text{ m}$ ,  $b_w = 0.100\text{ m}$ ,  $c = 0.020\text{ m}$ ,  $f_c = 36.51\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{pu,sup} = -13.1..-20.3\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.2..1.2\%$ ,  $\phi_D/b_w = 0.0.4$ ) [87]. Das Verhalten war mit der Serie aus [86] vergleichbar. Entsprechend der geringeren Bügelbewehrung war die Rissneigung geringer ( $24..30^\circ$ ). Bei Balken mit höherem Bügelbewehrungsgrad trat Stegdruckbruch durch Betonabplatzungen ein. Bei Präsenz geneigter Spannglieder im Steg lokalisierten sich diese entlang des Spannglieds ( $(\phi_D/b_w = 0.4)$ ; Bild 3.11).

Regan und Rezai-Jorabi untersuchten 1988 I-Balken mit normaler bis höherer Druckfestigkeit ( $a = 1.325\text{ m}$ ,  $d = 0.420\text{ m}$ ,  $b_w = 0.080\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_{cc} = 31..79\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.4..1.0\%$ ) [126]. Fließen der Bügel wurde immer erreicht. Bei Balken mit grossen Bügeldehnungen kam es zur Ausbildung von flachen Rissen, die die bestehenden, steileren, kreuzten.

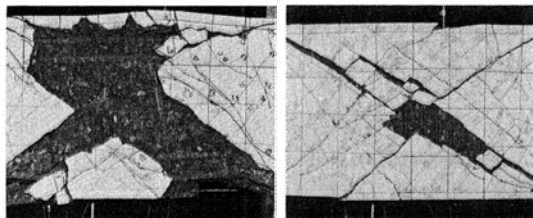
Stegdruckbruch trat für geringe Bügelbewehrung durch Abscheren entlang des Druckgurts und bei stärkeren Bügeln durch Betonabplatzungen auf halber Steghöhe ein. Der Bruch war für hohe Betondruckfestigkeiten explosiv. Die Schubtraglast wuchs mit der Betondruckfestigkeit weniger als linear an.





**Bild 3.11: Bruchbild des ohne Verbund vorgespannten Trägers B7: Abplatzungen entlang der Monolitzen ( $\emptyset_D/b_w = 0.4$ ) nach Kordina und Hegger [87]**

1990 testeten Sakaguchi et al. eingespannte Rechteckträger mit geringer bis hoher Betondruckfestigkeit und unterschiedlichem Schubbewehrungsgrad ( $\ell = 0.800..2.286$  m,  $d = 0.350$  m,  $b_w = 0.250..0.400$  m,  $c = 0.030..0.034$  m,  $f_c = 23..94$  MPa,  $\rho_w = 0.1..1.6$  %) [140]. Es handelte sich um glatte Bügel unterschiedlicher Güte. Die B-Serie hatte die schmale Stegbreite und ausnahmslos hohe Betondruckfestigkeit. Diese Versuche waren zyklisch. Der Bruch trat durch Stegdruckbruch ein, wobei der Überdeckungsbeton schervenartig entlang der recht glatten Schubrisse abfiel (Bild 3.12).



**(a) Balken B3**

**(b) Balken B4**

**Bild 3.12: Stegdruckbruch von hochfestem Beton (zyklische Belastung) nach Sakaguchi et al. [140]**

1992 führte Gauvreau Versuche an vorgespannten I-Trägern aus höherfestem Beton durch ( $a = 5.000$  m,  $d = 0.655$  m,  $b_w = 0.140$  m,  $c = 0.015$  m,  $f_{cc} = 57..78$  MPa,  $\sigma_{p,sup} = -12.1$  MPa,  $\rho_w = 0.2..0.7$  %,  $\emptyset_D/b_w = 0.29$ ) [59]. Die Spannglieder ohne Verbund waren parabolischer Form. Die Schubrisse waren über die gesamte Steghöhe stetig gekrümmt. Die Position der Spannglieder war im Gegensatz zu dem Fall einer Vorspannung mit Verbund nicht klar am Rissbild auszumachen.

1993 führten Sigrist und Marti Schubversuche an grossen I-Trägern durch. Dabei war ein Kragarm durch eine Einzellast und der angrenzende Einfeldbereich der Länge  $\ell$  durch eine Gleichlast belastet ( $\ell/2 = 4.800$  m,  $d \approx 0.700$  m,  $b_w = 0.220$  m,  $c = 0.020$  m,  $f_c = 47..52$  MPa,  $\sigma_{p,sup} = 0..-10.3$  MPa,  $\rho_w = 0.4..1.1$  %,  $\emptyset_D/b_w = 0..0.28$ ) [148]. Manche Balken waren mit parabolischen Spanngliedern vorgespannt worden. Die Längsbewehrung

variierte stark und war teilweise gestaffelt. Stegdruckbruch trat bei zwei Stahlbetonbalken am Zwischenaufleger auf, im Einfeldbereich. Es kam zu grossen Betonabplatzungen nahe dem Druckgurt, bei grossen Vertikaldehnungen und plastizierendem Druck- und Zuggurt.

1996 untersuchten Kaufmann und Marti profilierte I-Stahlbetonträger, die an den Enden eingespannt und so konstantem Schub unterworfen wurden [81]. Die Balken waren durch Längsdruck oder -zug oder durch eine Vorspannung belastet.

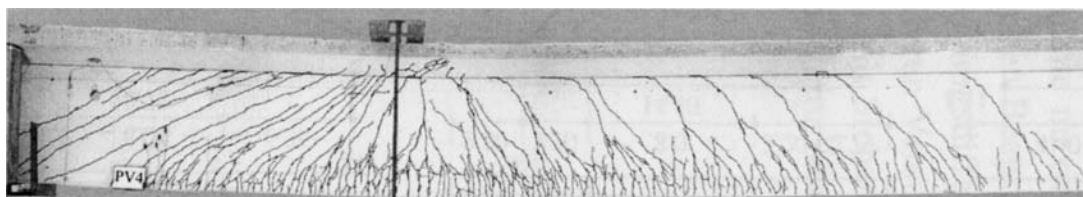
Bei der VN-Serie wurde die Längskraft variiert ( $\ell = 5.840\text{ m}$ ,  $d = 0.710\text{ m}$ ,  $b_w = 0.150\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_c = 53.62\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{x,sup} = 8.3.. - 8.3\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.3\%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0$ ). Beide Flansche waren stark bewehrt ( $\rho = \rho' = 1.9\%$ ). Die Rissneigung war generell flach (teilweise lediglich  $20^\circ$ ), und die gemessenen Hauptdehnungsrichtungen sogar noch flacher (minimal  $15^\circ$ ; Messlänge  $400\text{ mm}$ ).

Es hatten sich Parallelverschiebungen der Rissufer bei Bruch von  $5..10\text{ mm}$  und mehr ergeben (Grösstkorn  $D_{max} = 16\text{ mm}$ ). Die Bügeldehnungen waren bei allen Trägern sehr gross ( $20..30\%$ ; Messlänge  $200\text{ mm}$ ). Rissneigung und Bügeldehnung nahmen mit zunehmend positiver Längskraft zu. Der Balken mit Längsdruck versagte auf Stegdruckbruch durch Abscheren entlang der Gurte im Bereich geringer Gurtdehnungen und durch vereinzelte Abplatzungen auf halber Steghöhe.

Kaufmann und Marti unternahmen eine weitere Versuchsserie mit komplexerer Belastungsgeschichte und teilweise mit geneigtem Spannglied (MVN-Serie). Bei Stegdruckbruch war es dort zu Abplatzungen entlang des Spannglieds gekommen.

2000 testeten Zwicky und Vogel sehr grosse, 30 Jahre alte I-Spannbetonträger ( $a = 3.200..6.360\text{ m}$ ,  $d \approx 1.300\text{ m}$ ,  $b_w = 0.200\text{ m}$ ,  $c = 0.019\text{ m}$ ,  $f_c = 50..69\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = -4.8\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.3\%$ ,  $\emptyset_D/b_w \approx 0.30$ ) [173]. Die Vorspannung bestand aus Spannbettdrähten und einem vergleichsweise schwachen parabolischen Spannglied, dass bis zu etwa  $2/3$  der Balkenhöhe hochgeführt wurde (Vorspannverluste  $\approx 40\%$ ).

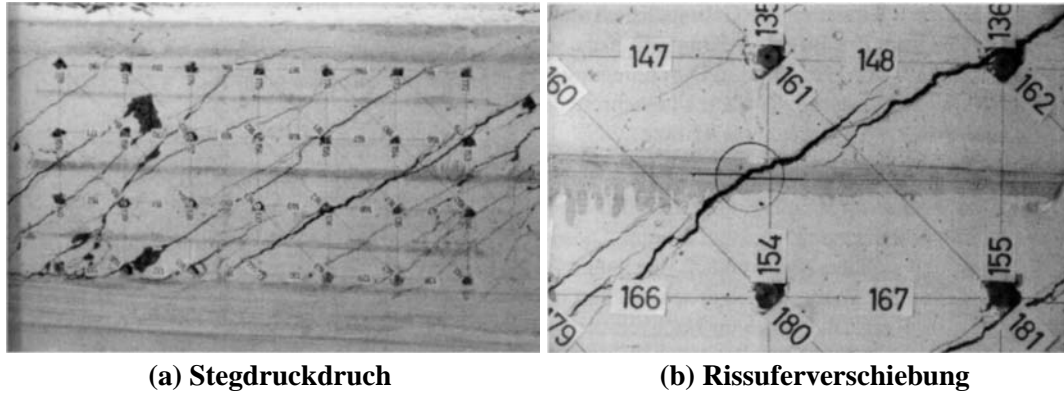
Die Rissneigung war relativ steil (Bild 3.13). Das Rissbild zeigte im Bereich mit geringerem Schub rechts von der Einzellast eine bogenförmige Rissneigung, die durch Neurrissbildung nahe dem Zuggurt verflachte. Dort hatten die Bügeldehnungen überproportional zugenommen, blieben aber noch unter der Fliessdehnung. Im Bereich links von der Einzellast zeigten die Schubrisse teilweise eine umgekehrte Bogenform. Die Untergurtdehnungen blieben in diesem Bereich selbst für hohe Laststufen relativ gering. Die Bügeldehnungen erreichten maximal  $4..10\%$ . Bei allen Balken trat Biegezugbruch ein.



**Bild 3.13: Letzte Laststufe für den Balken PV4 (Biegezugbruch) mit asymmetrischer Belastung nach Zwicky und Vogel [173]**

2001 führten Reineck, Wohlfahrt und Hardjasaputra Versuche an stark profilierten I-Trägern mit und ohne gerader Spannbettvorspannung in den Gurten durch ( $a = 2.600\text{ m}$ ,  $d = 0.585\text{ m}$ ,  $b_w = 0.080\text{ m}$ ,  $c = 0.010\text{ m}$ ,  $f_c = 62\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = 0.. - 42.0\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 1.2..1.6\%$ ,  $\emptyset_D/b_w = 0$ ) [130]. Der Risswinkel betrug  $35^\circ$  bei den Stahlbeton- und  $30^\circ$  bei den Spannbetonträgern. Bei den Versuchen traten Bügeldehnungen von etwa  $4..10\%$

auf (Messbasis 300 mm), die bei den Stahl- und Spannbetonbalken vergleichbar waren. Stegdruckbruch trat beim höheren Schubbewehrungsgrad durch Betonabplatzungen auf halber Steghöhe auf, während er für den niedrigeren Bügelbewehrungsgrad eher durch Abscheren entlang des Zuggurts, Versagen entlang von Schrägrissen und nur vereinzelte Betonabplatzungen gekennzeichnet war (Bild 3.14 (a)). Die Parallelverschiebung der Rissufer wahr deutlich (Bild 3.14 (b)).



**Bild 3.14: Bruchbild vom Stahlbetonbalken III ( $\rho_w = 1.2\%$ ) nach Reineck et al. [130]**

2004 führten Hegger, Sherif und Görtz Versuche an stark profilierten I-Balken mit normalem bis hochfestem Beton durch ( $a = 1.500\text{ m}$ ,  $d \approx 0.455\text{ m}$ ,  $b_w = 0.060..0.080\text{ m}$ ,  $f_c = 28..102\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.2..2.5\%$ ) [67]. Es wurden auch Leichtbetonbalken untersucht. Die Stegdehnungen wurden mit Laser-Interferometrie, Photogrammetrie, Wegaufnehmern und Dehnmessstreifen aufgezeichnet.

Für geringere Schubbewehrungsgrade ( $\rho_w = 0.2..0.8\%$ ) ergab sich durch Bügelfliessen eine starke Rotation der Hauptdruckdehnungsrichtung im Verlaufe der Laststeigerung, gemessen mit Wegaufnehmern über die Risse hinweg (Messlänge nicht dokumentiert). Die Dehnmessstreifen (zwischen den Schubrissen) zeigten für  $\rho_w = 0.2\%$  keine Rotation. Für Bewehrungsgehalte von  $\rho_w = 0.8..1.8\%$  schlossen Hegger et al. auf Rissuferverzahnung.

Im Jahr 2004 untersuchten Oh und Kim sehr grosse Spannbetonbalken mit parabolischen Spanngliedern ( $a = 3.600\text{ m}$ ,  $d = 1.125\text{ m}$ ,  $b_w = 0.180\text{ m}$ ,  $f_c = 43..62\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{p,sup} = -12.8\text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 0.4..0.7\%$ ,  $\phi_D/b_w = 0.29$ ) [121]. Die Neigung der Hauptdruckdehnungen war im Steg gemessen worden (Messbasis  $\approx 600\text{ mm}$ ). Sie zeigte ab der Dekomprimierung des Querschnitts bis zum Biegebruch eine Abnahme von  $50^\circ$  auf etwa  $30^\circ$ .

Ab Mitte der achtziger Jahre wurden vor allem im angelsächsischen und asiatischen Raum zahlreiche Schubversuche an Balken aus hoch- bis ultrahochfestem Beton unternommen [46, 47, 80, 75, 136, 170, 156, 85, 147]. Fast alle dieser Versuche zielten auf die Untersuchung der Mindestbewehrungsbestimmungen der jeweiligen Normvorschriften. Bruch trat daher generell durch Reißen der Bügelbewehrung oder Lokalisierung der Stegverformungen in einem kritischen Riss mit anschliessendem Versagen der Biegedruckzone ein. Es zeigt sich, dass der Mindestbewehrungsgehalt nicht durch den geometrischen Wert  $\rho_w$ , sondern besser bezüglich des mechanischen Bewehrungsgehalts  $\omega_z$  ausgedrückt wird, da dieser der Festigkeit von ultrahochfesten Betonen Rechnung trägt:

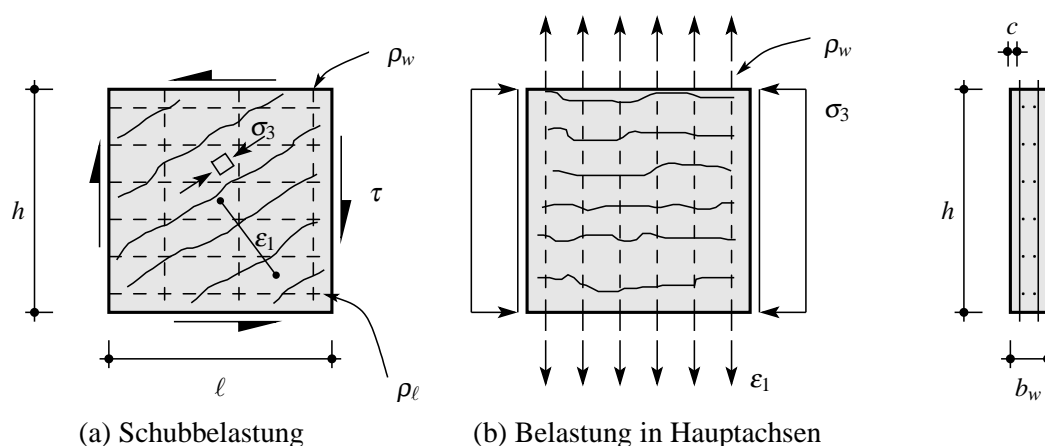
$$\omega_z = \rho_w \cdot \frac{f_{sw}}{f_c} \quad (3.4)$$

### 3.3 Verzerrungszustand im Steg

In Balkenstegen trägt die unter Zug stehende Schubbewehrung eine Zugdehnung in den Beton ein. Nach Rissbildung dehnt sich die Schubbewehrung weiter und sorgt durch Verbund für weitere Risse, während die Betonzugfestigkeit durch die Hauptdruckspannung abnimmt. So kommt es zu einer Lamellenbildung und zur Entfestigung für geringere Betondruckfestigkeiten als im Zylinderversuch. Die Hauptzugdehnung  $\varepsilon$  kann als Mass der Entfestigung angesehen werden und bestimmt damit die effektive Betondruckfestigkeit  $f_{ce}$ . Allgemeiner kann auch vom Effekt des Verzerrungszustands gesprochen werden. Er wird definiert als:

$$\eta_\varepsilon = \frac{f_{ce}}{f_c} \quad (3.5)$$

Die Abschwächung der Betonfestigkeit wurde experimentell an Scheiben untersucht, die entweder durch Schub oder in Hauptachsenrichtung belastet wurden (Bild 3.15). Bei Schubbelastung müssen die Hauptspannungsrichtungen rechnerisch bestimmt werden, was die Streuung der Ergebnisse vergrössert. Wenn die schwächere Bewehrung ins Fließen gerät, kommt es zu Umlagerungen, die zwar für Balken typisch sind, die Analyse der Versuche aber erschwert. Ausserdem muss die Bewehrung in die andere, d.h. Längsrichtung deutlich stärker bemessen sein, um deren Fließen zu vermeiden. Solch hohe Bewehrungsgehalte entsprechen aber nicht den Verhältnissen in Balkenstegen, wo die Längsbewehrung im Zuggurt konzentriert und im Steg sehr schwach ist. Bei Hauptachsenbelastung fällt die Steuerung der Querkzugdehnung schwer, sobald die Bewehrung zu fließen beginnt. Die meisten Versuchsergebnisse bei Hauptachsenbelastung beinhalten daher eine Hauptzugdehnung, die etwa der Fliessdehnung entspricht ( $\varepsilon_1 \approx 2\text{‰}$  für übliche Bewehrungsstähle), oder deutlich grösser ist ( $\varepsilon_1 \approx 10\text{‰}$ ). Generell werden plastische Stahldehnungen bei ungenügender Betondeckung oder grossen Bewehrungsgehalten auch zu Verbundrissen führen ("Splitting"), die bei Scheibenversuchen mit Schubbelastung aufgrund der grossen Bewehrungsgehalte und geringen Betondeckungen stärker ausfallen als bei Balkenstegen, bei Belastung in Hauptachsenrichtung aber orthogonal zur Druckbelastung sind und daher weniger Einfluss haben.



**Bild 3.15: Scheibenversuche zur Bestimmung der Hauptdruckspannung bei Bruch (effektive Betondruckfestigkeit)  $\sigma_3 = -f_{ce}$  als Funktion der Hauptzugdehnung  $\varepsilon_1$**

Collins ging 1978 davon aus, dass die Schubverzerrungen den Beton in den Rissen zerstören würden [24], und führte eine reduzierte Betonfestigkeit in die 'Compression Field Theory' ein (Kapitel 4). Sie lautet:

$$\eta_\varepsilon = \frac{3.6}{1 + 2 \cdot \frac{\gamma_{xz}}{\varepsilon_0}} \leq 1 \quad (3.6)$$

1979 unternahm Collins Scheibenversuche mit Schubbelastung, um die Schwächung der Betondruckfestigkeit durch den Verzerrungszustand zu ermitteln ( $h = 0.255$  m,  $\ell = 0.955$  m,  $b_w = 0.032$  m,  $\rho_w = 0$ ,  $\rho_\ell = 0$ ,  $f_c = 17..32$  MPa) [25]. Wieder wurde eine Beziehung mittels Schubverzerrungen formuliert, bei der nun auch die Hauptdruckdehnung berücksichtigt wurde:

$$\eta_\varepsilon = \frac{5.5}{4 + \frac{\gamma_{xz}}{\varepsilon_3}} \leq 1 \quad (3.7)$$

Die Druckstauchungen  $\varepsilon_3$  erhält man, indem die Parabel für einachsigt belasteten Beton im Scheitelpunkt  $(\varepsilon_0, -f_c)$  vertikal im Verhältnis  $f_{ce}/f_c$  verschoben wird:

$$\sigma_3 = -f_{ce} \cdot \left[ 2 \cdot \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_0} \right)^2 \right], \quad \varepsilon_3 \geq \varepsilon_0 \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_0 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{\sigma_{c3}}{f_{ce}}} \right), \quad \sigma_3 \geq -f_{ce} \quad (3.9)$$

Für die 'Modified Compression Field Theory' (Kapitel 4) berücksichtigten Vecchio und Collins 1986 eine Abschwächung der Betondruckfestigkeit als Funktion der Hauptzugdehnung [162]. Der gefundene Ausdruck für die Abschwächung lautet:

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{0.8 - 0.34 \cdot \varepsilon_1 / \varepsilon_0} \leq 1 \quad (3.10)$$

Mit  $\varepsilon_0 \approx -2$  ‰ folgt:

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{0.8 + 170 \cdot \varepsilon_1} \leq 1 \quad (3.11)$$

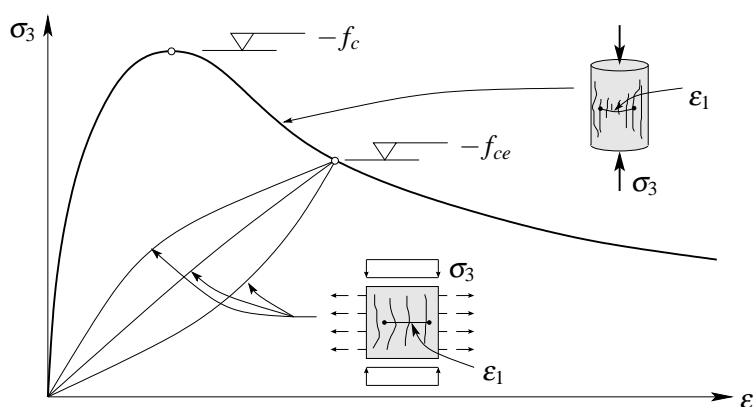
Eibl und Neuroth führten 1988 Versuche an bewehrten Scheiben mit Hauptachsenbelastung durch ( $h = 0.800$  m,  $\ell = 1.000$  m,  $b_w = 0.100..0.200$  m,  $\rho_w = 0$ ,  $\rho_\ell = 1.0..2.5$  ‰,  $f_{cc} = 33..42$  MPa) [44]. Die erreichte Festigkeit betrug, bezogen auf die Zylinderdruckfestigkeit (Annahme:  $f_c = 0.85 \cdot f_{cc}$ ), 65 ‰. Die bezogene Festigkeit der unbewehrten Referenzscheibe betrug 74 ‰ (Schlankheit:  $h/b_w = 4$ ). Die Querbewehrung war von der gleichen Grössenordnung wie die Längsbewehrung und hatte konstant die Fließdehnung erreicht ( $\varepsilon_1 = 2$  ‰).

Kollegger und Mehlhorn führten 1990 Versuche an Scheiben mit Hauptachsenbelastung durch ( $h = 0.500$  m,  $\ell = 1.000$  m,  $b_w = 0.100$  m,  $c = 0.010$  m,  $\rho_w = 0.7..1.6$  ‰,  $\rho_\ell = 0.7..1.6$  ‰,  $f_{cc} = 12..22$  MPa) [84]. Ziel war die Quantifizierung des Einflusses der Hauptzugdehnung auf die effektive Betondruckfestigkeit. Dabei variierten sie die Hauptzugdehnung ( $\varepsilon_1 = 0..8$  ‰) und den Querbewehrungsgehalt. Die Abminderung gegenüber der Zylinderfestigkeit betrug etwa 5..25 ‰ (Annahme:  $f_c = 0.85 \cdot f_{cc}$ ), weitgehend unabhängig vom Verzerrungszustand. Die Abminderung war allerdings bei grösserem Querbewehrungsgrad geringfügig grösser. Die Bruchdehnungen in Druckrichtung waren bei den Scheiben mit Hauptzugdehnung betragsmässig grösser (bis zu  $-5$  ‰) als bei den Referenzscheiben ohne Bewehrung.

Kollegger und Mehlhorn führten auch Scheibenversuche mit Schubbelastung durch ( $h = 0.890\text{m}$ ,  $\ell = 0.890\text{m}$ ,  $b_w = 0.070\text{m}$ ,  $c = 0.006\text{m}$ ,  $\rho_w = 1.1\%$ ,  $\rho_\ell = 1.1\%$ ,  $f_c = 20\text{MPa}$ ). Die Abminderung fiel bei Dehnungen von  $\varepsilon_1 = 2..5\%$  sehr gering aus.

Muttoni schlug 1990 vor, dass der absteigende Ast der Beziehung Druckspannung zu Hauptzugdehnung  $\sigma_3 - \varepsilon_1$  eines Betonzylinders als Bruchbedingung für bewehrte Stahlbetonscheiben verwendet werden könnte [115]. Bild 3.16 zeigt die Beziehung des Zylindersversuchs als Umhüllende und drei mögliche Belastungspfade mit gleicher Bruchspannung. Bei Balken hängt der Belastungspfad von der Steifigkeit der Gurte und der Schubbewehrung ab. Der steilste Pfad würde einem vorgespannten Balken entsprechen.

Da die Bewehrung die Rissbildung kontrolliert, sind im Vergleich zum Zylinder deutlich grössere Hauptzugdehnungen als beim Zylinder bis zum Bruch möglich.



**Bild 3.16: Entfestigendes Verhalten und Abminderung der Betondruckfestigkeit unter aufgezwungener Hauptzugdehnung durch Bewehrung nach Muttoni [115]; Verhalten des Zylinders als Bruchbedingung und verschiedene Lastpfade**

Er verglich für Balkenversuche sein Bruchkriterium mit der berechneten Spannung bei Bruch und erzielte für Zylinderdruckfestigkeiten bis  $f_c = 50\text{MPa}$  gute Übereinstimmung. Er zeigte, dass der Vorschlag von Vecchio und Collins entsprechend Gl. 3.10 [162] eine ähnliche Form besass wie sein Bruchkriterium, allerdings im Gegensatz zu seiner Formulierung die Betongüte nicht berücksichtigte.

Um eine Lösung nach der Plastizitätstheorie zu ermöglichen, muss das Bruchkriterium unabhängig von den zu erwartenden Dehnungen sein. Muttoni schlug daher eine pauschale Abminderung der Betondruckfestigkeit vor:

$$\eta_\varepsilon = \frac{m_c}{f_c^{1/3}}, \quad m_c = 1.6, f_c > 20\text{MPa}, \quad f_c \text{ in [MPa]} \quad (3.12)$$

Diese Abminderung enthält auch die Tatsache, dass die Plastizitätstheorie ideal plastisches Verhalten des Betons auf Druck voraussetzt, der Beton aber tatsächlich entfestigend und damit spröde reagiert. Die Nichtlinearität drückt die Zunahme der Sprödhheit bei höheren Betongüten aus. Mit diesem Ansatz konnte Muttoni vor allem bei üblichen mechanischen Schubbewehrungsgraden  $\omega_z$  eine gute Übereinstimmung mit Balkenversuchen (mit und ohne Fliessen der Bügel) erzielen. Bei grossen mechanischen Bewehrungsgraden wurde die Bruchlast systematisch unterschätzt. Die Ursache dafür lag wohl auch im Schubanteil, der von den Flanschen aufgenommen wurde, begründet. Soll bei hohen mechanischen Bewehrungsgraden

ein Schubbruch erzielt werden, so müssen nämlich die Flansche sehr steif ausgebildet sein, um Biegebruch zu vermeiden.

Sigrist stellte 1995 fest, dass der Ansatz von Muttoni für plastische Dehnungen des Zuggurts unkonservativ war [149]. Aufbauend auf den Arbeiten von Muttoni und Sigrist schlägt die aktuelle Schweizer Norm SIA 262 daher vor, den Koeffizienten  $m_c$  anzupassen [145]. Sie teilt ihn explizit auf in den Anteil aufgrund der Annahme ideal plastischen Verhaltens,  $\eta_{fc}$ , und in den Anteil aufgrund des Verzerrungszustands bzw. der Hauptzugdehnungen,  $k_c$ . Es gilt:

$$\eta_\varepsilon = \eta_{fc} \cdot k_c, \quad \eta_{fc} = \left( \frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1, \quad f_{ck} \text{ in [MPa]} \quad (3.13)$$

Balkensteg:  $k_c = 0.6$

Balkensteg, plastische Gurtverformungen:  $k_c = 0.4$

Dabei ist  $f_{ck}$  die charakteristische Druckfestigkeit (5%-Fraktile). Der Fall  $k_c = 0.4$  kommt bei stark gestaffelter Längsbewehrung, oder bei hochgeführten Spanngliedern und geringer schlaffer Bewehrung, sowie bei Zwischenauflagern von Durchlaufträgern vor. Ansonsten sind die plastischen Gurtverformungen auf Bereiche geringen Schubs beschränkt.

Der grosse Vorteil des plastischen Ansatzes ist es, die effektive Druckfestigkeit im Voraus und ohne Kenntnis des Verformungszustands ermitteln zu können.

Vecchio, Collins und Aspiotis führten 1994 Scheibenversuche unter Schubbelastung mit variabler Betondruckfestigkeit durch, um den Einfluss durch den Verzerrungszustand auf die Betonschwächung zu untersuchen ( $h = 0.890 \text{ m}$ ,  $\ell = 0.890 \text{ m}$ ,  $b_w = 0.070 \text{ m}$ ,  $c = 0.006 \text{ m}$ ,  $\rho_w = 0.4..1.2\%$ ,  $\rho_\ell = 1.7..3.2\%$ ,  $f_c = 43..72 \text{ MPa}$ ) [163]. Die Autoren stellten fest, dass eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung für hochfesten, gerissenen Beton, die von initial weniger Steifigkeitsverlusten ausgeht als Gl. (3.8), die Versuche besser beschrieb. Die Hauptdruckdehnung  $\varepsilon_0$  bei Maximalspannung  $f_{ce}$  war demnach von der Hauptzugdehnung  $\varepsilon_1$  abhängig.

Roos berücksichtigte 1995, dass eine von der Erstrissrichtung stark abweichende Hauptdruckdehnungsrichtung zu einer zusätzlichen Schwächung des Betons führt, die auf der dazu nötigen Rissuferverzahnung beruht [137]. Er formulierte das folgende Bruchkriterium bei Fliessen der Bügel:

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{1 + 160 \cdot [1 + (\theta - \alpha_r)/11] \cdot \varepsilon_1}}, \quad \varepsilon_z > \varepsilon_{sy}, \quad \theta, \alpha_r \text{ in } [^\circ] \quad (3.14)$$

Eine Rotation der Rissrichtung wird auf den Beton einen negativen Einfluss haben. Der Fehler bei der Abschätzung des Risswinkels ist aber wahrscheinlich von der Grössenordnung des Einflusses dieses Parameters auf die effektive Betonfestigkeit.

Kaufmann schlug 1998 folgendes Bruchkriterium vor [83]:

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{f_c^{1/3} \cdot (0.4 + 30 \cdot \varepsilon_1)} \leq 1, \quad f_c \text{ in [MPa]} \quad (3.15)$$

oder

$$\eta_\varepsilon = \frac{m_c}{f_c^{1/3}} \cdot \frac{1}{(1 + 75 \cdot \varepsilon_1)} \leq 1, \quad m_c = 2.5, \quad f_c \text{ in [MPa]} \quad (3.16)$$

Er konnte damit seine Versuche sehr gut berechnen, in denen Bügeldehnungen bis zu  $\varepsilon_z = 30\%$  aufgetreten waren (Messlänge: 200 mm).

Zhang und Hsu führten 1998 Scheibenversuche mit Schubbelastung oder in Hauptachsenrichtung mit sehr hochfesten Betonen durch ( $h = 1.397$  m,  $\ell = 1.397$  m,  $b_w = 0.152 \cdot 0.203$  m,  $\rho_w = 0.4..5.2\%$ ,  $\rho_\ell = 0.6..6.0\%$ ,  $f_c = 95..110$  MPa) [172]. Der Längsbewehrungsgrad und der Querbewehrungsgrad waren teilweise sehr hoch. Der von den Autoren berechnete Koeffizient zur Beschreibung der effektiven Betondruckfestigkeit infolge Hauptzugdehnung zeigte bei der Versuchsreihe VE (Belastung in Hauptachsenrichtung) die Tendenz, dass er mit zunehmenden Bewehrungsgehalt abnahm. Der Maximaldurchmesser der Bewehrung betrug immerhin 25 mm in beide Richtungen (bis zu vier Lagen; Elementdicke:  $b_w = 178$  mm). Bei solch hohen Bewehrungsgehalten dürfte die Bewehrungsstäbe ein Hindernis für die Druckstreben darstellen, so dass andere Einflüsse eine nicht vernachlässigbare Rolle spielten.

2000 und im darauffolgenden Jahr präsentierte Vecchio die MCFT mit einem veränderten Ansatz für die Betonschwächung durch den Verzerrungszustand [164, 165, 166]. Die Verträglichkeitsprüfung wurde mit den 'totalen' Verformungen vorgenommen. Dies ist sinnvoll, da Verträglichkeit ja in erster Linie ein kinematisches Problem ist (keine Durchdringung der Teilchen). Die Betonschwächung dagegen sollte abgemindert werden, wenn die totalen Verformungen zu einem Grossteil durch parallele Rissuferverschiebungen weit geöffneter Risse entstanden waren, da diese die Druckstreben nicht wirklich schädigen.

Auf diese Weise konnten Vecchio et al. Scheibenversuche, bei denen keine Rotation der Hauptdruckdehnungsrichtung stattgefunden hatte und für die die MCFT [162] eine zu starke Schwächung des Betons vorhergesagt hatte, besser beschreiben. Die Beziehungen lauten:

Spannungsfreies Gleiten der Risse:

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{1 - 0.55 \cdot 0.27 \cdot (\varepsilon_1/\varepsilon_0 + 0.37)} \leq 1 \quad (3.17)$$

Sonst:

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{1 - 0.27 \cdot (\varepsilon_1/\varepsilon_0 + 0.37)} \leq 1 \quad (3.18)$$

Zwicky schlug 2002 folgendes Bruchkriterium vor [174]:

$$\eta_\varepsilon = \frac{m_c}{f_c^{1/3}} - \frac{38 \cdot \varepsilon_1}{f_c^{1/3}} \leq 1, \quad 0.85 \leq m_c - 38 \cdot \varepsilon_1 \leq 1.6, \quad m_c = 1.8, \quad f_c \text{ in [MPa]} \quad (3.19)$$

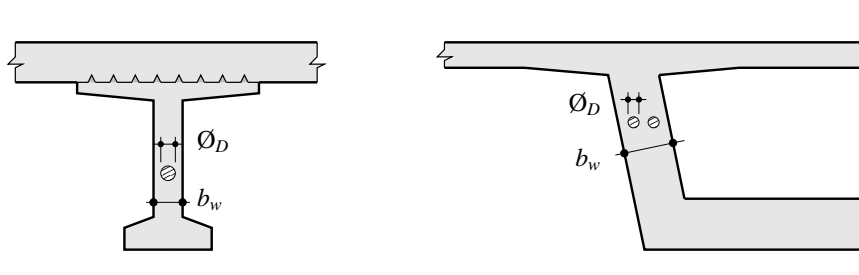
Die Scheibenversuche von Schießl aus dem Jahr 2005 mit Belastung in Hauptachsenrichtung hatten zum Ziel, die Abminderung der Betonfestigkeit für verschiedene Betongüten und -arten zu testen ( $h = 1.000$  m,  $\ell = 1.000$  m,  $b_w = 0.100$  m,  $c = 0.044$  m,  $\rho_w = 0$ ,  $\rho_\ell = 1.9\%$ ,  $f_c = 39..70$  MPa) [142]. Es wurden auch selbstverdichtende Betone eingesetzt. Die Hauptzugdehnungen hatten  $0..6\%$  betragen. Bei grossen Hauptzugdehnungen war die Betonfestigkeit geringer als bei Hauptzugdehnungen gleich der Fliessdehnung ( $2.6\%$ ), und dies unabhängig von der Betongüte.

In manchen der Scheiben waren Risse im Winkel von  $15^\circ$  zur Druckbelastung vor der eigentlichen Belastung durch Spaltzugwirkung erzeugt worden. Bei Hauptzugdehnungen geringer als die Fliessdehnung ergaben sich Festigkeitsverluste, die vergleichbar waren mit denen, die sich an den Scheiben ohne Vorrissbildung, aber mit grosser Hauptzugdehnung, ergeben hatten. Bei Vorrissbildung war dies auch zu erwarten.



### 3.4 Spanngliedpräsenz im Steg

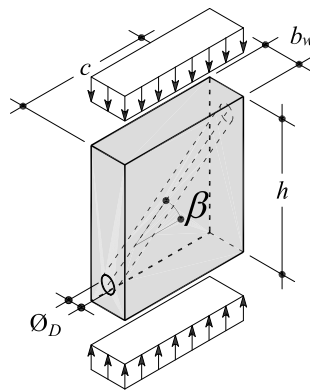
Die Präsenz des Spannglieds im Bauteil hat einen Einfluss auf die Querschnittsfestigkeit (Bild 3.17). Während der Effekt auf die Biege- und Längskraftfestigkeit vernachlässigbar ist, kann er für Balkenstege von Bedeutung sein, besonders in Bereichen grossen Schubs, da die Präsenz den Schubfluss stört (Bild 3.11). Dies gilt sowohl für 'leere' (mit weichem Korrosionsschutzmittel gefüllt) als auch (mit steifer Zementschlämme) injizierte Hüllrohre.



**Bild 3.17: Anordnung der Spannglieder im Steg von Brückenträgern**

Als Hüllrohre wurden meist gewellte, flexible Stahlrohre verwendet. Seit Beginn der neunziger Jahre werden zunehmend Kunststoffhüllrohre etwa aus HDPE ("High Density Poly-Ethylene") benutzt, die aus weichem und glatten Material bestehen. Sie reduzieren die Reibungsverluste beim Spannvorgang, scheinen einen positiven Einfluss auf die Reibermüdung zu besitzen und ermöglichen elektrisch isolierte Spannglieder zwecks komplettem Korrosionsschutz.

Mehrere Forscher haben die Phänomene bezüglich der Spanngliedpräsenz untersucht. Die Grosszahl der Versuche fand an einaxial gedrückten Prismen statt (Bild 3.18), als Idealisierung der Druckstreben in Balkenstegen.



**Bild 3.18: Prisma mit Hüllrohr als idealisiertes Stegelement**

Der Hauptparameter war gewöhnlich das Verhältnis  $\delta$ , nämlich die Summe der Hüllrohre im kritischen Schnitt im Verhältnis zur Elementdicke:

$$\delta = \frac{\Sigma \varnothing_D}{b_w} \quad (3.20)$$

Versuche aus der Literatur ergeben, dass der Effekt der Spanngliedpräsenz bedeutsam sein kann, insbesondere, wenn das Verhältnis  $\delta$  gross wird.

Gaynor testete 66 Betonzylinder mit  $\delta$ -Werten von 0.1 und 0.2, die anstatt eines Hüllrohres einen massiven Stahlquerschnitt beinhalteten, und beobachtete eine Festigkeitsabnahme gegenüber massiven Betonzylindern, die aber gering war. [60].

Leonhardt untersuchte 52 Prismen, von denen manche eine variierende Neigung des Hüllrohres in Bezug auf die Druckbelastung (Bild 3.18) und andere eine leichte Exzentrizität des Hüllrohres besaßen [98]. Beide Parameter hatten wenig Einfluss auf die Festigkeit. Zwei Hüllrohre nebeneinander führten zu einer leicht grösseren Festigkeit als ein Hüllrohr mit doppeltem Durchmesser. Dieser Effekt nahm mit dem seitlichen Abstand zwischen den Hüllrohren zu. Druckstauchungsmessungen über die Prismenbreite auf Hüllrohrhöhe ergaben, dass die Stauchungen nahe des Hüllrohres grösser waren als an der Seitenfläche, unabhängig davon ob das Hüllrohr injiziert war oder leer. Die von Leonhardt vorgeschlagene Formel für die effektive Breite kann auch als effektiver Festigkeitsfaktor  $\eta'_D$  ausgedrückt werden. Der Faktor  $\eta'_D$  stellte experimentell das Verhältnis der Festigkeit  $\sigma_c$  eines Prismas mit Hüllrohr zu der Festigkeit  $\sigma_{c0}$  eines Prismas gleicher Abmessungen, aber ohne Hüllrohr, dar. Er war in der Formel von Leonhardt vom Verhältnis  $\delta$  linear abhängig. Diese lautet:

$$\text{Injizierte Spannglieder :} \quad \eta'_D = 1 - \frac{2}{3} \cdot \delta \quad (3.21)$$

$$\text{Leere Spannglieder :} \quad \eta'_D = 1 - \delta \quad (3.22)$$

Leonhardt testete auch Prismen mit massiven Stahlstäben anstatt injizierter Hüllrohre, mit ähnlichen Resultaten. Hier schien die Steifigkeit des Hüllrohres kein bestimmender Faktor zu sein.

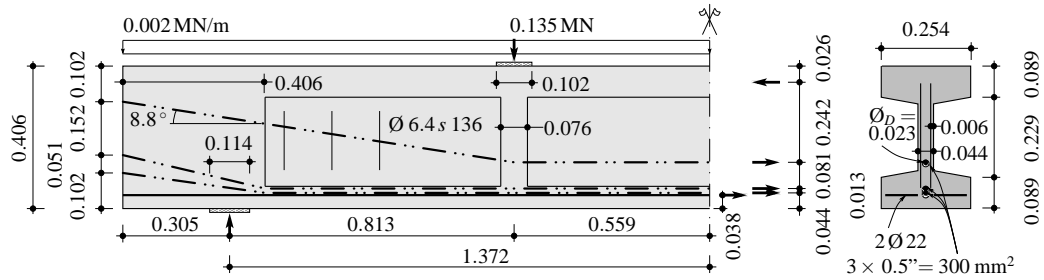
Clarke und Taylor führten eine Versuchsserie an 64 Prismen durch, um Leonhardts Formel, Gl. (3.21), zu überprüfen [22]. Sie variierten Durchmesser und Neigung der Hüllrohre sowie deren Steifigkeit. Die Untersuchungen bestätigten generell die untersuchte Formel. Bei 4 der Prismen enthielten die injizierten Hüllrohre unterschiedliche Stahleinlagen. Die Festigkeit nahm mit dem Stahlgehalt zu.

Chitnuyanondh, Campbell und Batchelor testeten 52 Prismen [21, 17, 18]. Chitnuyanondh berichtete, dass die Festigkeit nur wenig beeinflusst wurde, wenn entweder runde Hohlräume oder Hüllrohre injiziert wurden. Manche der Prismen besaßen zwei Hüllrohre übereinander. Im Fall injizierter Hüllrohre war ab einem Abstand grösser als der Hüllrohrdurchmesser die Festigkeitsabminderung dieser Prismen im Vergleich zu Prismen mit nur einem Hüllrohr vernachlässigbar, blieb aber substantiell im Fall leerer Hüllrohre. Prismen mit leeren Hüllrohren und  $\delta \geq 0.5$  ergaben eine bis zu 30 % geringere Festigkeit als durch Gl. (3.21) vorhergesagt. Während der Belastung bildeten sich Risse über die gesamte Prismenhöhe; die zwei entstehenden Teile versagten dann auf Knicken. Die Autoren führten dies auf den hohen  $\delta$ -Wert zurück, der ausserhalb der Testreihe von Leonhardt lag. Das Anbringen einer Spiralbewehrung um das Hüllrohr (16 Prismen) führte besonders bei leeren Hüllrohren zu einer Festigkeitserhöhung.

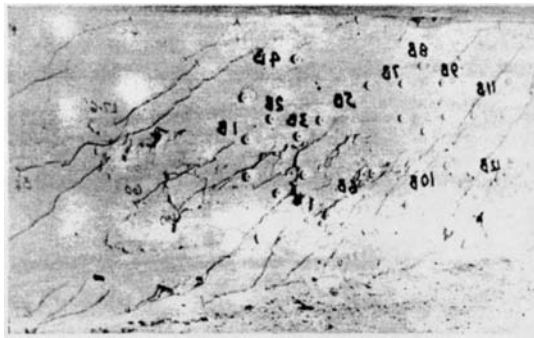
Rezai-Jorabi und Regan untersuchten 15 Prismen und variierten den Hüllrohrdurchmesser, während sie die Prismenabmessungen konstant hielten [132]. Ihre Betonstauchungsmessungen über die Prismenbreite bestätigten die Untersuchungen von Leonhardt [98].

Ganz et al. untersuchten 14 Prismen mit Stahl- oder HDPE-Hüllrohren [58]. Sie stellten fest, dass die Festigkeit bei Verwendung von Kunststoffhüllrohren geringer war als bei solchen aus Stahl. Der Unterschied war allerdings gering und von der gleichen Grössenordnung wie die Streuung der Versuchsergebnisse, da das Verhältnis  $\delta = 0.2$  klein war.

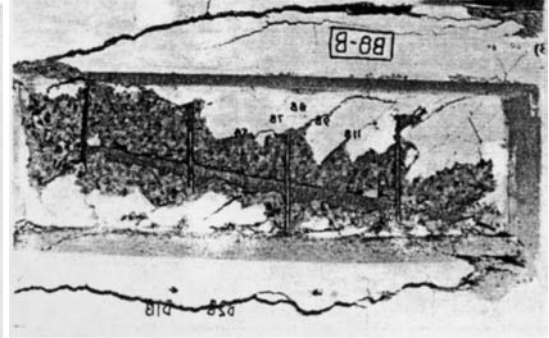
Versuchsreihen, bei denen Balken mit Spanngliedern (vorgespannt oder nicht) mit "Referenzbalken" gleicher Abmessungen, aber ohne Spannglieder, verglichen wurden, sind selten. Sie wurden von Chitnuyanondh [21], Fairbairn [51] und Rezai-Jorabi [132] durchgeführt. Bild 3.19 zeigt einen Balken mit vorgespanntem Spannglied der Versuchsserie von [21] sowie den Stegdruckbruch entlang des Hüllrohrs. Die durch Vorspannung eingetragenen Längsdruckspannungen beeinflussen die Festigkeit des Stegbetons positiv. Der vertikale Anteil der Spanngliedkraft nimmt einen Teil des Schubs auf, wobei aber der Spannungszuwachs in den Spanngliedern generell unbekannt ist. Die Vergleichbarkeit mit den "Referenzbalken" ist daher fraglich. Tatsächlich ergab dieser Vergleich deutlich geringere Abminderungen der Festigkeit, als dies bei den Prismen der Fall war, oder teilweise sogar höhere Festigkeiten [51] als bei den Referenzbalken.



(a) Abmessungen und Bruchlast



(b) Stegdruckbruch entlang Spannglied



(c) Postkritisches Verhalten

Bild 3.19: Balken 8B5 von Chitnuyanondh [21]

Normvorschriften gehen wie Leonhardts Formel von einer linearen Abhängigkeit des effektiven Festigkeitsfaktor von  $\delta$  aus:

$$\delta \leq \delta_{\min} : \quad \eta_D = 1 \quad (3.23)$$

$$\delta > \delta_{\min} : \quad \eta_D = 1 - k \cdot \delta \quad (3.24)$$

Allerdings wird der effektive Festigkeitsfaktor als die Festigkeit  $\sigma_c$  eines Prismas mit Hüllrohr, bezogen auf die Zylinderdruckfestigkeit  $f_c$ , definiert, was als  $\eta_D$  bezeichnet wird, und nicht bezogen auf das Referenzprisma mit der Festigkeit  $\sigma_{c0}$ :

$$\eta'_D = \frac{\sigma_c}{\sigma_{c0}} \quad (\text{Bezugsgrösse: Referenzprisma}) \quad (3.25)$$

$$\eta_D = -\frac{\sigma_c}{f_c} \quad (\text{Bezugsgrösse: Zylinder}) \quad (3.26)$$

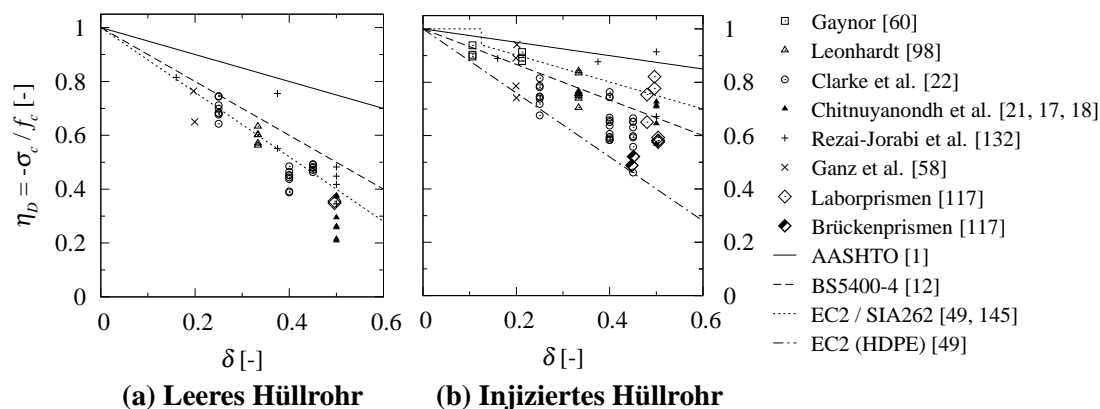
Mit  $\eta_D$  wird auch die Bemessungssituation korrekt erfasst, da dann ebenfalls  $f_c$  die Bezugsgrösse ist.

Tabelle 3.1 gibt den Korrekturfaktor  $k$  für den Durchmesser für die Normvorschriften mehrerer aktueller und veralteter Normen wieder. Letztere waren deutlich freizügiger. Die bis 2003 gültige Schweizer Norm SIA 162 [153] sah zum Beispiel keinerlei Abminderung vor. Die aktuelle deutsche Norm DIN 1045-1 [36] ist die einzige, bei der die Betongüte eine Rolle spielt. Dabei ist  $f_{ck}$  die charakteristische Betonfestigkeit (5%-Fraktile).

**Tabelle 3.1: Korrekturfaktor  $k$  für den Durchmesser nach Gl. (3.24)**

Norm	Jahr	$\delta_{\min}$			$k$		
		Leer	Stahl	HDPE	Leer	Stahl	HDPE
AASHTO [1]	2004	0		0	0.5		0.25
BS 5400-4 [12]	1990	0		0	1		2/3
CEB MC90 [30]	1993	1/6		1/6	1.2		0.5
CEB MC78 [29]	1978	1/8		1/8	0.5		0.5
DIN 1045-1 [36], $f_{ck} \leq 50$	2001	0		1/8	1.3		0.5
DIN 1045-1 [36], $f_{ck} \geq 55$	2001	0		1/8	1.3		1.0
EC2 [49]	2004	0	1/8	0	1.2	0.5	1.2
EC2 [48]	1992	-		1/8	-		0.5
SIA 262 [145]	2003	0		1/8	1.2		0.5
SIA 162 [153]	1993	-		-	0		0

Unter dieser Voraussetzung werden die Versuche aus der Literatur (Anhang A) zusammen mit den eigenen Versuchen [66]) und ausgewählten Normvorschriften im Bild 3.20 gezeigt.



**Bild 3.20: Versuche an Betonprismen mit Hüllrohren ( $\delta = \varnothing_D / b_w$ ) und deren auf die Zylinderfestigkeit bezogene Bruchspannung**

Die Streuung des Wertes  $\eta_D$  ist erheblich geringer als die von  $\eta'_D$  (letzterer nicht gezeigt, Werte im Anhang A). Für  $\eta_D$  wurde die Zylinderfestigkeit teilweise aus der Würfelfestigkeit berechnet.

Berücksichtigt wurden nur Versuche mit einem Hüllrohr pro Prismendicke, ohne Spiralbewehrung, ohne Exzentrizität und mit ausreichender Dokumentation. Versuche mit massiven Stahlstäben anstatt injizierter Hüllrohre wurden berücksichtigt. Alle Versuchsdaten der Prismenversuche aus der Literatur sind im Anhang A aufgeführt.

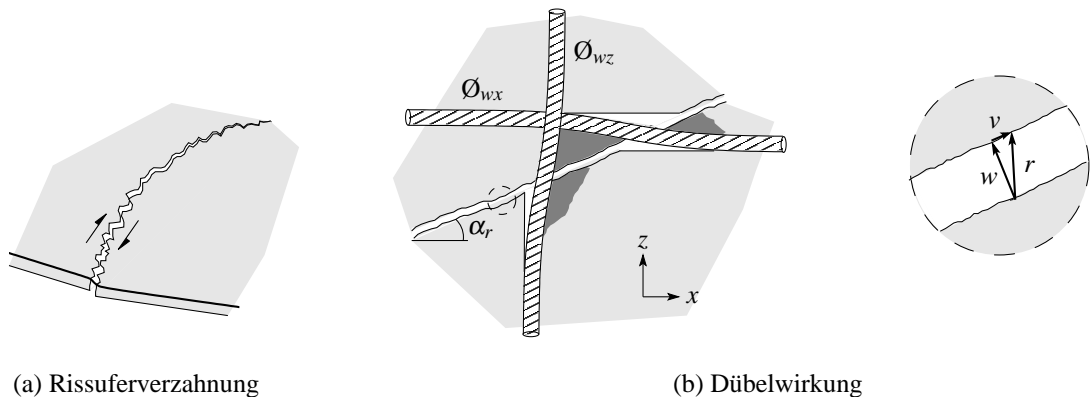
Eine bedeutsame Reduktion der bezogenen Festigkeit ergibt sich für grosse Werte  $\delta > 0.4$ ,

die in Brückentegen durchaus vorkommen können. Die Abminderung ist stärker im Fall leerer Hüllrohre. Von den untersuchten Normen beurteilen Eurocode 2 [49] und SIA 262 [145] das Verhalten relativ gut. Tendenziell scheinen aber alle Normen die Abschwächung durch Spanngliedpräsenz unkonservativ zu beurteilen, zumindest im Fall injizierter Hüllrohre. Dies gilt besonders für die amerikanische Norm AASHTO [1]. Allerdings ist anzumerken, dass die generell von den Forschern verwendeten Prismen im injizierten Hüllrohr meistens keine Stahleinlagen enthielten, so dass dieses weicher war als in der Praxis zu erwarten.

### 3.5 Rissuferverzahnung und Dübelwirkung

#### Rissuferverzahnung

In Stahlbeton kann es infolge Änderung der Druckdiagonalenrichtung dazu kommen, dass Spannungen über bestehende Risse hinweg übertragen werden. Der wichtigste Mechanismus dabei ist die Rissuferverzahnung oder "Aggregate Interlock"; dieser Begriff wurde 1970 von Taylor eingeführt (Bild 3.21 (a)) [157]. Risse in Beton normaler Güte vermeiden die härteren Zuschlagskörner und erzeugen so unebene Rissoberflächen, zusätzlich zu der makroskopischen Rauigkeit aufgrund der Zugfestigkeitsstreuung. Auf dieser Oberfläche können auch Schubspannungen übertragen werden, was die Änderung der Druckdiagonalenrichtung erst ermöglicht. Die dafür nötigen normalen Druckspannungen stehen mit der Bewehrung im Gleichgewicht, die den Riss durchquert. In Stahlbetonbalken ist das die Längs- und, wenn vorhanden, Querbewehrung. Bild 3.21 (a) zeigt, dass bei gekrümmten Rissen in Stahlbetonbalken Rissuferverzahnung vor allem am Zuggurt aktiviert wird.



**Bild 3.21: Rissuferverzahnung und Dübelwirkung im Steg**

Dieses Phänomen ist zunächst steif, da nur geringe Druckspannungen benötigt werden, um erhebliche Schubspannungen aufzubauen, selbst bei geringen Bewehrungsgraden. Mattock erreichte in bewehrten Rissen zwischen 18 % und 40 % der Zylinderdruckfestigkeit  $f_c$  [108, 109]. Der Bewehrungsgehalt variierte zwischen 0.4..2.4 %. Walraven erreichte leicht geringere Maximalwerte der mittleren Schubspannung  $\tau_r$ , was sich vor allem bei höheren Bewehrungsgehalten zeigte [168]. Gerät die Bewehrung ins Fließen, nimmt die Rissweite stark zu, was die Steifigkeit und die maximal übertragbare Spannung stark herabsetzt. Walraven [168] sowie Bažant und Gambarova [8] veröffentlichten 1980 jeweils Materialgesetze für Rissuferverzahnung.

Zur Änderung der Druckdiagonalenrichtung und damit zur Rissuferverzahnung kommt es bei

Änderung der Steifigkeitsverhältnisse im Steg. Diese ändern sich bei Erstrissbildung und dann bei Fliessen der Bewehrung, d.h. generell der Bügel, am stärksten. Je stärker die Risse geöffnet sind, desto weicher wird der Mechanismus der Rissuferverzahnung, was die Bügeldehnung noch vergrössert. Rissuferverzahnung spielt demnach eine grosse Rolle bei schwach oder gar nicht auf Schub bewehrten Stahlbetonbalken. Bei diesen kommt es zur Ausbildung weniger oder gar eines einzigen Schrägrisses, da der Rissabstand gemäss Gl. (2.43) sehr gross wird. Unter Fliessen der Längsbewehrung und der Schubbewehrung (falls vorhanden) öffnet sich dieser Riss sehr stark mit Rotationszentrum in der Druckzone.

Bei hochfesten Betonen wird die Mindestbewehrung zur Risskontrolle entsprechend den Gln. (2.42, 2.43) mit der Zugfestigkeit  $f_{ct}$  zunehmen. Bei solchen Betonen ist aber die Zementmatrix in etwa gleich fest wie die Zuschlagskörner, von denen unter Umständen auch weniger vorhanden sind (selbstverdichtender Beton). Daher sind die Risse glatter und die Rissuferverzahnung geringer. Die Mindestbewehrung muss also überproportional erhöht werden. Dies haben zahlreiche Balkenversuche auch gezeigt (Abschnitt 3.2).

Bei Balken mit ausreichender Schubbewehrung dagegen kann davon ausgegangen werden, dass die Rissuferverzahnung generell zur freien Einstellen der Druckdiagonalenrichtung ausreichend ist, da:

- die Rissöffnung deutlich geringer ist als bei Balken ohne Schubarmierung,
- eine flachere Neurissbildung wegen des höheren Stegbewehrungsgrades nach Gl. (2.42) möglich ist und auch eintritt, selbst bei Fliessen der Bügelbewehrung [59, 173, 130].

Tatsächlich schliessen sich bestehende Risse nicht komplett, da sich schon während des Schliessvorgangs die Rissufer seitlich verschieben. Dadurch nimmt das anscheinende Betonvolumen zu, so dass ein zweiaxialer Druckspannungszustand entsteht, der aber bis zu den Rissufern des Neurisses einaxial wird. Der vom inkompletten Schliessvorgang verbleibende Verzerrungszustand sorgt dafür, dass insgesamt die Spannungs- und Dehnungssensoren nicht mehr die gleichen Hauptrichtungen besitzen. Dies wird verschärft durch die Tatsache, dass der Beton entlang des geschlossenen Risses weicher ist als im Restbereich. Letzte Tatsache kann die Rotation der Hauptdruckspannungsrichtung beschränken, so dass in Balken bei starker Rotation der Hauptdruckdehnungsrichtung diese flacher wird als die Neigung der Hauptdruckspannung.

#### Dübelwirkung

In bewehrten Rissen wird die Bewehrung auf Schub beansprucht, was als Dübelwirkung bekannt wurde (Bild 3.21). Walraven kam zu dem Schluss, dass Dübelwirkung schon bei Stahlspannungen auf Gebrauchslastniveau von untergeordneter Bedeutung ist [168]. Muttoni wies darauf hin, dass Dübelwirkung den Beton lokal sehr stark auf Druck beansprucht, was zu einer Schwächung der Druckstreben führen kann (Bild 3.21 (b) [116]). Es zeigt sich, dass bei dominierender Vertikalrissöffnung vor allem die Längsbewehrung Schädigung verursacht.

### 3.6 Zusammenfassung und Folgerungen

#### Balkenversuche

Auf der Grundlage der zahlreichen Schubversuche an Stahl- und Spannbetonbalken mit Bügelbewehrung wird festgestellt, dass Stegdruckbrüche eintreten durch:

- Betonabplatzungen bei geringer Stegdicke und starker Bügelbewehrung,
- Zerstörung entlang geneigter Risse bei gewöhnlicher Stegdicke und Schubbewehrung,
- Abscheren entlang der Gurte bei flacher Rissneigung.

Die Schubtragfähigkeit nimmt mit der Zylinderdruckfestigkeit weniger als linear zu; bei erhöhten Hauptzugdehnungen im Steg nimmt sie ab. Eine horizontale Vorspannung kann die Stegfestigkeit erhöhen.

Bei stark plastizierender Bügelbewehrung kann es zu seitlichen Verschiebungen der Rissufer von mehreren Millimetern kommen.

Der Mindestbewehrungsgrad sollte besser als mechanischer und nicht als geometrischer Bewehrungsgrad definiert werden.

Ein geneigtes Spannglied erhöht die Schubtragfähigkeit. Der Spannungszuwachs im Spannglied unter Belastung ist bei Vorspannung mit Verbund schwierig zu bestimmen.

Die Präsenz eines Spannglieds im Steg schwächt diesen allerdings, so dass es zum Stegdruckbruch entlang des Spannglieds kommen kann.

#### Verzerrungszustand im Steg

Zur empirischen Bestimmung des Effekts durch den Verzerrungszustand müssen die Dehnungen bekannt sein. Eine Bemessung gelingt nur bei pauschaler Berücksichtigung unter Annahme von Konstanten.

Bei der Berechnung taucht zusätzlich der Modellfaktor  $\eta_{fc}$  auf, der die Annahme ideal plastischen Materialverhalten berücksichtigt.

#### Spanngliedpräsenz

Die Spanngliedpräsenz wurde an Ersatzprismen untersucht und mit empirischen Ansätzen beschrieben.

Zur Interaktion zwischen dem Effekt des Verzerrungszustands und der Spanngliedpräsenz ist nichts bekannt.

#### Rissuferverzahnung und Dübelwirkung

Die Rissuferverzahnung kann bei weit geöffneten Rissen kritisch werden. Die Mindestbewehrung ist von der Rissuferverzahnung abhängig und muss bei hochfesten und ultrahochfesten Betonen überproportional wachsen.

Die Dübelwirkung spielt wahrscheinlich eine untergeordnete Rolle, kann aber den Stegbeton schädigen.





# 4 Theoretische Grundlagen der Schubtragwirkung

## 4.1 Einleitung

Um das Versagen eines Trägers auf Stegdruckbruch vorhersagen zu können, muss ausser dem Querkraftwiderstand des Stegbetons auch die Belastungsseite untersucht werden. Zunächst erfolgt ein geschichtlicher Überblick zur Modellentwicklung. Daraufhin werden bestehende Ansätze im Detail beschrieben, die jeweils einen wichtigen Aspekt der Schubtragwirkung einführen. Dabei stellt der hier ebenfalls beschriebene Ansatz nach Plastizitätstheorie die Grundlage für die Bemessung nach Schweizer Norm SIA 262 dar [145].

## 4.2 Historische Entwicklung

Im Jahr 1899 kommentierte Ritter [134] die Bauweise Hennebique (Bild 4.1). Diese sah Betonbalken mit Längsbewehrung und senkrechter Bügelbewehrung vor. Ritter erstellte ein Fachwerkmodell, dessen Pfosten die Bügel und dessen Druckstreben, geneigt um  $45^\circ$  bezüglich der Längsachse, der Stegbeton entsprach. Mit diesem Modell leitete Ritter die moderne Bemessung von Stahlbetonbauteilen mit Querbewehrung ein. Der Neigungswinkel konnte von Mörsch mittels kontinuumsmechanischer Betrachtung an der neutralen Faser nachgerechnet werden [113]. Der Neigungswinkel  $\theta$  ergibt sich dann aus dem Mohrschen Spannungskreis zu

$$\tan \theta = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2 \cdot \tau_{xz}} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2 \cdot \tau_{xz}}\right)^2 + 1} \quad (4.1)$$

An der neutralen Faser gilt  $\sigma_x = \sigma_z = 0$ . Bei Längsvorspannung wird  $\sigma_x < 0$  und  $\theta < 45^\circ$ .

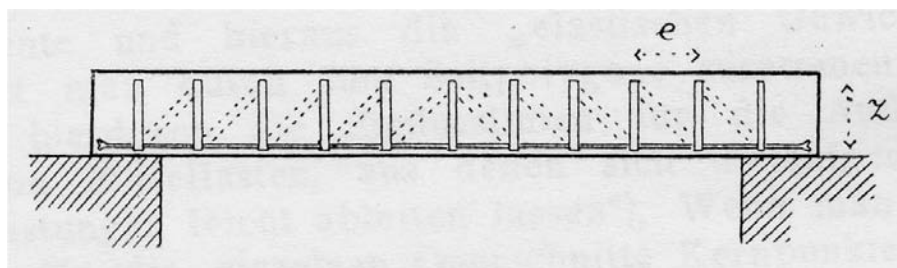


Bild 4.1: Bauweise Hennebique: Fachwerkanalogie nach Ritter [134]

1964 berechnete Kupfer [89] für einen Balkenabschnitt mit konstantem Schub den Druckstrebenwinkel  $\theta$  durch Minimierung der Formänderungsarbeit von Bewehrung und Beton in Steg und Gurten (linear elastisches Verhalten). Die gefundene Gleichung lautete:

$$\tan^3 \theta - \frac{\sigma_{sx} - n \cdot \sigma_{cx}}{2 \cdot \sigma_{sz}} \cdot \tan \theta - n \cdot \frac{V}{d_v \cdot b_w \cdot \sigma_{sz}} \cdot (1 - \tan^4 \theta) = 0 \quad (4.2)$$

$$\Rightarrow \tan^4 \theta \cdot (1 + n \cdot \rho_z) - \frac{\sigma_{sx} - n \cdot \sigma_{cx}}{2 \cdot \sigma_{sz}} \cdot \tan^2 \theta - n \cdot \rho_z = 0 \quad (4.3)$$

$$\sigma_{sx} = \varepsilon_{x,inf} \cdot E_s, \quad \sigma_{cx} = \varepsilon_{x,sup} \cdot E_c \quad (4.4)$$

Dabei sind  $d_v$  der innere Hebelarm zwischen den Gurtkräften und  $\varepsilon_{x,sup}$ ,  $\varepsilon_{x,inf}$  die mittleren Gurtdehnungen. Die sich ergebenden Neigungswinkel waren für übliche Fälle kleiner als  $45^\circ$ , nahmen aber bei zunehmender Längsdehnung zu.

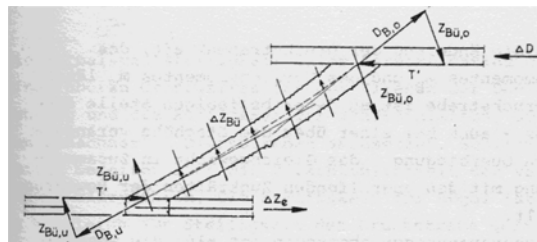
1974 bestimmten Mitchell und Collins [111] den Neigungswinkel  $\theta$  der Druckstreben mittels Verträglichkeitsprüfung für Torsion, und Collins 1978 für Schub [24]. Verträglichkeitsprüfung heisst hier, dass der Neigungswinkel  $\theta$  zwischen der Längsachse und der Betondruckstrebe gleich dem Winkel ist, der sich zwischen der Hauptdruckdehnungsrichtung von  $\varepsilon_3$  und der Längsdehnung  $\varepsilon_x$  auf halber Balkenhöhe ergibt. So kann der Winkel bestimmt werden. Sie verwendeten dafür die ursprünglich 1929 von Wagner [167] für die Berechnung von dünnen Stahlstegen benutzte Formel, die am Mohrschen Verzerrungskreis hergeleitet werden kann:

$$\tan \theta^2 - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_3}{\varepsilon_z - \varepsilon_3} = 0 \quad (4.5)$$

Gl. (4.2) kann in Gl. (4.5) überführt werden.

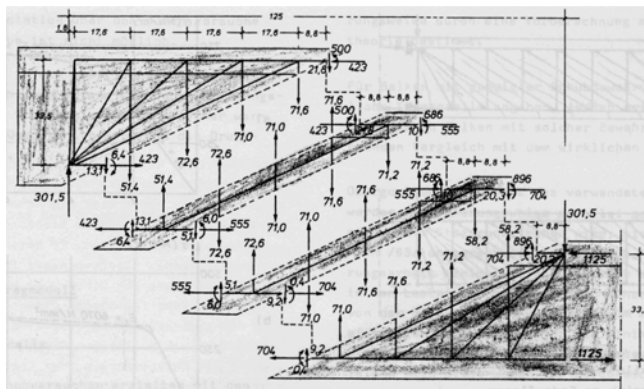
Mitchell und Collins nahmen perfekter Verbund an, d.h. Stahldehnung gleich Betondehnung ( $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ ). Mitchell und Collins verwendeten diese Verträglichkeitsprüfung zusammen mit nichtlinearen Materialgesetzen für Beton und Stahl. Dies wurde als 'Compression Field Theory' bekannt. Der Druckstrebenneigungswinkel war nicht mehr vorgegeben, sondern änderte sich frei entsprechend der nichtlinearen Materialgesetze (ungerissen, elastisch, Fliessen und nichtlineares Betonverhalten). Die Verformungen werden über die Risse hinweg verschmiert und inkrementell erhöht, so dass bei entsprechenden Materialgesetzen auch entfestigendes Materialverhalten beschreibbar war. Die Betondruckfestigkeit wurde bei Präsenz von Hauptzugdehnungen abgemindert.

1977 skizzierte Ewald eine Fachwerklösung für Balkenschub mit Querbiegung der Flansche und Umlenkung der Druckstreben durch Bügelverbund (Bild 4.2, [50]). Die spätere Berechnung erfolgte allerdings ohne Berücksichtigung des Bügelverbunds.



**Bild 4.2: Ansatz für Bügelverbund nach Ewald [50]**

1979 implementierte Moosecker [112] das Modell von Kupfer [89] numerisch (Bild 4.3). Bei Annahme bilinearen Materialverhaltens für Stahl und linear elastischem Beton konnte er so eine Grosszahl von Balkenversuchen gut nachrechnen. Dabei wurde auch Flanschbiegung berücksichtigt.



**Bild 4.3: Ansatz nach Moosecker [112]**

Für Stahlbetonbalken unter einer verteilten Last, die auf Biegung versagen, entwickelte Marti 1980 drei verschiedene Spannungsfelder für die Direktabstützung auf das Auflager: Bogen, nicht punktzentrierter Fächer mit Knoten und Keilwirkung mit teilweise biaxialen Spannungsfeldern [102]. Letztere waren auch von Nielsen [118] schon gezeigt worden. Die Berandung des Fächers ist bei einem Rechteckbalken parabolisch, was beim Auflager und bei Einzellasten zu Knotenbereichen und beim Obergurt zu einer variablen Druckzonenhöhe führt. Die Biegebruchlast ist für alle drei Spannungsfeldtypen die gleiche.

1980 führten Collins und Mitchell die Vorspannung in ihr Modell ein [26]. Dabei wurde wieder von perfektem Verbund ausgegangen.

1981 griff Mallée [101] das numerische Modell von Moosecker wieder auf [112]. Sein Fachwerkansatz besass eine variable Druckstrebenneigung. Die Druckgurtkraft war geneigt. Ihre Neigung wurde empirisch festgelegt. Das Betonverhalten war nichtlinear, die Bügeldehnung aber auf elastische Verformungen begrenzt. Mallée bezog sich auch auf Kammodelle, die für Balken ohne Schubbewehrung entwickelt worden waren und auf dem Ansatz von Kani beruhen [77, 78, 79]. Daher wurden die Druckstreben im Modell von Mallée auch Biegung unterworfen.

Die Parameterstudie ergab, dass der vom geneigten Druckgurt aufgenommene Schubanteil bei höheren Lastniveaus geringer wurde, was sich aus der zunehmenden Völligkeit der parabolischen Druckspannungsverteilung über die Flanschhöhe ergab. Er betrug bei Bruch weniger als 10 % des Gesamtschubs.

Schlaich et al. führten zu Beginn der achtziger Jahre die Bemessung von Stahlbeton und Spannbeton durch Stabwerkmodelle für sogenannte B-Bereiche (geringe Änderung aller Grössen) und diskontinuierliche D-Bereiche ein [143, 144]. Die Druckstreben und Zügelemente (engl. 'Strut-and-tie') orientieren sich dabei an der elastischen, ungerissenen Lösung des Problems. Die Ausdehnung der D-Bereiche wird mit dem Prinzip von St.-Venant bestimmt, das besagt, dass sich der Einfluss einer Einwirkung in dem Abstand, der der geometrischen Ausdehnung der Einwirkung entspricht, vergleichmässig hat.

1983 präsentierten Kupfer, Mang und Karavesyrogrou ein Spannungsfeld für eine Stahlbetonscheibe mit Verzahnung der Rissufer. Im Gleichgewicht waren nun zwei neue Unbekannte zu berücksichtigen:  $\sigma_r$ ,  $\tau_r$ . Das Spannungsfeld wird dann ausserdem zweiachsig durch die Dilatanz des Stegs.

Für die Verträglichkeitsprüfung auf halber Balkenhöhe musste zusätzlich der Risswinkel ermittelt werden. Kinematisch wurden gleichmässig öffnende, gerade Risse angesetzt. Die Rissöffnungen wurden verschmiert und zu den Dehnungen der Druckstrebe hinzuaddiert, die aus der einaxialen Druckbelastung und Schwinden herrührten. Deren Querdehnung wurde dabei durch eine festgelegte Querdehnungszahl bestimmt. Die kleinere Hauptdruckspannung  $\sigma_1$  aus Rissuferverzahnung wurde vernachlässigt (Annahme I). Die Rissneigung wurde zu  $45^\circ$  festgelegt (Annahme II).

Mit diesen zwei Annahmen wurde nur ein Materialgesetz für Rissspannung  $\tau_r$  nach Walraven [168] verwendet.

Die Betondruckfestigkeit wurde auf etwa  $2/3f_c$  abgemindert, ein Teil davon für andauernde Belastung.

1986 führten Vecchio und Collins die versteifende Mitwirkung des Betons auf Zug in die 'Compression Field Theory' ein, was als 'Modified Compression Field Theory' (MCFT) bekannt wurde [162]. Grundlage waren Versuche an Stahlbetonscheiben gewesen, die mit dem gewählten Ansatz sehr gut nachgerechnet werden konnten.

Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen wurde durch ein empirisches Materialgesetz berücksichtigt, mit dem Nachteil, dass die Stahlspannungen in den betonspannungsfreien Rissen konzeptuell die Zugfestigkeit der Bewehrung überschreiten konnten.

Für Scheiben mit plastifizierenden Bügeln wurde die gemessene Hauptdruckdehnungsrichtung bis zu  $10^\circ$  flacher als die mittlere Hauptdruckspannungsrichtung. Die Autoren berücksichtigten Rissuferverzahnung mittels eines Materialgesetzes nach Walraven [168].

1987 präsentierten Dei Poli, Gambarova und Karakoç ein Spannungsfeld von konstanter Neigung für eine Stahlbetonscheibe mit Rissuferverzahnung [34]. Sie prüften die Verträglichkeitsbedingung auf halber Balkenhöhe. Die Betonfestigkeit wurde wie bei [91] abgemindert. Eine Materialgleichung für  $\tau_r$  entlang des Risses entsprechend Bažant und Gambarova [8] und die Annahme  $\sigma_1 = 0$  ermöglichten die Lösung des zweiachsigalen Spannungszustands für das durch Risse begrenzte Spannungsfeld der Druckstrebe (Rissneigung  $45^\circ$ ). Die Mitwirkung des Betons auf Zug wurde für die Bügel pauschal berücksichtigt. Dafür wurde der Rissabstand aus Überlegungen zum Bügelverbund hergeleitet. Für die Bügel wurden die Fließdehnung angesetzt, abgemindert durch den mitwirkenden Beton.

Die Erhöhung der Schubtragfähigkeit durch Rissuferverzahnung war nur wenig abhängig vom mechanischen Bügelbewehrungsgrad.

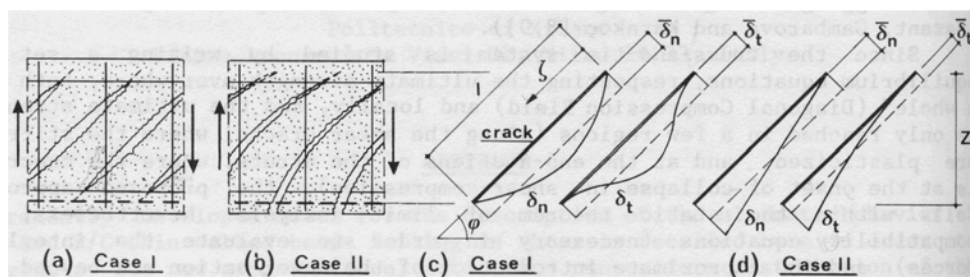
Hardjasaputra entwickelte 1987 ein Scheibenmodell, dass sich von dem Kupfers [91] vor allem darin unterschied, dass die Rissneigung und -öffnung aufgrund von kinematischen und Gleichgewichtsüberlegungen ermittelt wurden. Dies ist als fallweise definierte Materialgesetze für die Rissuferverzahnung zu verstehen.

Hsu, Mau und Chen [69, 70] griffen 1987 und 1988 den Ansatz von Vecchio und Collins auf (MCFT; [162]), allerdings ohne Rissuferverzahnung. Sie nannten dies 'Rotating Angle Softened Truss Model'. Es wurde ein elastisch-plastisches Stahlgesetz verwendet. Die Formulierung der Materialgesetze des Betons war geringfügig anders als bei Vecchio und Collins.

Baumann berücksichtigte 1988 eine verteilte Verbundwirkung der Bewehrung bei verschiedenen Knotengeometrien für Lösungen mit Stabwerkmodellen [7].

1990 führten Dei Poli, Di Prisco und Gambarova [35] ein Verbund-Schlupf-Gesetz für die Bügelbewehrung in das bereits entwickelte Modell entsprechend [34] ein. Sie berücksichtigten auch die Druckstrebenbiegung, die sich aus der Rissuferverzahnung ergab. An deren Einspannung im Druckgurt ergaben sich Betonzugspannungen. Es wurden nun zwei Materialgesetze für die Rissuferverzahnung nach [8] verwendet. Der Schlupf zur Mobilisierung des Bügelverbunds wurde anhand der Rissöffnung durch ein lineares Verbund-Schlupf-Gesetz bestimmt.

Di Prisco und Gambarova [37, 38] führten 1992 Dübelwirkung (Schubwiderstand der Bewehrung) der Zuggurtbewehrung und eine über die Risslänge variable Rissuferverschiebung in das Modell von Dei Poli et al. ein [34]. Dadurch sollten zwei kinematische Zustände für den Steg erfasst werden (Bild 4.4): Steghöhenzunahme mit konstanter Vertikaldehnung (Fall I; von Kupfer und Guckenberger so auch bei Versuchen gemessen [92]) und Rotationsöffnung mit Zentrum im Druckgurt (Fall II; die Krümmung des Balkens ist hier nicht dargestellt; auch von Regan beobachtet [125]). Der erste Fall kann sich auch bei gerissenem Untergurt einstellen. Bei Plastifizierung des Zuggurts wird die Dübelwirkung aufgebraucht, und Fall II stellt sich ein.



**Bild 4.4: Kinematik und Rissuferverschiebung: Fall I: Steghöhenzunahme, Fall II: Rotationsöffnung; nach di Prisco und Gambarova [37]**

Die Rissuferverzahnung war im allgemeinen relativ gering ( $\tau_r = 0.8..3.0 \text{ MPa}$ ). Dies begrenzte die Veränderung der Druckstrebenneigung über die Risse hinweg.

1992 präsentierten Kupfer und Bulicek [93] das Scheibenmodell von Kupfer et al. [91] mit zwei Materialgesetzen zur Rissuferverzahnung, die auf denen von [168] beruhten. Die erste Hauptdruckspannung  $\sigma_1$  wurde nicht mehr vernachlässigt, erwies sich aber als gering. Die Rissneigung war nicht mehr festgelegt, sondern wurde im ungerissenen Zustand mittels kontinuumsmechanischer Betrachtungen an der neutralen Faser bestimmt (Gl. (4.1)). Damit war das Verhalten lastpfadabhängig. Bei Prüfung der Verträglichkeit auf halber Querschnittshöhe wurde die Längsdehnung aus Balkenbiegung für  $\epsilon_x = -1..1 \text{ ‰}$  numerisch ausgewertet. Für  $\epsilon_x = 0 \text{ ‰}$  ergab sich, bezogen auf den mechanischen Bügelbewehrungsgrad  $\omega_z$ , eine bezogene Schubfestigkeit  $\tau/f_c$ , zu der die Rissuferverzahnung einen von der Bügelbewehrung weitgehend unabhängigen Beitrag leistete.

1994 berechnete Marti einen Vouten-Durchlaufträger im Bruchzustand mit parabolischer Vorspannung mithilfe von Spannungsfeldern [104]. Der Spannungszuwachs im Spannglied war dabei vernachlässigt worden. Der Druckstrebenwinkel war über die Balkenhöhe konstant angenommen worden.

Pang und Hsu [122] führten 1996 Rissuferverzahnung in das Modell von Hsu et al. ein [69, 70] und nannten dies 'Fixed Angle Softened Truss Model'. Die Rissneigung und die erste Hauptdruckspannung wurden wie bei Kupfer et al. [93, 91] bestimmt, so dass nur ein Materialgesetz für die Rissuferverzahnung definiert werden musste. Der Überschätzung der Stahlspannung im Modell nach MCFT [162] begegneten Pang und Hsu durch Formulierung eines eigenen Stahlspannungs-Dehnungs-Gesetzes, das konzeptuell widersprüchlich ist.

Zararis präsentierte 1996 ein Modell mit Rissuferverzahnung und Dübelwirkung [171]. Er ging davon aus, dass der Bruch generell nicht als Druckbruch aus der Ebene, sondern durch Zerstörung der 'Risszähne' eintritt, was auch Collins schon angeregt hatte [24].

1998 entwickelten Kaufmann und Marti [83, 82] ein Scheibenmodell mit abgeminderter Betondruckfestigkeit und versteifender Wirkung des Beton auf Zug entsprechend des Zuggurtmodells nach [149, 107] (Kapitel 2). Die Verträglichkeit wurde auf halber Balkenhöhe geprüft. Rissuferverzahnung wurde nicht berücksichtigt, da die Autoren diese als zu abhängig vom Rissabstand einstufen. Zudem sollte die Verbindung zur Plastizitätstheorie nicht verloren gehen, was bei Rissuferverzahnung unweigerlich der Fall ist (z.B. sind der Risswinkel und damit die Bruchlast dann abhängig von der Lastgeschichte).

Im Jahr 2000 entwickelte Stoffel Spannungsfelder nach dem unteren Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie zur Beschreibung des Bruchzustands bestehender Bauten [155]. Dementsprechend wurde der Neigungswinkel der Druckstreben unter Bügelfliessen bestimmt. Er entwickelte Spannungsfelder in Form von punktzentrierten Fächern mit gekrümmten Gurten (Druckgurt oder Spannglied) und Spannungsfelder für gemeinsame Wirkung von schlaffem Zuggurt und parabolischem Spannglied. Für den Stegbereich zwischen den beiden nahm er  $\theta_{inf} = 45^\circ$  an. Die Lösung der Differentialgleichung für ein solches infinitesimales Spannungsfeld gelang ihm numerisch. Stoffel entwickelte darüber hinaus punktzentrierte und Spannungsfelder mit Knotenbereichen für die Spanngliedverankerung.

Neben den statischen entwickelte er auch kinematische Lösungen und wies so im Rahmen der Plastizitätstheorie die Exaktheit seiner Lösungen nach.

Schießl konzentrierte sich 2005 für ihr Scheibenmodell auf wirklichkeitsnahe Materialgesetze [142]. Dübelwirkung wurde berücksichtigt. Das ursprüngliche Rissuferverzahnungsmodell von Walraven [168] wurde bezüglich der Rissrauigkeit auf hochfeste Betone erweitert. Beziehungen zwischen mittlerer Verbundspannung und Schlupf für hochfesten Beton wurden zur Ermittlung der versteifenden Mitwirkung des Betons auf Zug benutzt. Es wurde der kinematische Fall I nach Bild 4.4 angenommen.

2005 untersuchte Bentz [10] die unterschiedlichen empirischen Formulierungen für die Mitwirkung des Betons auf Zug (engl. "Tension Stiffening") in den Ansätzen von [162, 122]. Er stellte fest, dass die Unterschiede von den Verbundbedingungen bei den Versuchen, die Grundlage der aufgestellten Beziehungen waren, herrührten (glatte oder gerippte Stäbe, Bewehrungsgrad und Betonüberdeckung).

Somo und Hong untersuchten 2006 statistisch die Ergebnisse von mehr als tausend Balkenversuchen und verglichen diese mit verschiedenen existierenden Modellen und nordamerikanischen Vorschriften [154]. Für Balken mit Querbewehrung erwies sich die MCFT als die Methode mit der besten Vorhersage. Die Ansätze von Kupfer et al. [93], Dei Poli, di Prisco, Gambarova et al. [38] und Kaufmann und Marti [83, 82] waren nicht berücksichtigt worden.

### 4.3 Herleitung ausgesuchter Ansätze

Im folgenden werden diese Ansätze zur Beschreibung der Schubtragwirkung hergeleitet:

- a) Plastizitätstheorie
- b) Compression Field Theory
- c) Elasto-Plastische Finite Element-Berechnung

Folgende Annahmen werden getroffen:

- Die Schubtragwirkung der Flansche wird vernachlässigt (Ausnahme: Abschnitt 4.6)
- Die Dübelwirkung der Bewehrung wird vernachlässigt.
- Bei Neurissbildung schliessen sich die bestehenden nahtlos; die dabei notwendige Ris-suferverzahnung entspricht dem Verhalten eines homogenen Betons.
- In den Rissen ist die Zugfestigkeit des Betons null.
- Es besteht perfekter Verbund zwischen Stahl und Beton:  $\epsilon_s = \epsilon_c$ .

Daraus ergibt sich folgendes:

1. Die Betondruckfelder im Steg sind einaxial (Ausnahme: Abschnitt 4.6).
2. Der Spannungstensor und der Verzerrungstensor besitzen dieselben Hauptachsen. Damit wird  $\theta_\sigma = \theta_\epsilon = \theta$ .
3. Die Risse werden als 'verschmierte' Dehnungen betrachtet.

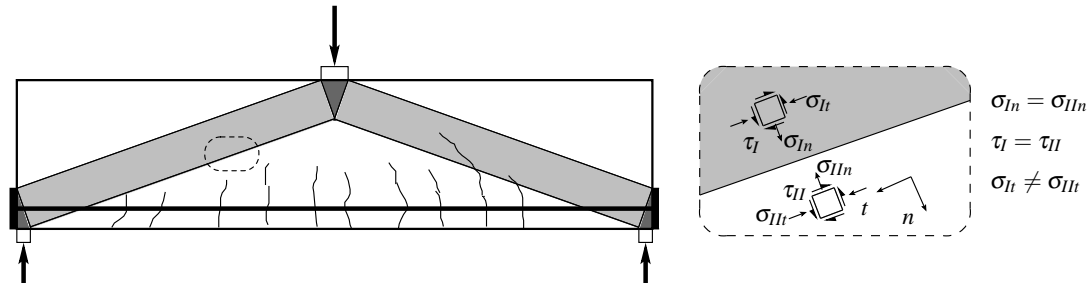
Darüber hinaus wird die vertikale Stegbewehrung als 'verschmiert' behandelt, d.h. als ein Stahlstreifen mit der Breite  $a_{sw}$  oder der bezogenen Breite  $\rho_w$ . Bei den folgenden Druckfeldbe-trachtungen wird von einem konstanten Hebelarm ausgegangen.

### 4.4 Plastizitätstheorie

In den fünfziger Jahren stellten Drucker und Prager die Plastizitätstheorie vor [40, 42, 124]. Diese war, zunächst unbemerkt von der westlichen Welt, schon 1936 von Gvozdev entwickelt worden [62]. Nach dieser Theorie lauten die zwei Grenzwertsätze:

- Statischer Grenzwertsatz: Jede Belastung  $Q_S$ , zu der sich ein stabiler, statisch zulässiger Spannungszustand angeben lässt, liegt nicht höher als die Traglast  $Q_R$ :  $Q_S \leq Q_R$ .
- Kinematischer Grenzwertsatz: Jede Belastung  $Q_S$ , zu der sich ein instabiler, kinema-tisch zulässiger Verschiebungszustand angeben lässt, liegt nicht tiefer als die Traglast  $Q_R$ :  $Q_S \geq Q_R$ .

Einen stabilen, statisch zulässigen Spannungszustand ergibt jedes Spannungsfeld, das innerhalb eines Systems und am Rand im Gleichgewicht ist, und die Fließbedingung, die die Materialfestigkeiten enthält, nicht verletzt. Interessanterweise kann das Spannungsfeld diskontinuierlich sein, d.h. die Spannung parallel zur Diskontinuitätslinie kann einen Sprung aufweisen, wenn nur das Gleichgewicht entlang der Diskontinuitätslinie erfüllt ist. Dies erleichtert die Verwendung des unteren Grenzwertsatzes für die Bemessung von Bauwerken. Die Verträglichkeit der Verformungen ist dann aber nur bei Ansatz von starr plastischen Materialgesetzen möglich ( $\epsilon = 0$  bis zum Bruch). Für das Beispiel im Bild 4.5, dessen Lösung auf Drucker zurückgeht [43], ist  $\sigma_{In} = 0, \tau_I = 0$  (Sonderfall).



**Bild 4.5: Diskontinuitätslinie im Spannungsfeld**

Die exakte Lösung wird gefunden, wenn einerseits die Gleichgewichtslösung einen Mechanismus erzeugt und andererseits die kinematische Lösung die Fließbedingung nirgends verletzt. Eine umfangreiche Abhandlung der Plastizitätstheorie für Beton kann bei Nielsen [119] und in [72, 73] gefunden werden.

## Bruchkriterium für Beton

Bei unbewehrtem Beton kann die Fließbedingung durch ein modifiziertes Mohr-Coulomb-Kriterium beschrieben werden (Bild 4.6). Dieses wird durch den inneren Reibungswinkel  $\varphi$ , die Kohäsion  $c$  und die Zugfestigkeit  $f_{ct}$  charakterisiert. Modifiziert heisst hier, dass eine geringere Zugfestigkeit  $f_{ct}$  verwendet wird, als sich durch den Schnittpunkt der Bruchbedingung mit der horizontalen Achse im  $\tau - \sigma$ -Diagramm ergibt. Sie soll hier sogar vernachlässigt werden ( $f_{ct} = 0$ ). Die Bruchbedingung wird beschrieben durch:

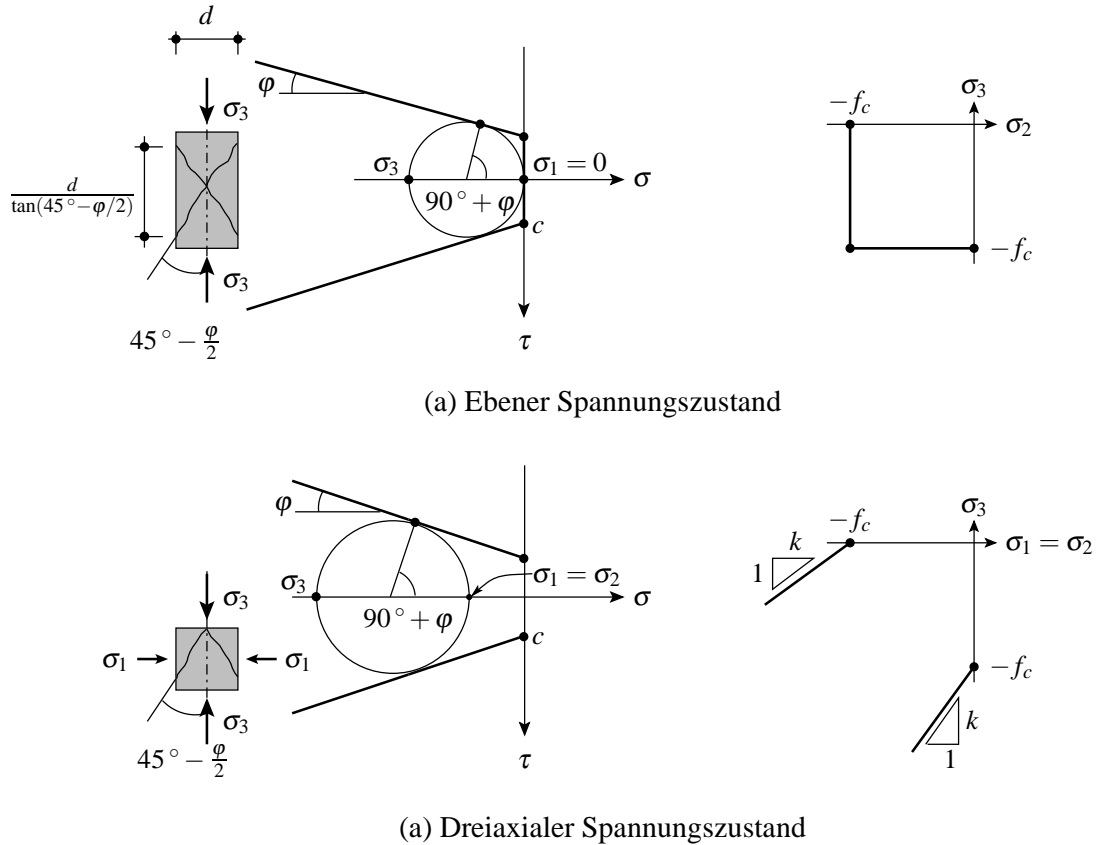
$$\tau_R = \tan \varphi \cdot \sigma_R + c, \quad \varphi \approx 37^\circ, \quad c = \frac{f_c}{2} \cdot \cot \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (4.6)$$

Bild 4.6 (a) zeigt den ebenen Spannungszustand:  $\sigma_1 = 0$ . Versagen tritt ein, wenn der zwei-dimensionale Spannungszustand, der durch den Mohrschen Spannungskreis dargestellt ist, die Bruchbedingung berührt. In der Ebene gibt es damit zwei Versagenszustände:

- Einachsiger Spannungszustand:  $\sigma_3 = -f_c, \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 0$
- Zweiachsiger Spannungszustand:  $\sigma_3 = -f_c, \quad 0 \geq \sigma_2 \geq -f_c, \quad \sigma_1 = 0$

Eine Spannung  $\sigma_3 < -f_c$  ist im zweiachsialen Spannungszustand nach dem Bruchkriterium nicht möglich, da die Spannung senkrecht zur Ebene null ist:  $\sigma_1 = 0$ . In diese Richtung kommt es zur Querdehnung. Verschiedene Forscher haben aber über eine Erhöhung der Bruchspannung  $\sigma_3$  um bis zu 20 % gegenüber der Zylinderdruckfestigkeit  $f_c$  berichtet (Abschnitt 2.2), die hier vernachlässigt wird. Dadurch ergibt sich im Raum  $\sigma_2 - \sigma_3$  ein quadratisches Bruchkriterium.





**Bild 4.6: Modifiziertes Bruchkriterium nach Mohr-Coulomb unter Vernachlässigung der Zugfestigkeit**

Der Winkel zwischen Hauptdruckspannung und der Bruchoberfläche ist  $45^\circ - \varphi/2$ . Mit  $\varphi \approx 37^\circ$  wird dies zu  $45 - 37/2 \approx 27^\circ$ . Die Bruchoberfläche ist also nicht parallel zur Hauptdruckspannung (sonst ergäbe dies  $0^\circ$ ). Rissbildung infolge Zugbelastung vor Bruch dürfen aber mit Kollapsrissen infolge Druckbruch nicht verwechselt werden.

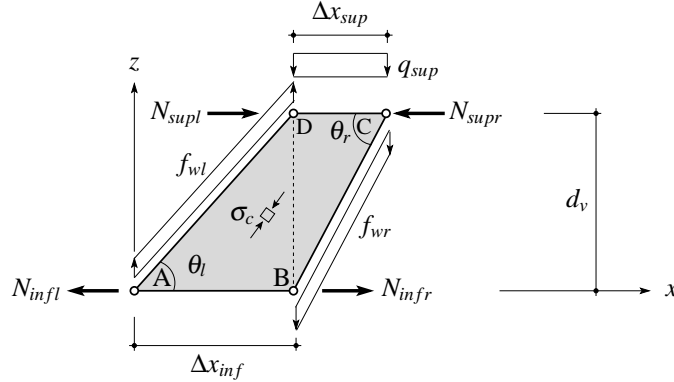
Bild 4.6 (b) zeigt den triaxialen Spannungszustand mit ( $0 > \sigma_1 = \sigma_2$ ). Versagen tritt auch hier ein, wenn der dreidimensionale Spannungszustand, der durch den Mohrschen Spannungskreis dargestellt ist, die Bruchbedingung berührt. Die Querdehnung wird teilweise behindert. Dadurch sind betragsmässig deutlich grössere Spannungen  $|\sigma_3|$  als die Zylinderdruckfestigkeit  $f_c$  möglich, selbst bei nur geringer Querspannung. Anhand der Bruchbedingung lässt sich mit  $\varphi \approx 37^\circ$  und  $\tan(\varphi/2 + 45^\circ) \approx 2$  finden:

$$\sigma_3 = k \cdot \sigma_1 - f_c, \quad k = \tan^2\left(\frac{\varphi}{2} + 45^\circ\right) \approx 4 \quad (4.7)$$

### Fließbedingung der Stahlbetonscheibe

1971 gab Nielsen [118] Gleichgewichtslösungen mit Spannungsfeldern für Stahlbetonscheiben (ebener Spannungszustand) an und prüfte bei den sich einstellenden plastischen Verformungen, ob es sich um einen Mechanismus handelte. So erhielt er auch den Neigungswinkel, da zumindest eine der Spannungsgrössen bekannt war, entsprechend der Fließbedingung. Die Versagenszustände umfassten Bügel- und/oder Längsbewehrungsfließen, immer kombiniert

mit Stegdruckbruch. Für Stahlbetonscheiben führte er einaxiale Spannungsfelder konstanter oder veränderlicher Breite (punktzentrierte Fächer) und zweiaxiale Felder ein und konnte mit ihnen die Bruchlast von wandartigen Trägern berechnen, bei denen elastische Lösungen nach der Balkentheorie versagen. Ein punktzentrierter Fächer ist in Bild 4.7 skizziert.



**Bild 4.7: Einaxiales Spannungsfeld für die Stahlbetonscheibe: Punktzentrierter Fächer nach Nielsen [118]**

Die Gurte sind mit den veränderlichen Kräften  $N_{sup}, N_{inf}$  belastet. Die verschmierte vertikale Stegbewehrung wird am rechten Rand mit der Linienlast  $f_{wr}$  und am linken Rand mit  $f_{wl}$  belastet. Über die Höhe ist die Bügelbelastung konstant. Per Gleichgewicht können bei bekannter Geometrie alle Kräfte bestimmt werden. Man erhält:

$$\Delta x_{inf} = d_v \cdot \cot \theta_l \quad (4.8)$$

$$f_{wl} = \frac{V}{d_v \cdot \cot \theta_l} \quad (4.9)$$

$$\sigma_{swl} = \frac{V}{a_{swl} \cdot d_v \cdot \cot \theta_l} \quad (4.10)$$

$$\text{Analog: } \sigma_{swr} = \frac{V}{a_{swr} \cdot d_v \cdot \cot \theta_r} \quad (4.11)$$

$$\sigma_c(x, z) = -(1 + \cot^2 \theta) \frac{f_{wl}}{b_w} \cdot \left( \Delta x_{inf} + \frac{\Delta x_{sup} - \Delta x_{inf}}{d_v} \cdot z \right) \quad (4.12)$$

$$\cot \theta(x) = \cot \theta_l + \frac{\cot \theta_r - \cot \theta_l}{\Delta x_{inf}} \cdot x \quad (4.13)$$

Bei konstantem Winkel  $\theta_l = \theta_r = \theta$  ergibt sich die Betondruckspannung zu:

$$\sigma_c = -\frac{V}{d_v \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot b_w} \quad (4.14)$$

Die Gurtkräfte berechnen sich zu:

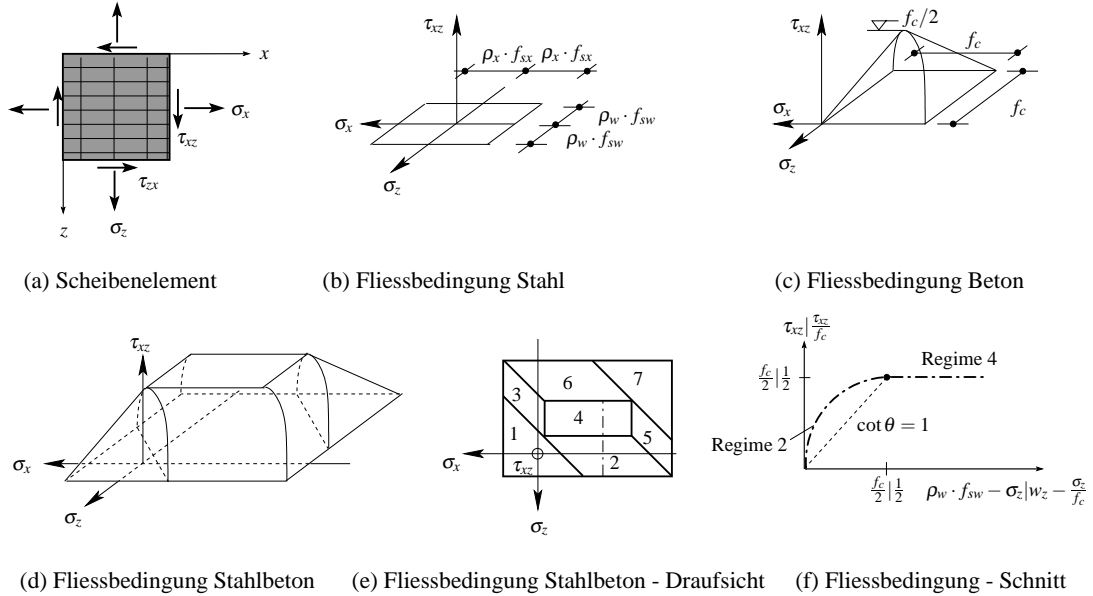
$$N_{sup}(x) = N_{supr} - \frac{1}{2} (\cot \theta_l + \cot \theta_r) \cdot (f_{wr} + q_{sup}) \cdot (x_C - x) \quad (4.15)$$

$$N_{inf}(x) = N_{infr} - \frac{1}{2} (\cot \theta_l + \cot \theta_r) \cdot f_{wl} \cdot (x_B - x) \quad (4.16)$$

$$(4.17)$$

Zur Fließbedingung der Stahlbetonscheibe haben auch Müller, Marti und Kaufmann [114, 102, 82] beigetragen. Hier soll kurz die Fließbedingung und -figur sowie die Richtung der Druckdiagonalen für die verschiedenen Regimes hergeleitet werden.

Eine in zwei Achsen orthogonal bewehrte Scheibe aus Stahlbeton besitzt die Bewehrung  $\rho_x$  in Längsrichtung und  $\rho_w$  in Querrichtung (z-Achse; Bild 4.8 (a)).



**Bild 4.8: Fließbedingung für Stahlbetonscheibenelemente nach Nielsen [118]**

Die Fließgrenzen auf Druck und Zug sind gegeben mit  $\pm f_{sx}$ ,  $\pm f_{sw}$ . Die Fließbedingung für die Bewehrung allein wird erhalten mit der Bedingung, dass Stahl keinerlei Schubspannung aufnehmen kann, also keine Dübelwirkung entwickelt (Bild 4.8 (b)). Sie lautet:

$$-\rho_x \cdot f_{sx} \leq \sigma_{sx} \leq \rho_x \cdot f_{sx} \quad (4.18)$$

$$-\rho_w \cdot f_{sw} \leq \sigma_{sz} \leq \rho_w \cdot f_{sw} \quad (4.19)$$

Die Fließbedingung für den Beton allein beruht auf dem modifizierten Bruchkriterium nach Mohr-Coulomb (Bild 4.6), nach dem die kleinste Hauptdruckspannung nicht kleiner als die einaxiale Druckfestigkeit  $-f_c$  sein kann, da die Hauptspannung aus der Ebene im ebenen Spannungszustand definitionsgemäss null ist (Bild 4.8 (c)). Aus dem Bruchkriterium ergibt sich (dies kann auch am Mohrschen Spannungskreis gezeigt werden):

$$\tau_{cxz} = \min(\sigma_{cx} \cdot \sigma_{cz}, (f_c + \sigma_{cx}) \cdot (f_c + \sigma_{cz})) \quad (4.20)$$

Es ergeben sich zwei Halbkegel. Die erste Bedingung gilt für den vorderen Teil. Für die halbkreisförmige Kegelbasis gilt die Beziehung:

$$\sigma_{cx} = -(\sigma_{cz} + f_c) \quad (4.21)$$

Die Fließbedingung für Stahlbeton ergibt sich entsprechend der Plastizitätstheorie, indem der Ursprung der Fließbedingung (Gl. (4.20)) des Betons entlang der Fließbedingung des Stahls (Gln. (4.18, 4.19)) verschoben wird oder umgekehrt (Bild 4.8 (d,e)).

Die aufnehmbaren Spannungen  $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$  der Stahlbetonscheibe setzen sich aus Stahl- und Betonanteilen zusammen:

$$\sigma_x = \sigma_{cx} + \sigma_{sx} \quad (4.22)$$

$$\sigma_z = \sigma_{cz} + \sigma_{sz} \quad (4.23)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{cxz} \quad (4.24)$$

Die Fließregime können folgendermassen dargestellt werden:

**Tabelle 4.1: Fließregime der Stahlbetonscheibe**

Regime	Fließen	1	2	3	4	5	6	7
$\rho_x \cdot f_{sx}$	[+/-]	+		+		-		-
$\rho_z \cdot f_{sz}$	[+/-]	+	+				-	-
$-f_c$	[-]	-	-	-	-	-	-	-

Das positive Vorzeichen bedeutet Erreichen der Zugfestigkeit, das negative entsprechend. Für die Scheibe im unterbewehrten Regime 1 (Fließen beider Bewehrungen bei gleichzeitigem Betonversagen) ergibt sich die Fließbedingung  $\Phi_1$  durch die Ursprungsverschiebung des vorderen Halbkegels in den Punkt  $(\rho_x \cdot f_{sx}, \rho_w \cdot f_{sw})$  durch Einsetzen der positiven Seite (bei Gleichheit) der Gln. (4.18, 4.19) in Gln. (4.22) und (4.23). Das Ergebnis wird schliesslich in Gl. (4.20) (erste Bedingung) und dann in Gl. (4.24) eingesetzt und man erhält die erste Beziehung von Gl. (4.25).

Das Regime 2 (Fließen der Bügelbewehrung bei gleichzeitigem Betonversagen, die Längsbewehrung bleibt elastisch) ist charakteristisch für Stege von Stahlbeton- und Spannbetonbalken. Die Fließfigur ergibt sich durch Parallelverschiebung des vorderen Teils ( $\sigma_{cz} \geq -f_c/2$ ) der Kegelbasis. Für dieses Regime wird die Fließbedingung auf die gleiche Weise erhalten, nur wird  $\sigma_{cx}$  in Gl. (4.22) substituiert mittels Gl. (4.21), und nur die zweite Fließbedingung für Stahl (Gl. (4.19)) wird verwendet. Es ergeben sich die übrigen Fließbedingungen bei gleicher Vorgehensweise. Man erhält:

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= \tau_{xz}^2 - (\rho_x \cdot f_{sx} - \sigma_x) \cdot (\rho_w \cdot f_{sw} - \sigma_z) = 0 \\
\Phi_2 &= \tau_{xz}^2 - (f_c - \rho_w \cdot f_{sw} + \sigma_z) \cdot (\rho_w \cdot f_{sw} - \sigma_z) = 0 \\
\Phi_3 &= \tau_{xz}^2 - (\rho_x \cdot f_{sx} - \sigma_x) \cdot (f_c - \rho_x \cdot f_{sx} + \sigma_x) = 0 \\
\Phi_4 &= \tau_{xz}^2 - f_c^2/4 = 0 \\
\Phi_5 &= \tau_{xz}^2 - (\rho_x \cdot f_{sx} + \sigma_x) \cdot (f_c + \rho_x \cdot f_{sw} + \sigma_x) = 0 \\
\Phi_6 &= \tau_{xz}^2 - (f_c + \rho_w \cdot f_{sw} + \sigma_z) \cdot (\rho_w \cdot f_{sw} + \sigma_z) = 0 \\
\Phi_7 &= \tau_{xz}^2 - (f_c + \rho_x \cdot f_{sx} + \sigma_x) \cdot (f_c + \rho_w \cdot f_{sw} + \sigma_z) = 0
\end{aligned} \quad (4.25)$$

Im Regime 4 (überarmiert) tritt lediglich Betonbruch ein. Am Rand zwischen Regime 2 und 5 erreicht die Längsbewehrung  $\rho_x$  die negative Fließgrenze.

Bild 4.8 (f) zeigt, dass bei einem Schnitt durch die Fliessfigur durch das Regime 2 und 4 die Längsspannung  $\sigma_x$  keinen Einfluss auf die Fliessbedingung hat. Dies könnte zum Beispiel eine Vorspannung sein. In einem Balken ist die Vertikalspannung im Steg aus äusserer Last unter Annahme ebener Querschnitte null:  $\sigma_z = 0$ .

Regime 2 erscheint als Halbkreis mit dem Radius  $f_c/2$ , Regime 4 als Horizontale; der Bügelbewehrungsgrad hat dort keinen Einfluss mehr auf die Fliessbedingung.

Teilt man dann beide Achsen durch  $f_c$ , erhält man auf der horizontalen Achse den mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_z$ :

$$\omega_z = \frac{f_{sw} \cdot a_{sw}}{f_c \cdot b_w} \quad (4.26)$$

Geht man von einer assoziativen Fliessbedingung aus, steht der plastische Geschwindigkeitsvektor senkrecht auf der Fliessbedingung. Man erhält:

$$\dot{\epsilon}_x = \kappa \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_x}, \quad \dot{\epsilon}_z = \kappa \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_z}, \quad \dot{\gamma}_{xz} = \kappa \frac{\partial \Phi}{\partial \tau_{xz}} \quad (4.27)$$

Mithilfe der Annahme eines Kontinuums und kleiner Verformungen (bei plastischen Verformungen evtl. in Frage zu stellen) erhält man am Mohrschen Verzerrungskreis die Neigung der Hauptdruckdiagonalen (Spannungs- und Verzerrungstensor parallel) gegenüber der  $x$ -Achse:

$$\cot \theta = \frac{\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_x}{\dot{\gamma}_{xz}} \pm \sqrt{\left( \frac{\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_x}{\dot{\gamma}_{xz}} \right)^2 + 1} \quad (4.28)$$

Partielle Ableitung der Fliessbedingung Gl. (4.25) entsprechend Gl. (4.27) und anschliessendes Einsetzen in Gl. (4.28) ergibt:

$$\begin{aligned} \Phi_1 : \cot^2 \theta &= (\rho_x \cdot f_{sx} - \sigma_x) / (\rho_w \cdot f_{sw} - \sigma_z) \\ \Phi_2 : \cot^2 \theta &= (f_c - \rho_w \cdot f_{sw} + \sigma_z) / (\rho_w \cdot f_{sw} - \sigma_z) \\ \Phi_3 : \cot^2 \theta &= (\rho_x \cdot f_{sx} - \sigma_x) / (f_c - \rho_x \cdot f_{sx} + \sigma_x) \\ \Phi_4 : \cot^2 \theta &= 1 \\ \Phi_5 : \cot^2 \theta &= -(\rho_x \cdot f_{sx} + \sigma_x) / (f_c + \rho_x \cdot f_{sx} + \sigma_x) \\ \Phi_6 : \cot^2 \theta &= -(f_c + \rho_w \cdot f_{sw} + \sigma_z) / (\rho_w \cdot f_{sw} + \sigma_z) \\ \Phi_7 : \cot^2 \theta &= (f_c + \rho_x \cdot f_{sx} + \sigma_x) / (f_c + \rho_w \cdot f_{sw} + \sigma_z) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Die Druckdiagonalenneigung wächst mit zunehmendem mechanischen Bewehrungsgrad. Zum Vergleich ist eine Lösung nach Fachwerkanalogie mit  $\cot 45^\circ = 1$  eingezeichnet. Sie stellt eine Gerade dar, die im Regime 2 immer unter der plastischen Lösung bleibt. Nur die Bügel erreichen gerade die Fliessspannung  $\epsilon_z = \epsilon_{sw}$ , doch der Beton plastifiziert nach der elastischen Lösung erst für  $\omega_z = 0.5$ . Im Regime 4 beträgt der Neigungswinkel entsprechend Gl. (4.29)  $\theta = 45^\circ$ .

Es sei angemerkt, dass die Dimension der Scheibe (Grösse, Schlankheit) keine Rolle spielt.

### Spannungsfelder für Balken bei konstantem Schub

Bild 4.9 zeigt ein Spannungsfeld für einen Balken mit zwei Einzellasten. Unter den Einzellasten und über den Auflagern bilden sich punktzentrierte Fächer. Hier kommt es zu Spannungsspitzen, die aber durch Ausbildung von biaxial belasteten Knotenbereichen unter den

Lastenleitungen abgebaut werden. Der Bruch tritt generell im Bereich zwischen den Fächern ein (Bereich ABCD).

Bei diesem Ansatz wird davon ausgegangen, dass in der Bruchzone die Spannungen und Druckdiagonalenneigungen konstant sind. Bei Stegdruckbruch in Balkenstegen gilt entweder das Regime 2 oder das Regime 4. Aufgrund der Hauptzugdehnungen wird eine verminderte Betondruckfestigkeit nach Gl. (3.13) angenommen. Es werden die Gln. (4.25, 4.14, 4.29) benutzt, um den Druckstrebenwinkel  $\theta$  und die bezogene Schubspannung bei Bruch  $\tau_R/f_c$  zu bestimmen. Der Scheibenspannung  $\sigma_z$  in Gl. (4.25) entspricht eine externe Einwirkung auf den Balken, die im Bereich konstanten Schubs null ist ( $\sigma_z = 0$ ). Die effektive Betondruckfestigkeit  $f_{ce}$  wird nach Gl. (3.13) berechnet. Man erhält:

Regime 2:

$$\sigma_z = 0: \quad \frac{\tau_R}{f_c} = \cot \theta \cdot \left( \omega_z - \frac{\sigma_z}{f_c} \right) = \cot \theta \cdot \omega_z \quad (4.30)$$

$$-\sigma_{c3} = f_{ce} = \frac{\tau_R}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \quad (4.31)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\tau_R}{f_c} = \frac{f_{ce}}{f_c} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (4.32)$$

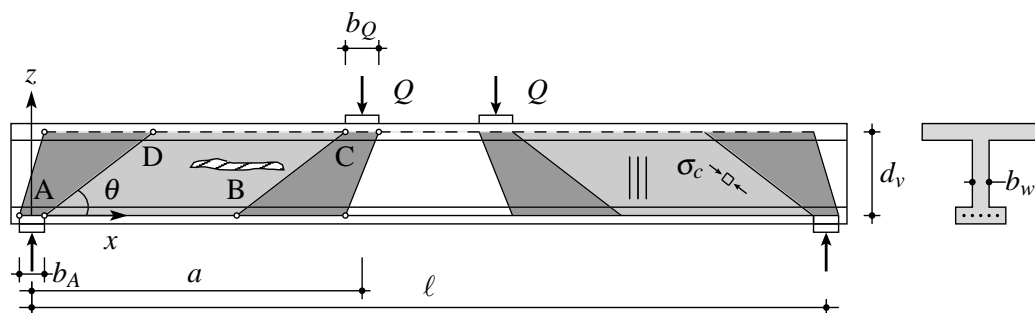
$$= \frac{f_{ce}}{f_c} \cdot \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \quad (4.33)$$

$$\text{Gln. (4.30, 4.32):} \quad \tan \theta = \frac{\omega_z}{\sqrt{f_{ce}/f_c \cdot \omega_z - \omega_z^2}} \quad (4.34)$$

$$Gln. (4.30, 4.34): \quad \frac{\tau_R}{f_c} = \sqrt{f_{ce}/f_c \cdot \omega_z - \omega_z^2} \quad (4.35)$$

Regime 4:

$$\theta = 45^\circ, \frac{\tau_R}{f_c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{ce}}{f_c} \quad (4.36)$$



**Bild 4.9: Spannungsfeld mit konstanter Druckfeldneigung und Stegdruckbruchzone im Bereich ABCD zwischen den Lasteinleitungen**

Es wird eine mittlere Schubspannung angenommen:

$$\tau_R = \frac{V_R}{b_w \cdot d_v}, \quad V_R = Q \quad (4.37)$$

Der sich einstellende Winkel  $\theta$  muss geometrisch möglich sein. Sehr flache Winkel sind am Zuggurt nicht mehr verträglich. Bei sehr steilen Winkeln kann unter Umständen das Plastizieren der Bügelbewehrung nicht erreicht werden. Der Druckdiagonalenwinkel wird daher durch folgende Bedingungen begrenzt:

$$\tan \theta \geq \frac{d_v}{a - \frac{1}{2} \cdot (b_A + b_Q)} \quad (4.38)$$

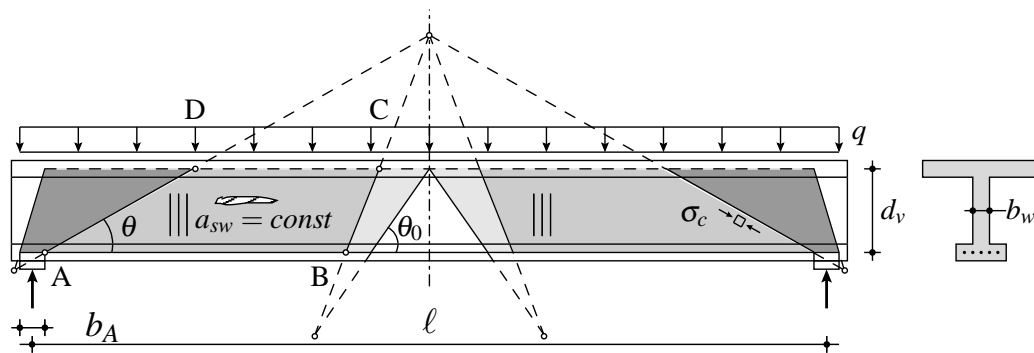
$$25^\circ \leq \theta \leq 45^\circ \quad (4.39)$$

Ergeben sich kleinere Winkel als nach Gl. (4.38), so kommt es zur Direktabstützung eines Teils der Last  $Q$ ; dieser Teil wird dann nicht mehr durch die Bügel aufgenommen.

Eine etwaige gerade Längsvorspannung hat keinen Einfluss auf die Bruchbedingung.

### Spannungsfelder mit variablem Schub

1978 verwendete Müller [114] punktzentrierte Fächer zur Berechnung von Stahlbetonbalken mit variablem Schub (Bild 4.10). Unter Annahme des Regimes 2 (Fließen der Bügel und Stegbetondruckbruch) ergibt sich bei konstantem Druckdiagonalenwinkel (Zentrum des Fächers liegt im unendlichen) ein abgetreppter Verlauf der nötigen Bügelbewehrung, was als "Staggered Shear Design" bekannt wurde. Bei konstanter Bügelbewehrung ergibt sich ein variabler Druckstrebenwinkel, der bis zum Auflager hin flacher wird, so dass das Versatzmass  $V \cdot \cot \theta / 2$  und die zu verankernde Kraft am Auflager zunehmen. Die Fächer mit Zentrum unter dem Balken entstehen in Feldmitte und über dem Auflager, weil die dort am Untergurt aufnehmbare senkrechte, verteilte Last grösser ist als die am Obergurt wirkende. Der Winkel  $\theta_0$  wird frei gewählt. Die Auflast  $q \cdot b_A$  wird über dem jeweiligen Auflager direkt in dieses eingeleitet. Das zugehörige Spannungsfeld von geringer Intensität überlagert den Fächer am Auflager, ist aber ohne Bedeutung für die Bemessung.



**Bild 4.10: Spannungsfeld mit variabler Druckfeldneigung und Stegdruckbruch im Bereich ABCD zwischen den Lasteinleitungen für einen profilierten Balken nach Müller [114]**

### Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie

Es ist möglich, dass das System die Bruchlast nicht erreichen kann, weil die sich einstellen- den plastischen Verformungen nicht verträglich sind, etwa die Lastübertragung über klaffende Risse hinweg (Bild 4.5, rechte Balkenseite). Bei Stahlbeton muss daher immer eine Kontrolle der Rissweite erfolgen, etwa über Mindestbewehrung. Muttoni hat 1990 die Duktilität und die Grenzen der Anwendbarkeit für verschiedene Tragsysteme untersucht [115]. Er stellte fest,

dass die Materialentfestigung (siehe Abschnitt 3.3) und die Systemart sowie Effekte zweiter Ordnung die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie begrenzen können.

Wird der mechanische Bewehrungsgrad nicht mit der Zylinderdruckfestigkeit  $f_c$ , sondern mit der effektiven Druckfestigkeit  $f_{ce} < f_c$  definiert, so erhöht sich der mechanische Bewehrungsgrad, so dass unter Umständen statt Regime 2 ein Regime 4 zu erwarten ist.

Bei Lösungen nach dem oberen Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie stehen bei Druckbruch des Betons der Verformungsvektor und die Hauptachse von  $\varepsilon_1$  nicht senkrecht auf dem Kollapsriss. 1974 nahm Braestrup [11] an, dass dies auf Rissuferverzahnung hindeute. Rissuferverzahnung ist mit kinematischen Ansätzen der Plastizitätstheorie schwer vereinbar, da (plastische) Verformungen erst bei Bruch auftreten und sich die Risse dann frei einstellen.

## 4.5 Compression Field Theory

Die "Compression Field Theory" (CFT) wurde von Mitchell und Collins entwickelt, und später von Vecchio und Collins modifiziert ("Modified Compression Field Theory" oder MCFT; siehe Abschnitt 4.2). Das Spannungsfeld für einen Balken mit zwei Einzellasten hat die gleiche Form wie das beim Ansatz nach der Plastizitätstheorie (Bild 4.9), nur dass der Neigungswinkel nicht durch die Fließbedingung (eine Spannung ist bekannt), sondern durch die Verträglichkeit der Verformungen bestimmt wird. Die Fließbedingung für die Stahlbetonscheibe bleibt weiterhin gültig, nur wird die effektive Betondruckfestigkeit  $f_{ce}$  verformungsabhängig formuliert.

Die MCFT berücksichtigt die versteifende Mitwirkung des Betons auf Zug sowie die Rissuferverzahnung. Die Fließfigur ändert sich dadurch nur geringfügig. Wegen der konzeptuellen Klarheit wird hier nur die CFT entwickelt, mit den Materialgesetzen nach dem "Disturbed Stress Field Model" von Vecchio aus dem Jahr 2000/2001 [164, 165, 166].

### Materialgesetze

Die effektive Betondruckfestigkeit wird nach Gl. (3.18) bestimmt:

$$\eta_\varepsilon = \frac{f_{ce}}{f_c} = \frac{1}{1 - 0.27 \cdot (\varepsilon_1/\varepsilon_0 + 0.37)} \quad (4.40)$$

Dabei wird auf die Berücksichtigung der "anscheinenden Überhöhung" der Dehnungen durch spannungsfreie Rissuferverschiebung weitgeöffneter Risse nach [164] verzichtet.

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird mit dem Ansatz nach Gl. (2.13) (nach Thorenfeldt-Tomaszewicz-Jensen [159]) bestimmt, wobei die Zylinderdruckfestigkeit  $f_c$  durch die effektive Festigkeit  $f_{ce}$  ersetzt wird. Die Dehnung  $\varepsilon_0$  bei Erreichen der Festigkeit  $f_{ce}$  entspricht beim gewählten Ansatz der Dehnung bei Erreichen der Festigkeit in einem Zylinderversuch. Sie kann ebenfalls durch Gl. (2.13) beschrieben werden. Dies bedeutet bei Bruch ein Sekantenmodul  $E_{c,sec} = -f_{ce}/\varepsilon_0$ , das proportional zur effektiven Festigkeit  $f_{ce}$  ist. Auf die Berücksichtigung von aufgezwungenen Dehnungen infolge Schwinden und Kriechen wird verzichtet.

Die Abminderung der Bruchfestigkeit aufgrund von Querdehnungen wurde anhand von Versuchen an Scheiben ermittelt (Kapitel 3). Für Scheiben sind die Dehnungen und Spannungen über den gesamten Probekörper etwa konstant. So werden nach der CFT auch Balkenstege behandelt. Bei Balken variieren jedoch die Dehnungen und Spannungen im Steg entlang der Längsachse und der Höhe. Wie nach der Plastizitätstheorie müsste demnach auch die CFT die Betondruckfestigkeit abmindern, um duktilen Verhalten garantieren zu können. Dies erscheint unkonservativ.



Das Verhalten der Bewehrung wird durch eine trilineare Beziehung beschrieben (Bild 4.11 (a)). Für kaltverformte Stähle wird, als Erweiterung zu Vecchio, ein bilineares Gesetz verwandt (Bild 4.11 (b)). Man erhält:

Naturharter Stahl:

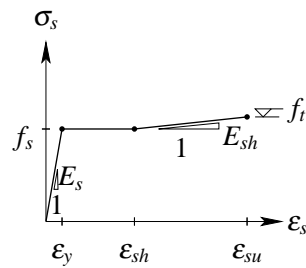
$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s, \quad 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y; \quad \sigma_s = f_s, \quad \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \quad (4.41)$$

$$\sigma_s = f_s + E_{sh} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}), \quad \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}; \quad \sigma_s = 0, \quad \varepsilon_{su} < \varepsilon_s \quad (4.42)$$

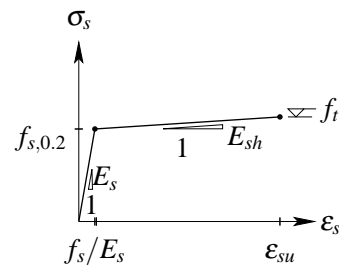
Kaltverformter Stahl:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s, \quad 0 \leq \varepsilon_s \leq \frac{f_{s,0.2}}{E_s}; \quad \sigma_s = f_{s,0.2} + E_{sh} \cdot \left( \varepsilon_s - \frac{f_{s,0.2}}{E_s} \right), \quad \frac{f_{s,0.2}}{E_s} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \quad (4.43)$$

$$\sigma_s = 0, \quad \varepsilon_{su} < \varepsilon_s \quad (4.44)$$



(a) Naturharter Stahl



(b) Kaltverformter Stahl

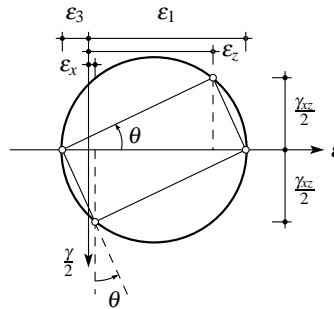
**Bild 4.11: Materialgesetz für Bewehrungsstahl, verwendet für den Ansatz nach der Compression Field Theory**

## Verträglichkeit

Gleichung (4.5) wird zur Prüfung der Verträglichkeit verwendet:

$$\tan \theta^2 - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_3}{\varepsilon_z - \varepsilon_3} = 0 \quad (4.45)$$

Sie kann am Mohrschen Verzerrungskreis hergeleitet werden (Bild 4.12).



**Bild 4.12: Mohrscher Verzerrungskreis zur Veranschaulichung der Verträglichkeitsbedingung nach Gl. (4.45)**

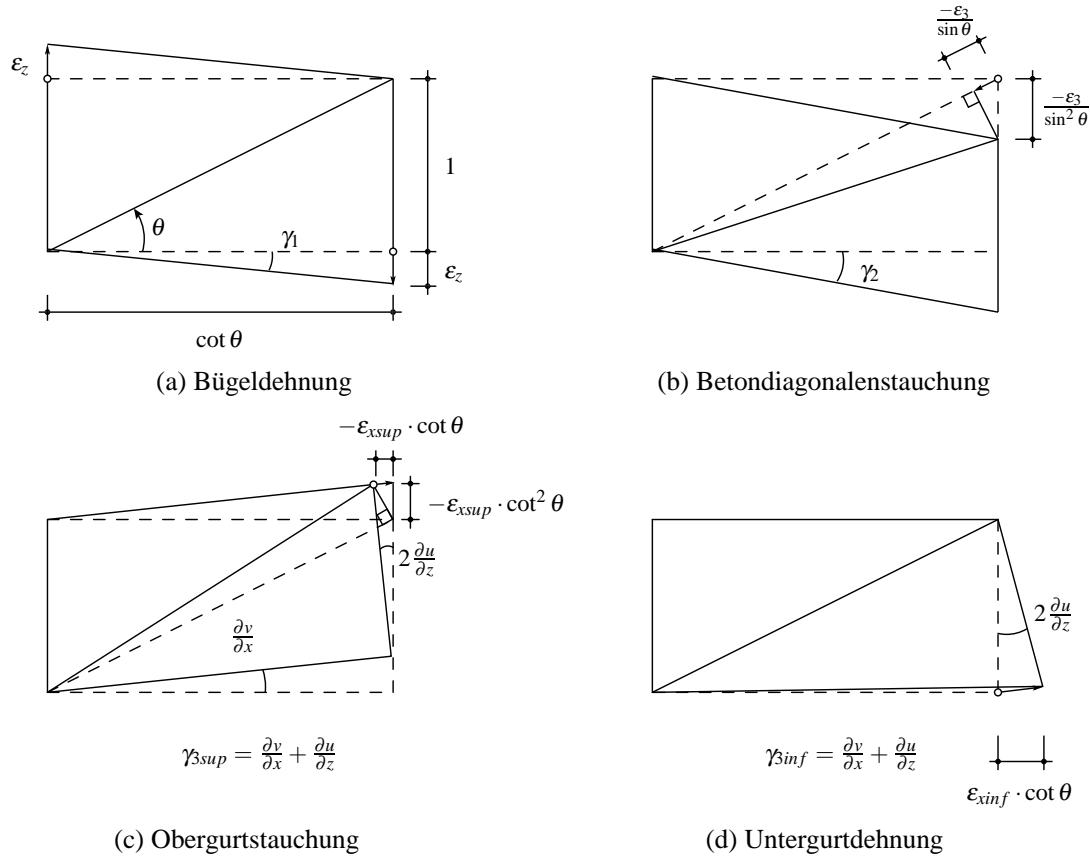


Bild 4.13: Williot'scher Verschiebungsplan für eine rechteckige Fachwerksmasche

Alternativ kann sie durch Minimierung der Formänderungsenergie hinsichtlich der Druckstrebenneigung einer rechteckigen Fachwerksmasche gefunden werden (Bild 4.13).

Die Verzerrungsanteile des Stags setzen sich aus Bügeldehnung, Druckstrebenstauchung und Gurtdehnung (oben und unten) zusammen:

$$\gamma_{xz1} = \varepsilon_z \cdot \tan \theta \quad (4.46)$$

$$\gamma_{xz2} = -\frac{\varepsilon_3}{\sin \theta \cos \theta} \quad (4.47)$$

$$\gamma_{xz3,sup} = \varepsilon_{xsup} \cdot \cot \theta + \frac{-\varepsilon_{xsup} \cdot \cot \theta + 0}{2} = \frac{\varepsilon_{xsup}}{2 \cdot \tan \theta} \quad (4.48)$$

$$\gamma_{xz3,inf} = \frac{\varepsilon_{xinf} \cdot \cot \theta + 0}{2} = \frac{\varepsilon_{xinf}}{2 \cdot \tan \theta} \quad (4.49)$$

$$\gamma_{xz} = \varepsilon_z \cdot \tan \theta - \frac{\varepsilon_3}{\sin \theta \cos \theta} + \frac{\varepsilon_{xsup} + \varepsilon_{xinf}}{2 \cdot \tan \theta} \quad (4.50)$$

Durch partieller Ableitung hinsichtlich  $\theta$  wird das Minimum der Formänderungsarbeit gefunden ( $\partial \gamma_{xz} / \partial \theta = 0$ ), welches wieder Gl. (4.45) entspricht:

$$\varepsilon_{xm} = \frac{\varepsilon_{xsup} + \varepsilon_{xinf}}{2} \quad (4.51)$$

$$\tan \theta^2 - \frac{\varepsilon_{xm} - \varepsilon_3}{\varepsilon_z - \varepsilon_3} = 0 \quad (4.52)$$

Dies entspricht also der Verträglichkeitsprüfung auf halber Balkenhöhe. Hierzu werden die mittleren Dehnungen für die Gurte, die Diagonalen und die Bügel betrachtet, unter Annahme kleiner Verformungen. Solche, die von höherer Ordnung klein sind, werden vernachlässigt. Bild 4.13 (a) zeigt, dass der kinematische Fall I entsprechend Bild 4.4 (konstante Bügelspannung über die Höhe) auch verträglich ist.

### Lösung

Grundlage ist wieder das Spannungsfeld ABCD nach Bild 4.9 (Einfeldbalken mit Schubspannweite  $a$ ). Das Vorgehen zur Bestimmung des Winkels  $\theta$  ist iterativ. Er wird zunächst geschätzt. Die Gurtkräfte ergeben sich aus der Balkenbiegung; die Gurtdehnungen werden linearisiert:

$$\varepsilon_{xsup} = \frac{1}{E_c \cdot A_{sup}} \cdot \left[ \frac{-P}{d_v} \cdot \left( d - \frac{h}{2} - e \right) + Q \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \cot \theta - \frac{x}{d_v} \right) \right], \quad 0 \leq x \leq a \quad (4.53)$$

$$\varepsilon_{xinf} = \frac{1}{E_s \cdot A_{sinf}} \cdot \left[ -\frac{P}{d_v} \cdot \left( d - \frac{h}{2} - e - d_v \right) + Q \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \cot \theta + \frac{x}{d_v} \right) \right], \quad 0 \leq x \leq a \quad (4.54)$$

Dabei ist  $P$  der positive Wert einer eventuell vorhandenen, geraden Längsvorspannung mit der Exzentrizität  $e$ , bezogen auf die Achse in halber Querschnittshöhe ( $e$  positiv Richtung Zuggurt). Die Steigerung der Vorspannkraft durch Verformung wird vernachlässigt. Dann kann die Kraft  $-P$  auch durch eine Normalkraft  $N$  (Druckkraft negativ) ersetzt werden. Die Gl. (4.53,4.54) zeigen die Entlastung des oberen, gedrückten Gurts und die Belastung des Zuggurts, jeweils durch das Versatzmass  $Q \cdot \cot \theta / 2$ .

Für das mittlere Verhalten der Gurte im Bereich ABCD wird  $x = a/2 + 1/2 \cdot (b_A - b_Q) \approx a/2$  verwandt. Dann ist ein Ansatz linear elastischen Verhaltens für die Gurte angemessen. Damit ist  $\varepsilon_x = \varepsilon_{xm}$  nach Gl. (4.51) bekannt.

Die Bügelspannung wird mit Gl. (4.10) berechnet zu:

$$\sigma_{sw} = \frac{Q}{d_v \cdot \cot \theta \cdot a_{sw}} \quad (4.55)$$

Die Druckspannung  $\sigma_{c3}$  wird nach Gl. (4.14) oder (4.31) ( $V = Q$ ) bestimmt.

Mittels des Materialgesetzes für die Bügel wird die Dehnung  $\varepsilon_z$  bestimmt. Zur Bestimmung der Hauptdruckdehnung  $\varepsilon_3$  muss zunächst die Hauptzugdehnung  $\varepsilon_1$  bekannt sein, da diese die effektive Betondruckfestigkeit  $f_{ce}$  beeinflusst. Folgende Beziehung, die am Mohrschen Verzerrungskreis hergeleitet werden kann, wird verwendet:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_z - \varepsilon_x \cdot \tan \theta^2}{1 - \tan \theta^2} \quad (4.56)$$

Daraufhin kann die Hauptdruckdehnung  $\varepsilon_3$  bestimmt und schliesslich die Verträglichkeit durch Gl. (4.45) geprüft werden. Der Winkel wird dann iterativ korrigiert. Der gefundene Winkel muss auf jeden Fall die Bedingung nach Gl. (4.38) einhalten. Bruch tritt ein, wenn für die Last  $Q$  die Bruchdehnung der Bügel überschritten wird oder für die gegebene Druckspannung  $\sigma_{c3} = -f_{ce}$  wird.

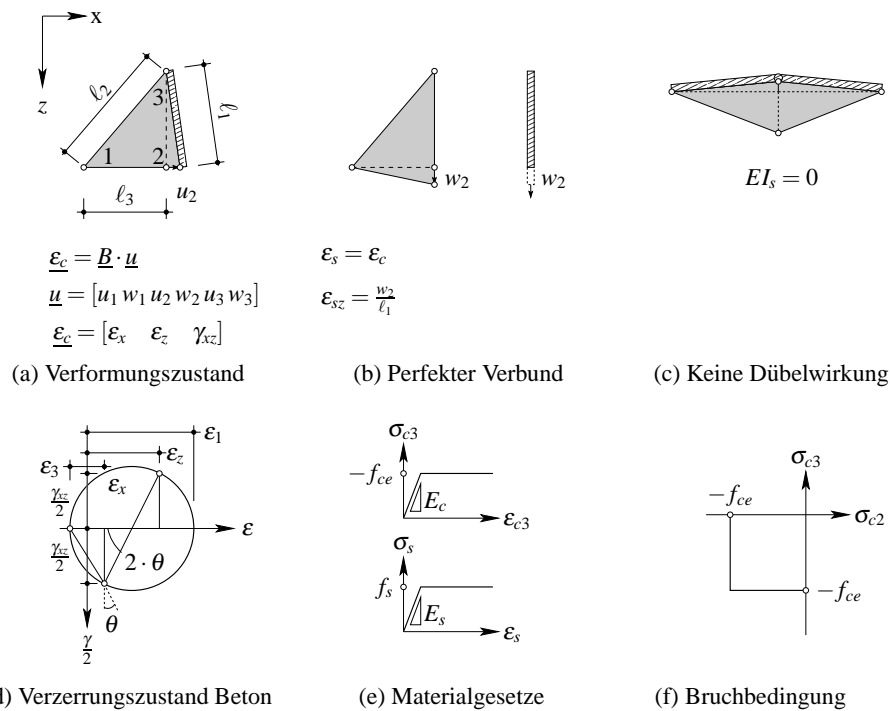
Eine etwaige schlaaffe Längsbewehrung im Steg sowie der Spannungszuwachs im eventuell vorhandenen Spannglied bei Bruch werden vernachlässigt.

## Grenzen der Anwendbarkeit

Mit der Compression Field Theory lässt sich über entsprechende Materialgesetze auch entfestigendes Verhalten darstellen. Eine Entfestigung ist immer auf einen Teilbereich der Struktur beschränkt (Lokalisierung), da die Reststruktur elastisch entlastet. Eine endliche Bruchzonen-grösse muss daher definiert werden, die nach dem Ansatz der CFT dem gesamten Bereich konstanten Schubs entspricht, was bei Balken im Massstab 1:1 mehrere Meter sein können. Im Bruchkriterium nach Gl. (3.18) sind daher über die empirischen Koeffizienten wahrscheinlich auch Abminderungen zur Beschreibung des entfestigenden Verhaltens enthalten.

## 4.6 Elasto-plastische Berechnung mit Finiten Elementen

Finite-Elemente eignen sich bei Verschmierung der Risse für die Berechnung von gerissenem Stahlbeton nur dann, wenn Stahl und Beton durch verschiedene Elemente modelliert werden (Bild 4.14 (a); bei  $B$  handelt es sich um die Verzerrungs-Verchiebungs-Transformationsmatrix), deren Verzerrungszustand aber durch eine Verbundbedingung gekoppelt ist (Bild 4.14 (b)). Dabei kann der Beton zum Beispiel durch Dreieckselemente mit drei Knoten, etwa "Constant Strain Triangles" (CST), modelliert werden.



**Bild 4.14: Elasto-plastische Berechnung mit Finiten Elementen nach Fernández Ruiz und Muttoni [55]**

Fernández Ruiz und Muttoni entwickelten ein nichtlineares Finite-Elemente-Programm mit diesem innovativen Ansatz [55].

Die Dübelwirkung vernachlässigten sie (Bild 4.14 (c)). Die Verzerrungen im globalen  $x - z$ -Achsensystem werden durch Drehung in die Hauptachsen in Hauptdehnungen transformiert (Bild 4.14 (d)). Mittels linear elastisch - perfekt plastischen Materialgesetzen werden dann die Betonhaupt- und die Stahlspannungen berechnet (Bild 4.14 (e)). Ist die erste Hauptdehnung  $\varepsilon_1 < 0$ , wird der Spannungszustand, der innerhalb der Elementgrenzen jeweils

konstant ist, zweiachsig. Ist  $\varepsilon_1 > 0$ , so ergibt sich mit dem gewählten, modifizierten Mohr-Coulomb-Bruchkriterium für den Beton,  $\sigma_{c1} = 0$  und damit ein einaxialer Spannungszustand (Bild 4.14 (f)).

Die Abminderung  $\eta_\varepsilon$  aufgrund von Querdehnung wird im Rahmen dieser Arbeit mit Gl. (6.6) bestimmt. Um ein linear elastisch-plastisch Materialgesetz für den Beton verwenden zu können, wird vereinfachend der Modellfaktor  $\eta_{fc}$  nach Gl. (3.13) berechnet.

Sind die Spannungen bekannt, werden diese entsprechend der Hauptachsenrichtung und der Form des Elements auf die Knoten als Knotenkräfte aufgeteilt. Bei der Verknüpfung der Elemente wird dann sowohl das Knotengleichgewicht als auch der kinematische Zusammenhang der Elemente kontrolliert. Die Lösung des nichtlinearen Systems erfolgt mit dem vollen Newton-Raphson-Verfahren.

Bei diesem Verfahren wird die Verträglichkeit jeweils im Mittel über das Element erfüllt.

## 4.7 Zusammenfassung und Folgerungen

Die Modellansätze können hinsichtlich ihrer Behandlung der Rissneigung grob in zwei Kategorien unterschieden werden:

- Feste Rissneigung (engl. "Fixed angle approach"),
- Freie Rissneigung (engl. "Rotating angle approach").

Der erste Typ geht davon aus, dass die Schrägrissneigung durch Erstrissbildung feststeht und eine Abweichung der Druckstrebenrichtung von der Rissneigung nur durch Aktivierung von Rissuferverzahnung möglich ist. Diese ermöglicht damit eine bessere Ausnutzung des Betons bei geringen Bügelbewehrungsgraden und erhöht so die Schubtragfähigkeit. Zu diesem Typ zählen die Ansätze von Kupfer und Bulicek [93], di Prisco und Gambarova [38] sowie Pang und Hsu [122].

Der zweite Typ geht davon aus, dass die Rissuferverzahnung auf jeden Fall immer ausreichend ist, so dass sich die Druckstrebenrichtung unabhängig von der Erstrissbildung einstellen kann. Die explizite Berücksichtigung der Rissuferverzahnung wird daher zu einer Schwächung der Schubtragfähigkeit führen. Zu diesem Typ zählen die Ansätze von Kupfer [89], Vecchio und Collins [162], Hsu et al. [70] sowie Kaufmann und Marti [83].

Für die Berechnung nach der Plastizitätstheorie wird die Verträglichkeit der Verformungen nicht geprüft. Die effektive Stegfestigkeit kann nur pauschal abgemindert werden. Die Schubtragwirkung der Gurte wird vernachlässigt.

Die Berechnung mit der "Compression Field Theory" erlaubt keine Lokalisierung der Bruchzone; den Annahmen nach ist sie von der Größe des inneren Hebelarms. Der Druckstrebenwinkel bleibt konstant entlang der Balkenachse und -höhe.

Die nichtlineare FE-Methode ist als allgemeine Bemessungsmethode zu aufwendig.



# 5 Schubtragverhalten von Stahl- und Spannbetonträgern

## 5.1 Einleitung

Im vorangegangenen Kapitel werden bestehende Ansätze zur Schubtragwirkung gezeigt, die gewisse Phänomene nicht oder nur teilweise berücksichtigen. Im folgenden wird ein eigener Ansatz für Stahlbetonträger und für Spannbetonträger entwickelt, der insbesondere die variable Neigung der Druckstreben entlang der Balkenachse und -höhe und die Lokalisation der Bruchzone berücksichtigt.

Ziel ist die Bestimmung der Betondruckspannung im Steg, die im darauffolgenden Kapitel mit einem geeigneten Bruchkriterium verglichen werden wird.

## 5.2 Ansatz für Stahlbetonträger

Es wird von verschmierten Rissen ausgegangen. Im Gegensatz zur "Compression Field Theory" (Kapitel 4) wird hier der Druckstrebenwinkel  $\theta$  mit den Verformungen verträglich und variabel entlang der Balkenachse und -höhe ermittelt. Dann ist auch eine Lokalisierung der Bruchzone möglich. Grundlage ist ein Spannungsfeld aus zentrierten Fächern, die jeweils durch Risse links und rechts begrenzt sind. Der Neigungswinkel  $\theta$  wird zunächst angenommen und dann iterativ mit der Verträglichkeitsprüfung korrigiert. Die Entwicklung entlang der Balkenachse erfolgt inkrementell.

### Materialverhalten von Beton

Die Zugfestigkeit wird nur für die versteifende Mitwirkung berücksichtigt.

Das Verhalten von Beton auf Druck wird durch eine nichtlineare Beziehung berücksichtigt, die auf Collins [24] zurückgeht:

$$\sigma_c = -f_c \cdot \left[ 2 \cdot \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \geq -f_{ce}, \quad \epsilon_c \geq \epsilon_0 \quad (5.1)$$

$$\text{Druckgurt: } f_{ce} = f_c$$

$$\text{Steg: } f_{ce} = \eta_\epsilon \cdot f_c$$

oder

$$\epsilon_c = \epsilon_0 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{\sigma_c}{f_c}} \right), \quad \sigma_c \geq -f_{ce} \quad (5.2)$$

Der Wert  $\eta_\varepsilon$  drückt die Abschwächung des Stegbetons durch den Verzerrungszustand aus, was im folgenden Kapitel entwickelt wird.

Der gewählte Ansatz eignet sich zur Beschreibung des verfestigenden Verhaltens. Es wird sprödes Verhalten vorausgesetzt, d.h. bei Erreichen der effektiven Festigkeit  $f_{ce}$  an nur einer Stelle des Stegs ist die Bruchlast erreicht. Die Dehnung beträgt dann  $\varepsilon_{cR}$ :

$$\varepsilon_{cR} = \varepsilon_0 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \eta_\varepsilon}\right) \geq \varepsilon_0 \quad (5.3)$$

Damit wird die Steifigkeit des Stegbetons gegenüber dem Zylinderversuch nicht reduziert, im Gegensatz zur "Compression Field Theory". Selbst Vecchio, Collins und Aspiotis verfolgten 1994 einen ähnlichen Ansatz für höherfeste Betone [163]. Für Normalbeton liessen die Versuche von Kollegger und Mehlhorn diesen Schluss ebenfalls zu [84]. Die Dehnung  $\varepsilon_0$  wird mit Gl. (2.18) bestimmt.

## Modellfaktor

Da die Verträglichkeit der Verformungen anhand realistischer Materialgesetze überprüft wird, die keinerlei plastische Umverteilungen ermöglichen, braucht die effektive Festigkeit  $f_{ce}$  nach eigenem Ansatz nicht um einen Modellfaktor abgemindert zu werden.

Dies steht im Gegensatz zur Schweizer Norm SIA 262 [145], die den Modellfaktor  $\eta_{fc}$  nach Gl. (3.13) berücksichtigt.

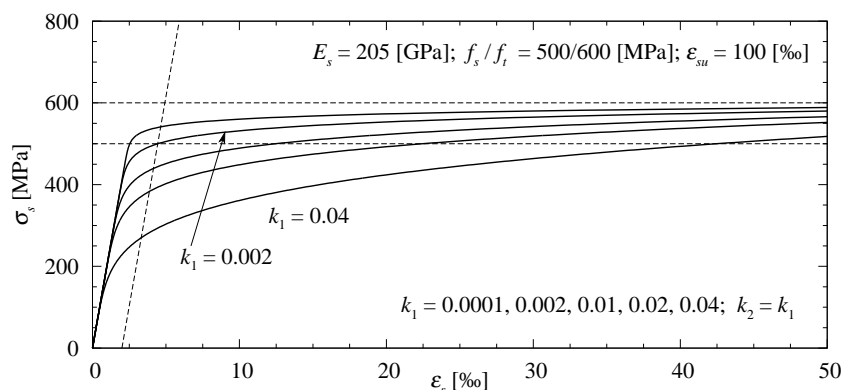
## Materialverhalten von Stahl

Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von schlaffem Bewehrungsstahl (naturhart und kaltverformt) wird durch eine nichtlineare, modifizierte Ramberg-Osgood-Beziehung nach Mattock beschrieben [110]:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \left(\frac{\sigma_s}{k_3}\right)^\alpha \quad (5.4)$$

$$\alpha = \frac{\ln[(\varepsilon_{su} - f_t/E_s)/k_1]}{\ln(f_t/f_s)}, \quad k_3 = \frac{f_s}{k_2^{1/\alpha}}, \quad k_2 = k_1 \quad (5.5)$$

Bild 5.1 zeigt Gl. (5.4) für verschiedene Werte  $k_1$ .



**Bild 5.1: Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Bewehrung nach Gl. (5.4) für den Ansatz verträglicher Spannungsfelder mit variabler Druckstrebenneigung**



Nur für  $k_1 = k_2 = 0.002$  ergibt sich  $f_s = f_{s,0.2}$ . Der Faktor  $k_2$  entspricht nämlich der verbleibenden, plastischen Dehnung bei Entlastung von der Stahlspannung gleich der Proportionalitätsgrenze  $\sigma_s = f_s$ .

Bei Bügeln handelt es sich in der Praxis aufgrund ihres beschränkten Durchmessers meistens um kaltverformten Stahl, sei es wegen der aufgerollten Lagerung, oder weil die meisten Techniken der Kaltverformung in diesem Fall gut funktionieren. Insofern ist Gl. (5.4) eine sehr gute Darstellung des Materialverhaltens von Bügeln.

## Verbundwirkung

Verbundwirkung zwischen Bewehrung und Beton wird durch die Längsbewehrung im Zuggurt und die Schubbewehrung im Steg aktiviert. Verbund bedeutet den sukzessiven Spannungsabbau in der Bewehrung. Insofern besteht die Verbundwirkung der Längsbewehrung vor allem im Abbau der Gurtkraft zum Auflager hin, im Gegensatz zu Scheibenversuchen, wo die Bewehrungskräfte an gegenüberliegenden Rändern gleich sind.

Zwischen den Rissen wird aber der Beton einen Teil der Kräfte auf Zug mittragen. Dies gilt sowohl für die Längsbewehrung als auch für die Bügel. Für beide wird dieser Anteil mit dem "Zuggurtmodell" (Abschnitt 2.4) berücksichtigt, allerdings mit zwei, im folgenden erläuterten Abweichungen.

Als mittlerer Rissabstand  $s_{rmx}$  im Zuggurt wird abweichend vom Zuggurtmodell der Bügelabstand  $s$  gewählt. Es wird davon ausgegangen, dass im Mittel  $3/4$  der Zugfestigkeit aktiviert werden kann. Bei Ansatz einer konstanten Verbundspannung  $\tau_b$  ergibt sich im Vergleich zum Zuggurtmodell für den elastischen Bereich:

$$s_{rmx} = s \quad (5.6)$$

$$\tau_b \leq \tau_{b1}, \quad s_{rmx} \geq \frac{3}{2} \cdot \ell_b \quad (5.7)$$

$$\tau_b > \tau_{b1}, \quad s_{rmx} < \frac{3}{2} \cdot \ell_b \quad (5.8)$$

Bei üblichen Abmessungen ist  $s_{rmx} \geq 3/2 \cdot \ell_b$ . Die versteifende Mitwirkung des Betons auf Zug im elastischen Bereich wird durch den Unterschied zwischen mittlerer  $\epsilon_{sm}$  und maximaler Stahldehnung im Riss  $\epsilon_{sr}$  ausgedrückt und mittels Zuggurtmodell berechnet:

$$\Delta\epsilon_s = \epsilon_{sr} - \epsilon_{sm} \quad (5.9)$$

$$\Delta\epsilon_{sx} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_x \cdot E_s}, \quad f_{ct} = 0.3 \cdot f_c^{2/3} \quad (5.10)$$

Der plastische Bereich spielt für die Längsbewehrung bei Stegdruckbrüchen in den meisten Fällen keine Rolle; Ausnahmen sind bei einer stark gestaffelten Längsbewehrung und teilweise bei Zwischenauflagern zu erwarten.

Die Zugfestigkeit des Betons im Steg nimmt bei grösser werdenden Hauptdruckspannungen ab (Abschnitt 2.2). Dahingegen zeigen unter anderem die im Labor durchgeführten Versuche [65], dass bei Belastungszunahme die Rissabstände im Steg abnehmen, was bedeutet, dass die mittlere Verbundspannung durch die Zugfestigkeitsabnahme wenig beeinträchtigt wird.

Hier wird abweichend vom Zuggurtmodell für den elastischen und plastischen Bereich die

Zugfestigkeit im Steg konstant auf die Hälfte abgemindert. Analog zum Vorgehen in Kapitel 2 erhält man als Eingangswerte:

$$\ell_{bz} = \frac{1 - \rho_w}{\rho_w} \cdot \frac{\emptyset_z}{4} \cdot \frac{f_{cte}}{\tau_{b1}} \quad (5.11)$$

$$s_{rmz} = \frac{3}{2} \cdot \ell_{bz} \quad (5.12)$$

$$f_{cte} = \frac{1}{2} \cdot 0.30 \cdot f_c^{2/3} = \frac{1}{2} \cdot f_{ct}, \quad \tau_{b1} = 0.6 \cdot f_c^{2/3}, \quad \tau_{b2} = 0.3 \cdot f_c^{2/3} \quad (5.13)$$

Damit kann die versteifende Wirkung berechnet werden. Es ergeben sich drei Regimes für den Bereich plastischer Dehnungen  $\Delta x_{b,pl}$ :

1)  $\Delta x_{b,pl} = 0$ :

$$\sigma_{smin} = \sigma_{sr} - \frac{4 \cdot \tau_{b1}}{\emptyset_z} \cdot \frac{s_{rmz}}{2} \geq 0 \quad (5.14)$$

$$\varepsilon_{sz,m} = \frac{\sigma_{smin} + \sigma_{sr}}{2 \cdot E_s} + \frac{\sigma_{sr} \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{k_3}\right)^\alpha - \sigma_{smin} \cdot \left(\frac{\sigma_{smin}}{k_3}\right)^\alpha}{(\alpha + 1) \cdot (\sigma_{sr} - \sigma_{smin})} \quad (5.15)$$

2)  $0 \leq \Delta x_{b,pl} \leq \frac{s_{rmz}}{2}$ :

$$\Delta x_{b,pl} = (\sigma_{sr} - f_s) \cdot \frac{\emptyset_z}{4 \cdot \tau_{b2}} \quad (5.16)$$

$$\sigma_{smin} = f_s - \frac{4 \cdot \tau_{b1}}{\emptyset_z} \cdot \left( \frac{s_{rmz}}{2} - \Delta x_{b,pl} \right) \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \Delta \ell_z = \left( \frac{s_{rmz}}{2} - \Delta x_{b,pl} \right) \cdot \left[ \frac{\sigma_{smin} + f_s}{2 \cdot E_s} + \frac{f_s \cdot \left(\frac{f_s}{k_3}\right)^\alpha - \sigma_{smin} \cdot \left(\frac{\sigma_{smin}}{k_3}\right)^\alpha}{(\alpha + 1) \cdot (f_s - \sigma_{smin})} \right] + \\ + \Delta x_{b,pl} \cdot \left[ \frac{f_s + \sigma_{sr}}{2 \cdot E_s} + \frac{\sigma_{sr} \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{k_3}\right)^\alpha - f_s \cdot \left(\frac{f_s}{k_3}\right)^\alpha}{(\alpha + 1) \cdot (\sigma_{sr} - f_s)} \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\varepsilon_{sz,m} = 2 \cdot \frac{\Delta \ell_z}{s_{rmz}} \quad (5.19)$$

3)  $\Delta x_{b,pl} = \frac{s_{rmz}}{2}$ :

$$\sigma_{smin} = \sigma_{sr} - \frac{4 \cdot \tau_{b2}}{\emptyset_z} \cdot \frac{s_{rmz}}{2} \quad (5.20)$$

$\varepsilon_{sz,m}$  mit Gl. (5.15)

Dabei wurde angenommen, dass der Steg schon gerissen ist. Die Bedingung  $\sigma_{smin} \geq 0$  in Gl. (5.14) führt dazu, dass für kleine Rissspannungen  $\sigma_{sr}$  die effektive Verbundspannung linear bis zum Wert  $\tau_{b1}$  anwächst.

### Rissuerverzahnung

Hier soll gezeigt werden, dass Stegbeton in verbügelten Balken in den meisten Fällen auch im stark gerissenen Zustand wie ein homogenes und isotropes Material behandelt werden kann, was als "frei rotierende Risse" bezeichnet wird. Dann gilt auch, dass die Hauptspannungsrichtung und Hauptdehnungsrichtung zusammenfallen:  $\theta_\sigma = \theta_\epsilon = \theta$ .

Geht man von einer Änderung  $-\beta$  des Druckdiagonalenwinkels in Balkenstegen vom Erstrisswinkel  $\alpha_r$  auf  $\theta = \alpha_r - \beta$  aus und nimmt an, dass sich die Risse passgenau wieder schließen, so herrscht ein einaxialer Druckspannungszustand ( $\sigma_1 = 0$ ) im Beton (Bild 5.2). Die Spannungen  $\sigma_r, \tau_r$  im Riss erhält man dann am Mohrschen Kreis zu:

$$\sigma_r = \sigma_3 \cdot \sin^2 \beta \quad (5.21)$$

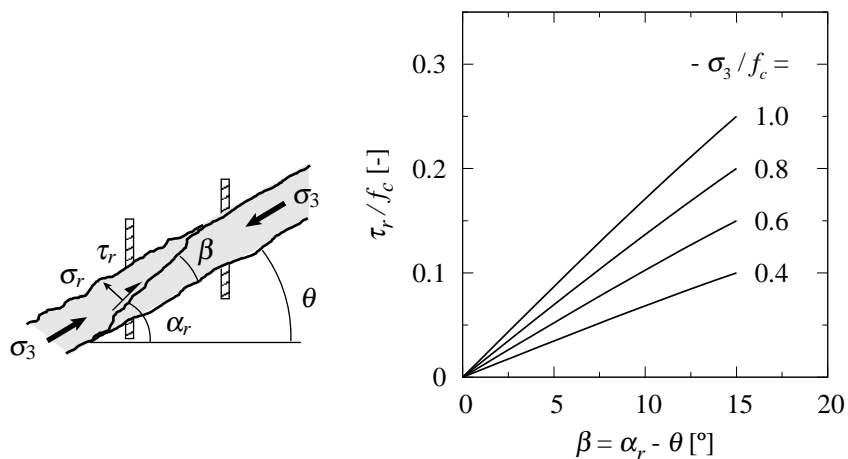
$$\tau_r = -\sigma_3 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \quad (5.22)$$

Das Bild 5.2 (b) zeigt die Auswertung der Gl. (5.21) für Winkel  $\beta = 0$  bis  $15^\circ$  (etwa eine Änderung des Winkels  $\theta$  von  $45$  auf  $30^\circ$ ) und verschiedene Belastungsniveaus. Selbst bei Erreichen der Zylinderdruckfestigkeit  $\sigma_3 = -f_c$  beträgt die Schubspannung im Riss nie mehr als  $\tau_r \leq 1/4 f_c$ .

Versuche zur Bestimmung der Rissuerverzahnung ergeben aber Werte, die bis zu  $0.4 f_c$  betragen (Abschnitt 3.5).

Demnach ist die Rissuerverzahnung generell ausreichend, und der Stegbeton kann als homogen betrachtet werden, mit frei rotierenden Rissen. Bei den im Labor durchgeführten Grossversuche bestätigten die Dehnungsmessungen diese Annahme [65].

Die Annahme ist wahrscheinlich selbst im Falle stark plastizierender Bügel und weit geöffneter Risse zutreffend. Dann nimmt nämlich die effektive Festigkeit des Stegbetons stark ab (Abschnitt 3.3). Wird das Belastungsniveau  $\sigma_3$  mit der effektiven Betonfestigkeit  $f_{ce}$  gleichgesetzt, so zeigt Bild 5.2 (b), dass dann mit abnehmender effektiver Festigkeit auch die nötige Schubspannung im Riss  $\tau_r$  proportional abnimmt.



(a) Rotation der Druckdiagonalen

(b) Schubspannung im Riss

**Bild 5.2: Mobilisierung der Rissuerverzahnung bei frei rotierenden Rissen**

## Dübelwirkung der Bewehrung

Dübelwirkung spielt nur dann eine Rolle, wenn die Bewehrung elastisch bleibt (Abschnitt 3.5). Die Dübelwirkung der Zuggurtbewehrung kann kinematisch nur dann mobilisiert werden, wenn es zur Rotationsöffnung der Risse mit Zentrum im Druckgurt kommt (Bild 3.21 (a)). Dies ist nur der Fall, wenn sich die Schrägrisse lokalisieren, was aber bei einer Mindestbügelbewehrung ausgeschlossen ist. Sie wird daher vernachlässigt.

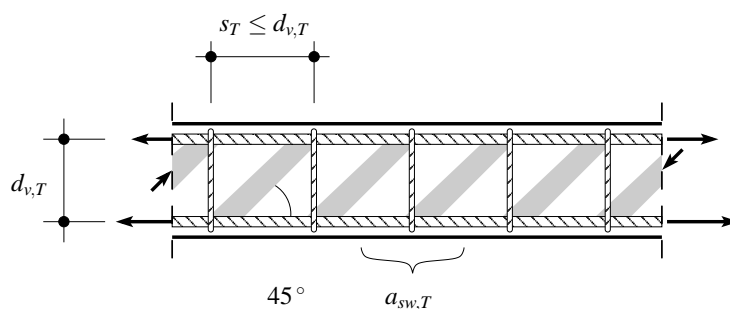
## Innerer Hebelarm und Schubtragwirkung der Gurte

Der innere Hebelarm zwischen den Resultierenden der Gurtkräfte kann entlang der Balkenachse variieren. Nur in diesem Fall wird im Druckgurt eine Schubtragwirkung  $V_{sup}$  aktiviert, da die Druckresultierende eine Neigung besitzen muss. Allerdings nimmt bei zunehmender Neigung der innere Hebelarm ab, so dass insgesamt eine Steigerung der Schubtragwirkung des Balkens nur bei grossen Längsdruckkräften zu erwarten ist, d.h. vor allem bei Spannbetonträgern. Bei Stahlbetonträgern ist die Annahme eines konstanten Hebelarms daher eine gute Näherung. Damit kann die Schubtragwirkung des Druckgurts vernachlässigt werden.

Da der Zuggurt gerissen ist, werden sich lokal Druckstreben voraussichtlich unter einer Neigung von  $45^\circ$  einstellen (Bild 5.3). Mindestens zwei Lagen an Längsbewehrung (Abstand  $d_{v,T}$ ) sind nötig zur Schubtragwirkung. Die Gurtbügel dürfen dann nicht weiter als  $s_T \leq d_{v,T}$  verlegt sein. Dann ist eine Obergrenze für den vom Zuggurt aufnehmbaren Schub  $V_T$ :

$$V_T = a_{sw,T} \cdot d_{v,T} \cdot \cot 45^\circ \cdot f_{sw,T} \quad (5.23)$$

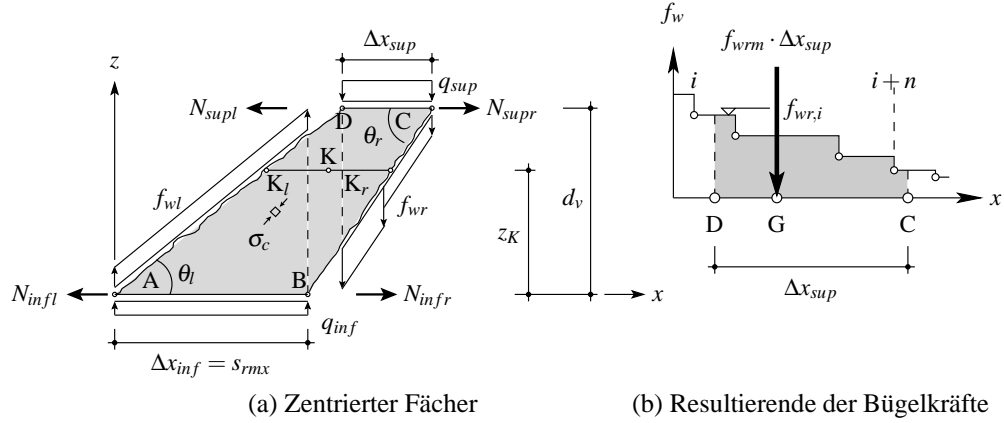
Allerdings dürften die Gurtbügel zum Teil schon durch Verbundwirkung der Längsbewehrung belastet sein. Schubtragwirkung des Zuggurts dürfte in Trägern realer Grösse eine untergeordnete Rolle spielen, da generell die nötigen geschlossenen Gurtbügel nicht vorhanden oder sind oder zu weit auseinanderliegen.



**Bild 5.3: Schubtragwirkung des Zuggurts in Präsenz von Gurtbügeln**

## Gleichgewicht

Es werden punktzentrierte Fächer nach Nielsen [118] verwendet (Bild 4.7). Es handelt sich um einaxiale Spannungsfelder (Bild 5.4 (a)), die seitlich durch zwei Risse berandet werden, wass als Risselement bezeichnet wird. Die Berechnung eines Stahlbetonträgers erfolgt damit inkrementell.



**Bild 5.4: Einaxiales Spannungsfeld für das Risselement mit variierenden Bügelkräften  $f_{wr}$  entlang des oberen Randes**

Die Geometrie für das erste Risselement ergibt sich, wenn der rechte Rand bekannt ist, der Winkel  $\theta_l$  am linken Rand geschätzt wird und am unteren Rand mit dem mittleren Rissabstand inkrementiert wird:

$$\Delta x_{inf} = s_{rmx} \quad (5.24)$$

$$\theta_l = \theta_r \quad (5.25)$$

$$x_A = x_B - d x_{inf} \quad (5.26)$$

$$x_D = x_A + d_v \cdot \cot \theta_l \quad (5.27)$$

$$\Delta x_{sup} = x_C - x_D \quad (5.28)$$

Der Winkel  $\theta_l$  wird mit der Verträglichkeitsprüfung iterativ korrigiert werden.

Die Kräfte am rechten Rand sind bekannt, die Lasten  $q_{sup}$ ,  $q_{inf}$  ebenfalls, und die drei Kräfte am linken Rand können durch die drei Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden:

$$\rightarrow : N_{supl} + N_{infl} = 0 \quad (5.29)$$

$$\downarrow : (q_{sup} + f_{wrm}) \cdot \Delta x_{sup} - (f_{wl} + q_{inf}) \cdot \Delta x_{inf} = 0 \quad (5.30)$$

$$\hat{D} : -q_{sup} \cdot \frac{\Delta x_{sup}^2}{2} - f_{wrm} \cdot \Delta x_{sup} \cdot (x_G - x_D) - (f_{wl} + q_{inf}) \cdot \Delta x_{inf} \cdot (x_D - x_B + \frac{\Delta x_{inf}}{2}) + (N_{infr} - N_{infl}) \cdot d_v = 0 \quad (5.31)$$

Aufgrund der inkrementellen Lösung ergibt sich für die Bügelkräfte  $f_{wr}$  am rechten Rand ein abgetreppter Verlauf entlang des Randes  $\Delta x_{sup}$  (Bild 5.4 (b)). Die mittlere rechte Bügelkraft  $f_{wrm}$  und die Position ihrer Resultierenden  $x_G$  lauten:

$$f_{wrm} = f_{wrm}(f_w, x_D, x_C) \quad (5.32)$$

$n = 0$ :

$$f_{wrm} = f_{w,i}, \quad x_G = \frac{x_C + x_D}{2} \quad (5.33)$$

$n > 0$ :

$$f_{wrm} = \frac{1}{\Delta x_{sup}} \cdot [f_{w,i} \cdot (x_{i+1} - x_D) + f_{w,i+n} \cdot (x_C - f_{w,i+n}) + \sum_{j=i+1}^{i+n-1} f_{w,j} \cdot (x_{j+1} - x_j)] \quad (5.34)$$

$$x_G = x_D + \frac{1}{f_{wrm} \cdot \Delta x_{sup}} \cdot [f_{w,i} \cdot \frac{1}{2} \cdot (x_{i+1} - x_i)^2 + f_{w,i+n} \cdot (x_C - x_{i+n}) \cdot (\frac{1}{2} \cdot (x_C + x_{i+n}) - x_D) + \sum_{j=i+1}^{i+n-1} f_{w,j} \cdot (x_{j+1} - x_j) \cdot (\frac{1}{2} (x_j + 1 - x_j) - x_D)] \quad (5.35)$$

Im Bereich über einem Auflager wird angenommen, dass die Bügelkräfte null sind ( $f_w = 0$ ).

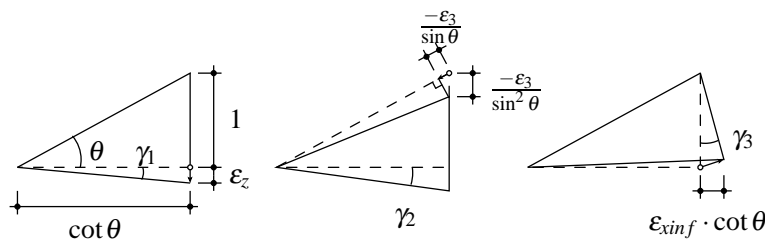
## Verträglichkeit

Bei Scheibenversuchen sind die Spannungen und Dehnungen am Rand über die Höhe konstant, genauso wie die Längsbewehrung. Der "Compression Field Theory" (Abschnitt 4.5) zufolge wird für Balken die Verträglichkeit etwa auf halber Balkenhöhe erfüllt ( $z_k = 0.5 \cdot d_v$ ).

Tatsächlich ist die Längsbewehrung in Stahlbetonbalken aber im Zuggurt konzentriert. Die Rissbildung im Steg entwickelt sich generell aus Biegerissen am Zuggurt.

Daher wird die Verträglichkeit hier am Zuggurt für mittlere Gurtverformungen erfüllt ( $z_k = 0 \cdot d_v$ ). Ausnahmen davon sind Balken mit bis zum Bruch überdrückten Gurten.

Das Bild 5.5 zeigt den Williotischen Verschiebungsplan für eine Fachwerksmasche, bestehend aus Zuggurt, Bügeln und Druckdiagonale.



(a) Bügeldehnung (b) Betonstauchung (c) Zuggurtdehnung

**Bild 5.5: Williotischer Verschiebungsplan für den als Fachwerksmasche idealisierten Balken zur Verträglichkeitsprüfung am Untergurt**

Im Vergleich zur Fachwerksmasche mit zusätzlichem Obergurt (Bild 4.13) ändert sich der Beitrag der Bügel und Druckdiagonalen zur Formänderungsenergie nicht. Die Dehnung des Zuggurts ruft aber, auf die Dreiecksmasche bezogen, die doppelte Krümmung hervor. Man erhält:

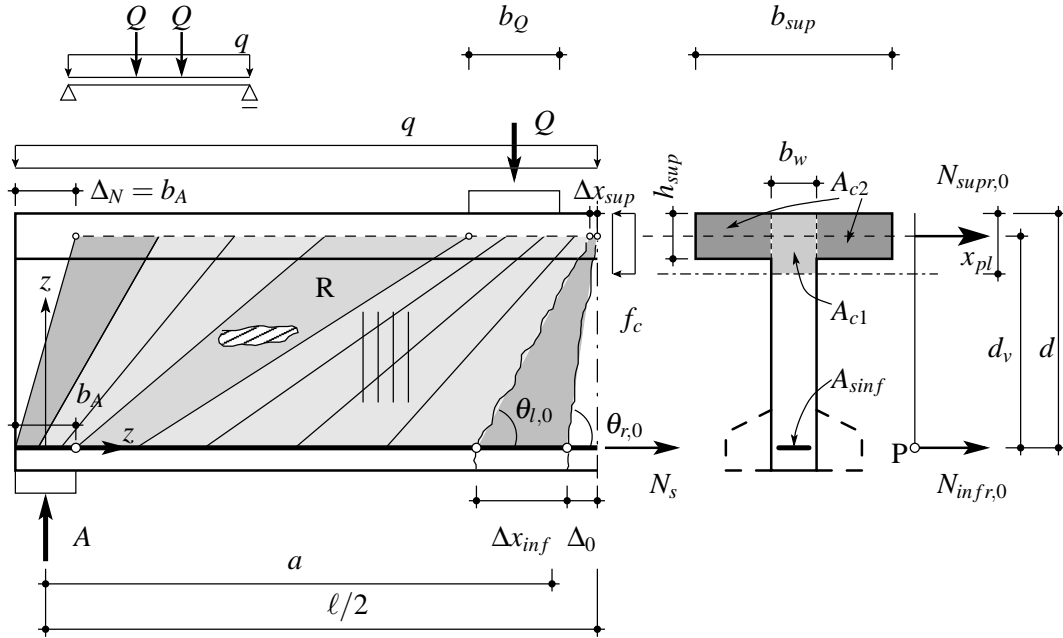
$$\tan^2 \theta - \frac{\epsilon_{xinf} - \epsilon_3}{\epsilon_z - \epsilon_3} = 0 \quad (5.36)$$

mit

$$\cot \theta = \frac{\cot \theta_l + \cot \theta_r}{2} \quad (5.37)$$

## Lösung

Für die Berechnung eines Balkens mit zwei Einzellasten und verteilter Last wird der konstante Hebelarm  $d_v$  mit einem "Stress Block" im Druckgurt bestimmt (Bild 5.6).



**Bild 5.6: Spannungsfeld mit variabler Druckstrebenneigung und Bruchzone in der Druckstrebe R**

Bleibt der gedrückte Bereich im Obergurt, ergibt sich:

$$M_{max} = q \cdot \frac{\ell^2}{8} + Q \cdot a \quad (5.38)$$

$$\Rightarrow x_{pl} = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot M_{max}}{f_c \cdot b_{sup}}} \quad (5.39)$$

$$d_v = d - x_{pl}/2 \quad (5.40)$$

Für den Fall, dass auch Teile des Stegs aktiviert werden, ergibt sich (Bild 5.6):

$$N_{supr,0} = N_{c1} + N_{c2}, \quad N_{c1} = -f_c \cdot b_w \cdot x_{pl}, \quad N_{c2} = -f_c \cdot (b_{sup} - b_w) \cdot h_{sup} \quad (5.41)$$

$$\hat{P}: M_{max} = -N_{c1} \cdot (d - x_{pl}/2) - N_{c2} \cdot (d - h_{sup}/2) \quad (5.42)$$

$$\Rightarrow x_{pl} = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot M_{max}}{f_c \cdot b_w} + h_{sup} \cdot \frac{b_{sup} - b_w}{b_w} \cdot (2 \cdot d - h_{sup})} \quad (5.43)$$

$$d_v = d - \frac{N_{c1} \cdot x_{pl}/2 + N_{c2} \cdot h_{sup}/2}{N_{c1} + N_{c2}} \quad (5.44)$$

Ist eine negative Normalkraft  $N$  vorhanden, so wird ein Streifen der Höhe  $x_N = -N / (b_{sup} \cdot f_c)$  am äusseren Rand des Druckgurts dafür reserviert, und dann die Berechnung wie oben für den Restquerschnitt der Höhe  $h - x_N$  fortgeführt, allerdings für ein abgemindertes Moment

$\Delta M = M_{max} + N/2 \cdot (h - x_N)$  (insofern  $N$  auf die Höhenhalbierende des Querschnitts bezogen ist). Schliesslich wird die Position der resultierenden Gesamtdruckkraft im Druckgurt bestimmt, so dass der Hebelarm berechnet werden kann.

Die Formulierung der Gleichungen erfolgt hier für den generellen Fall  $0 \leq z_k \leq d_v$  (Bild 5.4 (a)). Generell ist  $z_k = 0$ . Die Verträglichkeit wird auf der Höhe  $z_k$  über die Breite  $\Delta x_K$  der Druckstrebe an dieser Stelle erfüllt. Diese beträgt:

$$\Delta x_K = \Delta x_{inf} + \frac{z_K}{z} \cdot (\Delta x_{sup} - \Delta x_{inf}) \quad (5.45)$$

$$x_{Kl} = x_A + \cot \theta_l \cdot z_K, \quad x_{Kr} = x_B + \cot \theta_r \cdot z_K \quad (5.46)$$

Damit können die Spannungen in den Gurten, in der Bügelbewehrung und im Beton bestimmt werden:

$$f_{wK} = f_{wK}(f_w, x_{Kl}, x_{Kr}) \quad (5.47)$$

$$\sigma_{sz} = \frac{f_{wK}}{a_{sw}} \quad (5.48)$$

$$\sigma_{c3} = -\frac{f_{wl} + q_{inf}}{b_w} \cdot \left(1 + \frac{\cot \theta_l^2 + \cot \theta_r^2}{2}\right) \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x_K} \quad (5.49)$$

$$\sigma_{xsup} = \frac{N_{supl} + N_{supr}}{2 \cdot A_{sup}} \quad (5.50)$$

$$\sigma_{xinf} = \frac{N_{infl} + N_{infr}}{2 \cdot A_{s,inf}} \quad (5.51)$$

Bei einer treppenartigen Bügelspannungsverteilung am Obergurt ergibt sich dort, dass das Gleichgewicht nur im Mittel entlang  $\Delta x_{sup}$  erfüllt ist.

Mittels der Materialgesetze für den Obergurt, den Untergurt und die Bügel sowie den Stegbeton können dann die Gurtverformungen  $\epsilon_{xsup}, \epsilon_{xinf}$ , und die Bügelverformungen  $\epsilon_z$  am Punkt K ermittelt werden. Dann sind alle Verformungen bekannt, und Gl. (5.36) kann zur Überprüfung des Winkels  $\theta_l$  herangezogen werden. Der Winkel wird damit iterativ gefunden.

## Inkrementation und Algorithmus

Der beim Schätzen des Winkels  $\theta$  begangene Fehler sei durch die Fehlerfunktion  $\Phi$  ausgedrückt. Zur Lösung wird ein voller Newton-Raphson-Algorithmus mit quadratischer Konvergenz verwendet (Bild 5.7 (a)). Es zeigt sich, dass bei Fliessen der Bewehrung die Fehlerfunktion ungünstig konditioniert ist, so dass der Algorithmus mit dem Relaxationsparameter  $\alpha_D$  gedämpft wird (Bild 5.7 (b)). Es gilt:

$$0 < \alpha_D < 1 \quad (5.52)$$

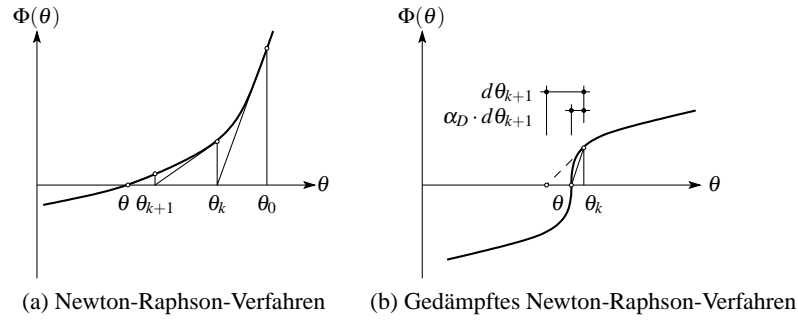
Der rechte Neigungswinkel  $\theta_{r,0}$  der ersten Druckstrebe wird so klein wie möglich gewählt. Für die Iteration wird verwendet (Bezeichnungen: siehe Bild 5.6):

$$\Delta_0 = 10..20\% s_{rmx} \quad (5.53)$$

$$\Delta x_{inf} = s_{rmx} \quad (5.54)$$

$$\theta_l = \theta_r \quad (5.55)$$





**Bild 5.7: Konvergenz bei unterschiedlicher Form der Fehlerfunktion**

Während der Iteration wird  $\theta_l$  variiert, bis beim n-ten Schritt die Toleranzgrenze unterschritten wird:

$$\theta_l = \theta_{l,n} : \left| \tan^2 \theta_n - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_3}{\varepsilon_z - \varepsilon_3} \right| < \text{tol}, \quad \text{tol} = 0.0001 \quad (5.56)$$

Abweichend davon kann statt des Winkels  $\theta_l$  auch die obere Berandung  $\Delta x_{sup}$  variiert werden, was natürlich den gleichen Effekt hat.

An den Rändern von Lasteinleitungsbereichen (Einzellast, Auflager) wird immer die letzte Druckstrebe eine untere Breite ungleich  $\Delta x_{inf}$  haben.

Über dem Auflager wird angenommen, dass die Bügelspannungen auf null absinken, was dort die Verträglichkeitsprüfung ersetzt. Für die letzte Druckstrebe wird durch Gleichgewicht automatisch gefunden:  $x_D = b_A/2$ .

Bruch tritt ein, wenn entweder für die aufgebrachte Last die Bügelverformungen über die Bruchdehnung anwachsen oder die Betondruckspannung im Steg lokal die effektive Festigkeit erreicht.

Bei der Wahl der Spannungsfelder wurde auf Knotenbereiche verzichtet, die sich in Lasteinleitungsbereichen ausbilden und die Druckstrebenspannung reduzieren. Daher wird die Bruchbedingung nur für indirekt gelagerte Druckstreben geprüft (hier Strebe R, Bild 5.6). Dieses Vorgehen entspricht auch der Schweizer Norm SIA 262 [145].

Zur Überprüfung der Bruchbedingung müssen die Hauptdruckspannungen  $\sigma_{c3}$  und der Verzerrungszustand ( $\varepsilon_1$ ) an jeder beliebigen Stelle  $x, z$  bestimmt werden. Dies geschieht mit den Gln. (4.56, 5.49), indem  $z_K$  durch  $z$  ersetzt wird.

### 5.3 Ansatz für Spannbetonträger mit geneigten Spanngliedern

Ohne die Verträglichkeit zu prüfen, wird ein Ansatz zur Beschreibung von Spannbetonbalken mit geneigten Spanngliedern im Steg entwickelt. Dieser orientiert sich eng an den Messungen, die während der Laborversuche an Spannbetonträgern im Massstab 1:1 gemacht wurden [65]. Im Unterschied zum vorher entwickelten Ansatz für Stahlbetonbalken wird hier die Schubtragwirkung der geneigten Spannglieder und des Druckgurts berücksichtigt, ebenso wie die Umlenkung der Druckstreben an den Spanngliedern. Die Neigung der Druckstreben am Zuggurt als zusätzliche Variable wird mit dem Spanngliedverbund bestimmt.

Die Lösung erfolgt wieder inkrementell und numerisch, da die Lösung der Differentialgleichung für die Neigung der Druckstreben für diesen Fall generell nur numerisch gelingt [155].

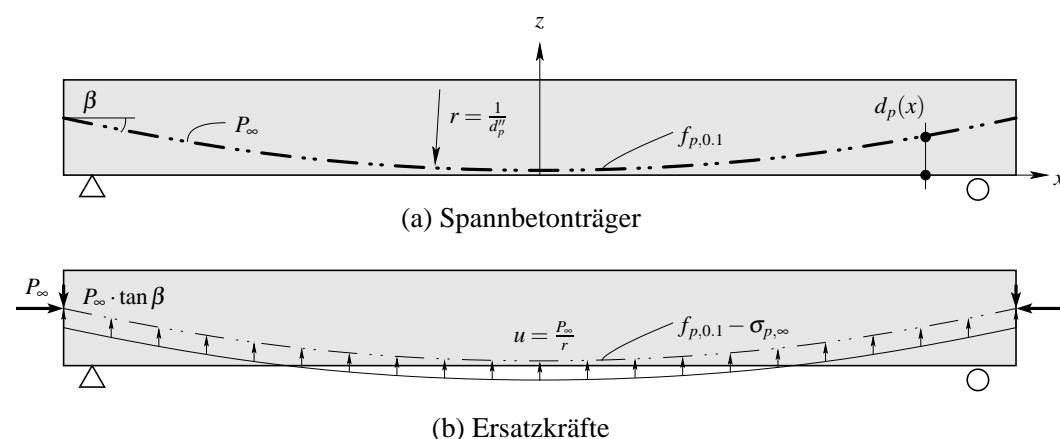
## Modellfaktor

Da es sich um einen plastischen Ansatz handelt, muss die effektive Druckfestigkeit  $f_{ce}$  mit einem Modellfaktor multipliziert werden, der die plastischen Umverteilungen berücksichtigt. Dieser wird wie nach Schweizer Norm SIA 262 [145] entsprechend Gl. (3.13) zu  $\eta_{fc}$  berechnet.

## Vorspannung

Folgende Annahmen werden gemacht (Bild 5.8):

1. Es wird eine geringe Neigung  $\beta$  vorausgesetzt, so dass gilt:  $\sin \beta \approx \tan \beta$ .
2. Der Krümmungsradius des Spannglieds ist gleich dem Inversen der zweiten Ableitung der Position des Spannglieds:  $r \approx 1/d_p''$ .
3. Die Vorspannkraft wird über die Trägerlänge als konstant angenommen. Die Variation durch Reibungsverluste beim Spannvorgang und variierende Kriecheinflüsse werden dadurch vernachlässigt.



**Bild 5.8: Spannbetonträger: Erfassung der Vorspannung**

Die Wirkung der Vorspannung kann durch Ersatzkräfte erfasst werden, die durch die Umlenk- und Verankerungskräfte in das Moment, die Normalkraft und die Querkraft mit einfließen. Für die Querschnittsanalyse steht dann natürlich nur der Teil  $f_{p,0.1} - \sigma_{p,\infty}$  der Festigkeit des Spannglieds zur Verfügung.

Der Spannungszuwachs im Spannglied unter Lasteinwirkung wird mit  $\Delta N_p$  bezeichnet.

## Spanngliedverbund

Es werden Spannglieder mit nachträglichem Verbund behandelt. Die mittlere Verbundfestigkeit kann auf der Grundlage der Versuche von [160] und von Marti [105] mit etwa folgendem Wert angegeben werden:

$$\text{Litzen: } \tau_{bp1} = 0.25 \cdot f_c^{2/3}, \quad f_c \text{ in MPa,} \quad (5.57)$$

$$\text{Drähte: } \tau_{bp1} = 0.15 \cdot f_c^{2/3}, \quad f_c \text{ in MPa} \quad (5.58)$$

Diese Werte betragen für Drähte nur etwa die Hälfte der in [174] angegebenen Werte. Sie gelten für Versuche aus [160] mit Spanngliedern üblicher Abmessungen. Für die eigenen Grossversuche wurden die gleichen Werte ermittelt werden [65]. Generell handelt es sich bei den angegebenen Verbundfestigkeiten um charakteristische Werte.

Soll der Zuwachs der Vorspannkraft entlang der Spanngliedachse durch ein Verbundgesetz beschrieben werden, so geschieht dies vorteilhaft entsprechend der Affinitätshypothese nach [56, 57]. Sie besagt, dass die Verteilung des Schlupfs und der Dehnung (resp. der Stahldehnung) affin zueinander sind, so dass ein Verbundspannung-Stahldehnungsgesetz formuliert werden kann. Bei Annahme linearer Materialgesetze werden die Dehnungen durch Spannungen substituiert. Dann ist es möglich, den Verbund durch eine plausible  $\tau_{bp} - \sigma_p$ -Beziehung zu beschreiben. Hier wird ein Wurzelansatz gewählt:

$$\sigma_p \leq f_{p,0.1} : \quad \tau_{bp} = \frac{3}{2} \cdot \tau_{bp1} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_p - \sigma_{p\infty}}{f_{p,0.1} - \sigma_{p\infty}}} \quad (5.59)$$

$$(5.60)$$

Das Verbundgesetz wurde so formuliert, dass im elastischen Bereich im Mittel  $\tau_{bp1}$  erreicht wird. Bei Fliessbeginn ist anzunehmen, dass die lokale Verbundspannung stark abnimmt.

Gleichgewicht am infinitesimalen Spanngliedelement ergibt:

$$\frac{d\Delta N_p}{dx_p} = \frac{dN_p}{dx_p} = N'_p = k_{\eta_D} \cdot \pi \cdot \varnothing_{p,id} \cdot \tau_{bp} \quad (5.61)$$

Der Faktor  $k_{\eta_D}$  drückt aus, welcher Teil des Spannglieds tatsächlich Verbund aktivieren kann. Nach Kapitel 6 beträgt er:

$$k_{\eta_D} = 2 \cdot \sin \varphi \cdot \delta \quad (5.62)$$

Der Faktor  $k_{\eta_D}$  trägt den Versuchsbeobachtungen Rechnung, dass der Spanngliedverbund nicht die generell angenommene Qualität besitzt [65]. Der ideelle Spannglieddurchmesser  $\varnothing_{p,id}$  berechnet sich nach Gl. (2.50) bzw. (2.51). Die Spannung  $\sigma_p$  enthält die Vorspannung  $\sigma_{p,\infty}$ .

## Druckgurt

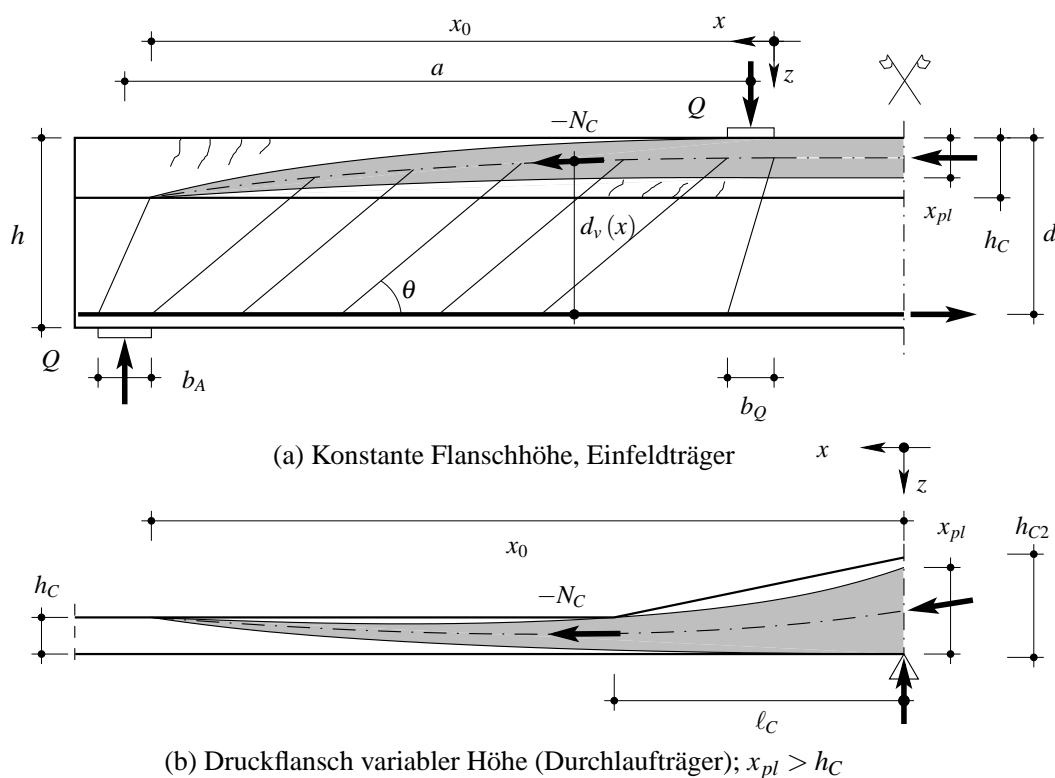
Die Schubtragwirkung  $V_C$  des Druckgurts ist folgendermassen definiert:

$$V_C = \mp N_C \cdot d'_v(x) \quad (5.63)$$

Die Bezeichnung  $d'_v(x)$  stellt die Ableitung des inneren Hebelarms bezüglich der Längsachse  $x$  dar. Das Vorzeichen wird negativ im Bereich eines positiven Moments. Der innere Hebelarm und seine Ableitung werden im folgenden bestimmt. Die Resultierende im Druckgurt wird im Anschluss am inkrementellen Element berechnet.

Folgende Annahmen werden getroffen:

1. In der Biegedruckzone am Schnitt des maximalen Moments herrscht eine konstante Längsspannung  $-f_c$  über die Höhe  $x_{pl}$  ("Stress Block"; Bild 5.9 (a); zur Vereinfachung ist ein Stahlbetonträger dargestellt). Die Druckzone soll den Flansch nicht verlassen.
2. Die Höhe  $x_{pl}$  wird vereinfachend unter Annahme von  $N_p = P_\infty$  für den Lastfall maximale Querkraft bestimmt.
3. Die Neigung der Druckgurtkraft wird vereinfachend mit dem Tangens behandelt.
4. An der Stelle  $x_0$ , an dem die Druckgurtkraft  $N_C$  null wird, erreicht die Resultierende den inneren Rand des Druckflansches:  $N_C(x_0) = 0$ ,  $d_v(x_0) = d - h_C$ .
5. Im Bereich des extremalen Moments wird  $d'_v(x) = 0$ .
6. Die Resultierende  $N_C$  folgt einem parabelförmigen Verlauf 2. Grades, da der Druckgurt bei Plastifizieren der Bügel eine konstante Vertikalbelastung erfährt.



**Bild 5.9: Skizzierung der Neigung der Druckgurtkraft und Änderung des inneren Hebelarms  $d_v$**

Die Annahmen 4., 5. und 6. stützen sich auf die Dehnungsmessungen der Laborversuche [65]. Der innere Hebelarm kann unter diesen Annahmen berechnet werden:

$$d_v(x) = d - \left( h_C - \frac{x_{pl}}{2} \right) \cdot \left( \frac{x}{x_0} \right)^2 - \frac{x_{pl}}{2} \quad (5.64)$$

Es ist möglich, dass der Druckflansch im Bereich einer Einzellast oder eines Auflagers eine Überhöhung mit  $h_{C2} > h_C$  besitzt, so dass bei Ausnutzung dieser Überhöhung durch die Druckgurtkraft  $x_{pl} > h_C$  werden kann (Bild 5.9 (b)). In diesem Fall ergibt sich bei der Einzellast eine ungünstig wirkende Schubkraft des Druckgurts, die vom Steg aufgenommen werden muss. Annahme 5. wird dann ersetzt durch die Bedingung  $d_v(\ell_C) = d - h_C$ . Es ergibt sich:

$$d_v(x) = d - \frac{1}{2} \cdot \left[ h_C + \frac{x_0}{\ell_C} \cdot (x_{pl} - h_C) \right] \cdot \left( \frac{x}{x_0} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot (x_{pl} - h_C) \cdot \left( 1 + \frac{x_0}{\ell_C} \right) \cdot \frac{x}{x_0} - \frac{x_{pl}}{2} \quad (5.65)$$

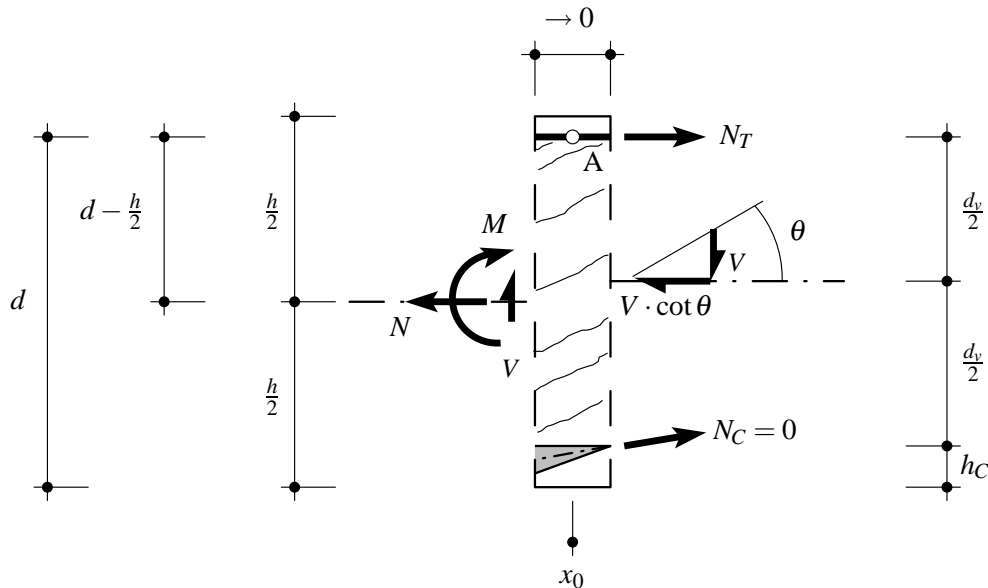
Es verbleibt die Bestimmung der Stelle  $x_0$ , an der  $N_C = 0$  gilt. Für den in Bild 5.9 (a) gezeigten Fall ist die Lösung trivial:  $x_0 = a + (b_Q - b_A)/2$ . Aus der Äquivalenz der Schnittgrößen und der inneren Kräfte lässt sich die Druckgurtkraft  $N_C$  bei  $x_0$  berechnen (Bild 5.10):

$$\widehat{A}: \quad N_C \cdot d_v - V \cdot \cot \theta \cdot \frac{d_v}{2} = M + N \cdot \left( d - \frac{h}{2} \right) \quad (5.66)$$

Mit  $N_C(x_0) = 0$  und  $d_v(x_0) = d - h_C$  wird:

$$0 = \frac{N(x_0)}{d - h_C} \cdot \left( d - \frac{h}{2} \right) + V(x_0) \cdot \frac{\cot \theta(x_0)}{2} + \frac{M(x_0)}{d - h_C} \quad (5.67)$$

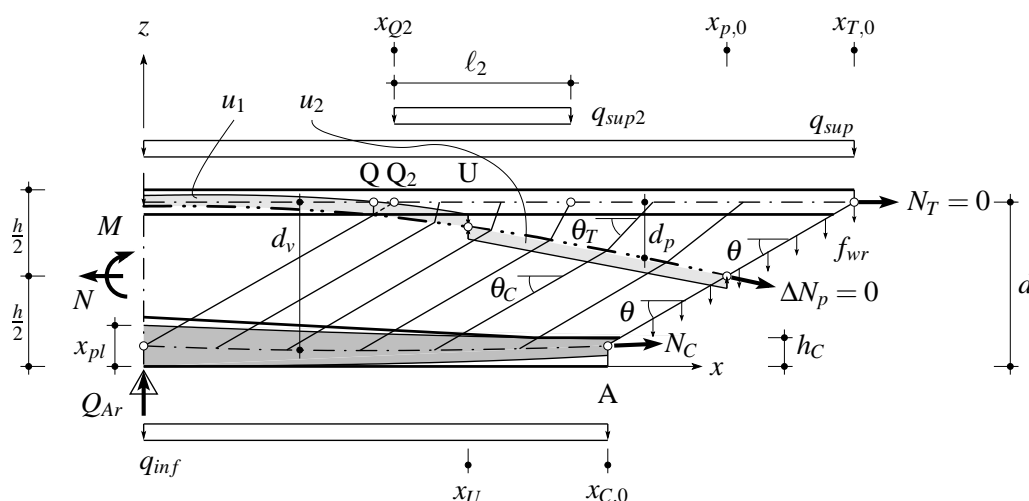
Befindet sich der Druckgurt oben, muss lediglich das Vorzeichen vor dem letzten Term in Gl. (5.67) geändert werden. Bei bekannten Verläufen der Schnittgrößen  $M, N, V$  und einem auf der Grundlage der Plastizitätstheorie gewählten Druckstrebenwinkel (Abschnitt 4.4) kann dann  $x_0$  bestimmt werden.



**Bild 5.10: Schnittgrößen und innere Kräfte am Punkt  $x_0$  der Dekompression des Druckgurts für einen Stahl- oder Spannbetonträger**

## Bestimmung der Anfangswerte

Es wird ein Durchlaufträger betrachtet (Bild 5.11). Führt man einen Schnitt entlang der Druckstreben, ausgehend von der Dekompression des Zuggurts ( $N_T = 0$ ) bei  $x_{T,0}$ , so wird die Kraft im Spannglied bei  $x_{p,0}$  gerade die Vorspannkraft  $P_\infty$  betragen ( $\Delta N_p = 0$ ). Dort gilt auch in etwa  $\theta_T = \theta_C$ , d.h. am Spannglied erfolgt keine Umlenkung. Im Falle einer Bemessung wird  $\theta_C$  gewählt. Bei den Laborversuchen konnte er gemessen werden [65]. Es wird der Teil  $Q_{Ar}$  der Auflagerkraft berücksichtigt, der die Querkraft in diesem Schnitt auf null bringt. Die Ausdehnung des Auflagers wird hier vernachlässigt.



**Bild 5.11: Spannungsfeld für den Schubbruchbereich eines Durchlaufträgers**

Die geometrischen Beziehungen lauten:

$$x_{p,0} = x_{T,0} - d_p(x_{p,0}) \cdot \cot \theta \quad (5.68)$$

$$x_{C,0} = x_{T,0} - d_v(x_{C,0}) \cdot \cot \theta \quad (5.69)$$

Am Punkt U wechselt die Krümmung des Spannglieds das Vorzeichen. Seine Position ist bekannt. Der Punkt Q stellt den Rand des betrachteten Spannungsfeld dar. Die verteilte Last  $q_{sup2}$  stellt etwa bei Strassenbrücken das Lastmodell 1 nach Schweizer Norm SIA 262 dar [145]. Diese müsste im Punkt Q beginnen, der aber im Voraus nicht bekannt ist. Vereinfachend wird das Lastmodell 1 im Punkt  $Q_2$  angesetzt. Der dabei begangene Fehler ist klein und wird kompensiert durch die Vernachlässigung der Ausdehnung des Auflagers:

$$x_{O2} = 0.9 \cdot d \cdot \cot \theta \quad (5.70)$$

Bei bekannten Verläufen des Spannglieds  $d_p(x)$  und der Druckgurtkraft  $d_v(x)$  können dann mit dem Gleichgewicht sowie den Bedingungen  $N_T(x_{T,0}) = 0$  und  $\Delta N_p(x_{p,0}) = 0$  die Position  $x_{T,0}$ , die Bügelbelastung  $f_{wr}$  und die Druckgurtkraft  $N_C$  am rechten Rand bestimmt werden:

$$\rightarrow: N_C = N \quad (5.71)$$

$$\downarrow: \quad f_{wr} \cdot \cot \theta \cdot d_v(x_{C,0}) + q_{sup} \cdot x_{T,0} + q_{inf} \cdot x_{C,0} + q_{sup2} \cdot \ell_2 + N_c \cdot d'_v(x_{C,0}) - Q_{Ar} + u_1 \cdot x_U - u_2 \cdot (x_{p,0} - x_u) = 0 \quad (5.72)$$

$$\begin{aligned}
 \hat{A}: \quad & -f_{wr} \cdot \frac{1}{2} \cdot (d_v(x_{C,0}) \cdot \cot \theta)^2 + q_{sup} \cdot x_{T,0} \cdot \left(x_{C,0} - \frac{x_{T,0}}{2}\right) + q_{sup2} \cdot \ell_2 \cdot \left(x_{C,0} - x_{Q2} - \frac{\ell_2}{2}\right) + \\
 & + q_{inf} \cdot \frac{x_{C,0}^2}{2} - M - Q_{Ar} \cdot x_{C,0} + N \cdot \left(\frac{h}{2} - [d - d_v(x_{C,0})]\right) + \\
 & + u_1 \cdot x_u \cdot \left(x_{C,0} - \frac{x_u}{2}\right) - u_2 \cdot (x_{p,0} - x_u) \cdot \left(x_{C,0} - \frac{x_{p,0} + x_u}{2}\right) = 0
 \end{aligned} \quad (5.73)$$

### Geometrie des inkrementellen Elements

Bis zum Auflager wird  $\theta_C = \theta = \text{konst.}$  angenommen, was wahrscheinlich verträglich ist, da sich eine Änderung des Druckstrebenwinkels eher am Zuggurt ( $\theta_T$ ) einstellen wird, etwa durch Plastifizieren desselben oder der Bügel (Bild 5.11). Dies deckt sich mit den Messungen an den eigenen Versuchsträgern [65]. Hier wird der Druckstrebenwinkel am Zuggurt  $\theta_T$  durch Berücksichtigung der Verbundspannungen am Spannglied bestimmt werden.

Bild 5.12 (a) zeigt ein inkrementelles Element des Balkens. Alle Größen am rechten Rand sind bekannt. Es wird mit  $\Delta x_p$  inkrementiert. Für die Anfangswerte ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 x_T &= x_{T,0}, \quad x_p = x_{p,0}, \quad x_C = x_{CT,0} \\
 k_{Tr} &= \cot \theta_T = \cot \theta, \quad k_C = \cot \theta
 \end{aligned}$$

Dabei wird die Kurzschreibweise  $k = \cot \theta$  eingeführt. Die Neigung  $k_{Tl}$  wird zunächst geschätzt und dann iterativ bestimmt, analog zu Abschnitt 5.2. Die Position des Spannglieds  $d_p$  und der Druckgurtkraft  $d_v$  sind bekannt und werden durch Parabeln 2. Ordnung beschrieben:

$$d_p(x_p) = a_p \cdot x_p^2 + b_p \cdot x_p + c_p \quad (5.74)$$

$$d_v(x_C) = a_v \cdot x_C^2 + b_v \cdot x_C + c_v \quad (5.75)$$

So wird in Bild 5.12  $d_{pr} = d_p(x_p)$ ,  $d_{vl} = d_v(x_C - \Delta x_C)$  etc. Damit können die Inkremente an den Gurten bestimmt werden (Bild 5.12 (b,c)):

$$\Delta x_T = \Delta x_p + d_{pr} \cdot k_{Tr} - d_{pl} \cdot k_{Tl} \quad (5.76)$$

$$\Delta x_C = -\frac{b_1}{2 \cdot a_1} + \sqrt{\left(\frac{b_1}{2 \cdot a_1}\right)^2 - \frac{c_1}{a_1}} \quad (5.77)$$

$$a_1 = -a_v \cdot k_C$$

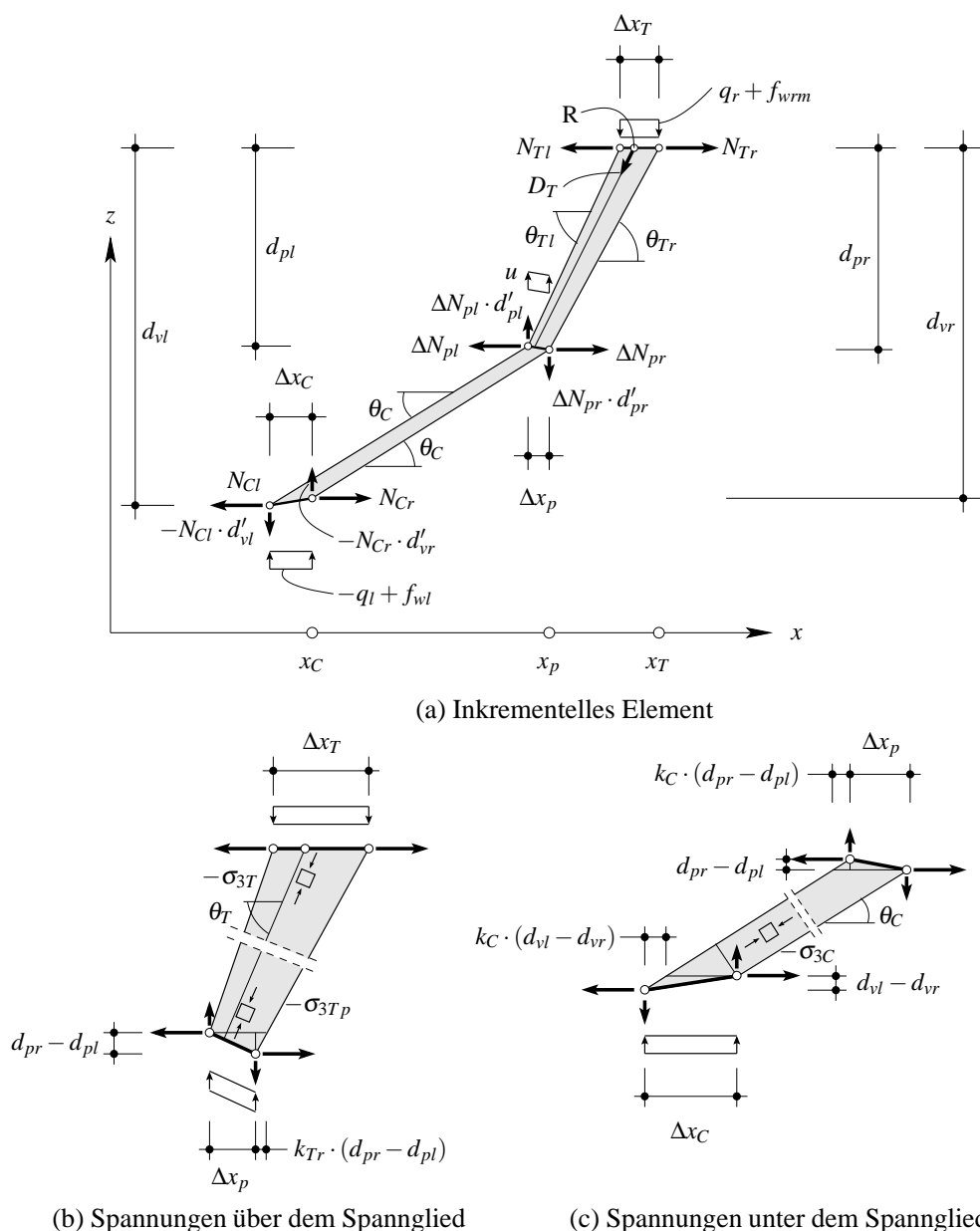
$$b_1 = 1 + k_C \cdot (2 \cdot a_v \cdot x_C + b_v)$$

$$c_1 = -\Delta x_p + k_C \cdot (d_{vr} - a_v \cdot x_C^2 - b_v \cdot x_C - c_v - d_{pr} + d_{pl})$$

### Gleichgewicht am inkrementellen Element

Das Bild 5.12 (a) zeigt ein einaxiales Spannungsfeld, was für das inkrementelle Element durch zentrierte Fächer beschrieben werden kann. Alle Größen am rechten Rand sind bekannt. Für die Anfangswerte ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 f_{wrm} &= f_{wr}, \quad q_r = q_{sup}, \quad u = u_1, \quad q_l = q_{inf} \\
 N_{Tr} &= 0, \quad N_{Pr} = P_\infty, \quad N_{Cr} = -P_\infty
 \end{aligned}$$



**Bild 5.12: Inkrementelles Element des Spannbetonbalkens mit einaxialem Spannungsfeld**

Da sich die Inkrementgrenzen generell nicht mit den Intensitätssprüngen der Funktionen  $f_{wr}(x)$  und  $q_{sup}$  ( $+q_{sup2}$ ) decken, werden die durchschnittlichen verteilten Einwirkungen  $f_{wrm}$  und  $q_r$  berechnet, die jeweils in den Punkten  $x_G$  und  $x_q$  angreifen, entsprechend dem Vorgehen in Abschnitt 5.2. Deren gemeinsame Resultierende greift im Punkt R an. Aus dem Knotengleichgewicht am Zuggurt folgt, dass die Resultierende  $D_T$  der Druckspannungen durch diesen Punkt geht, unter der Neigung  $\theta_T$  (lineare Änderung der Neigung entlang  $\Delta x_T$ ).

Für die Berechnung des Inkrements  $N'_p \cdot \Delta x_p$  nach Gl. (5.61) wird  $\tau_{bp}$  für  $\sigma_p = N_{pr}/A_p$  berechnet. Gleichgewicht ergibt:



Zuggurt:

$$\uparrow: D_T = -(q_r + f_{wrm}) \cdot \frac{dx_T}{\sin \theta_T} \quad (5.78)$$

$$\rightarrow: N_{Tl} = N_{Tr} + (q_r + f_{wrm}) \cdot k_T \cdot \Delta x_T \quad (5.79)$$

Spannglied:

$$\text{Verbund: } N_{pl} = N_{pr} - N'_p \cdot \Delta x_p \quad (5.80)$$

$$\begin{aligned} \uparrow, \rightarrow: N'_p \cdot \Delta x_p - (q_r + f_{wrm}) \cdot k_T \cdot \Delta x_T + \\ + k_C \cdot (N_{pr} \cdot d'_{pr} - N_{pl} \cdot d'_{pl} + (f_{wrm} + q_r) \cdot \Delta x_T) = 0 \end{aligned} \quad (5.81)$$

Druckgurt:

$$\begin{aligned} \uparrow: f_{wl} = q_l + \frac{1}{\Delta x_C} \cdot \left[ N_{Cr} \cdot d'_{vr} - N_{Cl} \cdot d'_{vl} + N_{pr} \cdot d'_{pr} - N_{pl} \cdot d'_{pl} + \right. \\ \left. + (f_{wrm} + q_r) \cdot \Delta x_T \right] \end{aligned} \quad (5.82)$$

$$\rightarrow: N_{Cl} = N_{Cr} + N'_p \cdot \Delta x_p - (q_r + f_{wrm}) \cdot k_T \cdot \Delta x_T \quad (5.83)$$

Mit Gl. (5.81) kann die Neigung  $k_{Tl}$  iterativ bestimmt werden. Dabei wurde die Umlenkraft substituiert:

$$\begin{aligned} \Delta N_{pl} \cdot d'_{pl} - \Delta N_{pr} \cdot d'_{pr} + u \cdot \Delta x_p &= -\Delta N_{pr} \cdot d'_{pr} + \Delta N_{pl} \cdot d'_{pl} - P_\infty \cdot \Delta x_p \cdot d''_p \\ &= N_{pl} \cdot d'_{pl} - N_{pr} \cdot d'_{pr} \end{aligned} \quad (5.84)$$

Die Spannungen werden aus den Gleichgewichtsbedingungen und mit  $1/\sin^2 \alpha = 1 + \cot^2 \alpha$  berechnet (Bild 5.12 (b,c)):

$$\sigma_{3T} = -\frac{q_r + f_{wrm}}{b_w} \cdot (1 + k_T^2) \quad (5.85)$$

$$\sigma_{3Tp} = \sigma_{3T} \cdot \frac{\Delta x_T}{\Delta x_p + k_{Tr} \cdot (d_{pr} - d_{pl})} \quad (5.86)$$

$$\sigma_{3C} = \frac{1 + k_C^2}{\Delta x_p + k_C \cdot (d_{pr} - d_{pl})} \cdot \left[ \frac{\sigma_{3T}}{1 + k_T^2} \cdot \Delta x_T - \frac{1}{b_w} \cdot (N_{pr} \cdot (d'_{pr} - d'_{pl}) + N'_p \cdot \Delta x_p \cdot d'_{pl}) \right] \quad (5.87)$$

Die Spannung  $\sigma_{3Tp}$  wurde dabei mithilfe der Tatsache, dass es sich um Spannungsfelder in Form zentrierter Fächer handelt, bestimmt. Da  $k_C = \text{konst.}$ , ist auch  $\sigma_{3C}$  innerhalb des inkrementellen Elements konstant.

Damit sind alle Grössen bekannt, und es kann inkrementiert werden. Die Druckspannung ist am Spannglied am grössten. Dort wird dann auch das Bruchkriterium nach Kapitel 6 geprüft.

### 5.4 Zusammenfassung und Folgerungen

#### Stahlbetonbalken

Das in diesem Kapitel entwickelte Modell zur Schubtragwirkung von Stahl- und Spannbetonträgern ermöglicht die Bestimmung der Betondruckspannungen, so dass diese mit dem Bruchkriterium verglichen werden können. Das Bruchkriterium wird im folgenden Kapitel hergeleitet.

Beim Modell für Stahlbetonbalken wird die Verträglichkeit der Verformungen überprüft. Im Gegensatz zu bestehenden Ansätzen wird eine Variation der Druckstrebenneigung entlang der Balkenachse und -höhe berücksichtigt, so dass eine Lokalisierung des Bruchs möglich wird.

Rissuferverzahnung ist immer ausreichend, wenn die effektive Druckfestigkeit  $f_{ce}$  des Stegs angepasst wird. Die Dübelwirkung der Bewehrung kann bei ausreichend verbügelten Balken (ohne Lokalisierung der Schubrisse) vernachlässigt werden.

Die Schubtragwirkung des Gurte ist bei profilierten Stahlbetonbalken mit in der Praxis üblichen Abmessungen vernachlässigbar, ausser bei Längsdruckkräften.

#### Spannbetonbalken

Das Modell für Spannbetonbalken mit geneigten Spanngliedern im Steg wird basierend auf den Beobachtungen der unternommenen Grossversuche [65] entwickelt.

Sowohl die Schubtragwirkung des Druckgurts als auch die Umlenkung der Druckstreben am Spannglied werden berücksichtigt. Letztere wird durch den Spanngliedverbund bestimmt.

Der Spanngliedverbund bei Verwendung von Drähten ist nach den Laborversuchen deutlich geringer als bisher angenommen.

# 6 Bruchkriterium für Stegbeton

## 6.1 Einleitung

Im vorangegangenen Kapitel wird ein Ansatz zur Beschreibung der Belastungsseite entwickelt, so dass die Betondruckspannungen im Steg berechnet werden können.

Im folgenden wird ein Bruchkriterium für Stegdruckbruch hergeleitet, mit dem dann die berechneten Betondruckspannungen verglichen werden können. Die Einflüsse des Verzerrungszustands und der Spanngliedpräsenz im Steg werden zunächst getrennt behandelt.

Die gefundenen Beziehungen werden durch Vergleich mit einer Vielzahl von Versuchen abgesichert. Dann wird ein einheitliches Kriterium sowie eine für die Praxis geeignete Vereinfachung entwickelt. Dabei wird insbesondere die Frage behandelt, ob die beiden Effekte des Verzerrungszustands und der Spanngliedpräsenz multiplikativ zu behandeln sind oder nicht.

## 6.2 Verzerrungszustand im Steg

### Problemstellung

Folgende Einflüsse auf die effektive Druckfestigkeit  $f_{ce}$  im Steg von Betonträgern ohne Spannglieder im Steg bestehen:

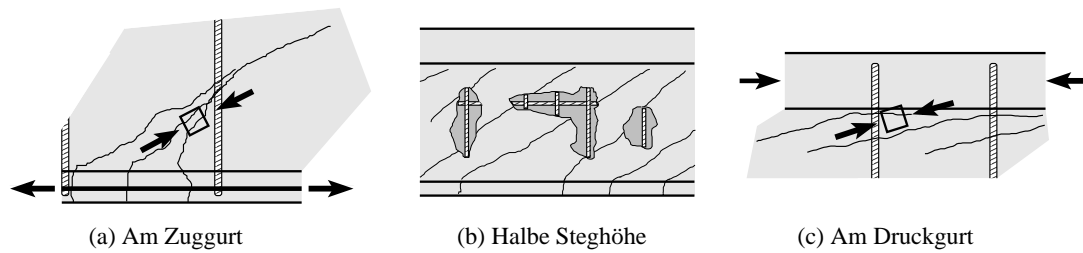
- a) Die Abweichung der Hauptdruckdehnungsrichtung von der Erstrissrichtung schwächt den Beton zusätzlich, da Rissuferverzahnung aktiviert werden muss.
- b) Die Längs- und Querbewehrung in Balkenstegen zerstören bei Rissöffnung den Überdeckungsбетон (Bild 3.21). Eine Abhängigkeit  $\eta_\epsilon = \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{b_w}{c + \varnothing_{wz} + \varnothing_{wx}} \right)$  ergibt sich. Bei gleichbleibender Betondeckung ergeben sich damit bei zunehmender Bauteilgrösse interessanterweise umgekehrte Massstabeffekte.
- c) Bewehrungen sind Hindernisse im Spannungsfluss der Druckstreben. Bei grossen Bewehrungsgehalten kann es zu Spaltrissen kommen.
- d) Bei starker Dehnung der Bügelbewehrung kann diese durch Verbundwirkung Spaltrisse erzeugen.
- e) Bei sehr flachen Druckstreben schmiegen sich die Schrägrisse am Druckgurt beinahe horizontal an den Druckgurt an, so dass die Lasteinleitung dort beschränkt ist.

Punkt a) führt bei Balken zum Stegdruckbruch am Rand des Zuggurts, wo die Rissneigung zu Beginn eher steiler ist und auch Sammelrisse die Druckstreben schwächen können (Bild 6.1 (a)).

Die Punkte b) bis d) führen zum Bruch des Stegs auf halber Höhe (Bild 6.1 (b)), d.h. zwischen den Flanschen, da an den Flanschrändern die Behinderung der Querdehnung leicht festigkeitssteigernd wirkt (Bild 2.11).

In Stahlbetonbauteilen realer Grösse werden diese Effekte von untergeordneter Bedeutung sein.

Punkt e) führt zum Stegdruckbruch am Rand des Druckgurts (Bild 6.1 (c)).



**Bild 6.1: Auftreten von Stegdruckversagen**

Demnach sind bei Trägern realer Grösse nur die Punkte a) und e) bei der Bestimmung der effektiven Druckfestigkeit zu berücksichtigen. Sie hängen vom Verzerrungszustand im Steg und von der Rissuferverzahnung ab, wobei der Verzerrungszustand ein Mass für die Zerstörung der Rissuferverzahnung darstellt.

In Spannbetonbalken ist die Druckdiagonalenneigung aufgrund der Längsdruckkräfte von Beginn gering, so weniger Änderung der Druckdiagonalenneigung zu erwarten ist. Ausserdem hilft die eingetragene Druckspannung  $\sigma_p$  bei der Rissuferverzahnung. Die Reduktion der effektiven Druckfestigkeit dürfte daher geringer ausfallen.

## Bruchkriterium

Das Bruchkriterium wird nach einem Ansatz von Muttoni [115] durch den absteigenden Ast der Spannungs-Dehnungs-Beziehung eines Zylinderdruckversuchs beschrieben, der hier aber aufgrund der Stegbewehrung weniger entfestigend modelliert wird. Eine Entfestigung findet nicht mehr statt, da die unter Zug stehende Stegbewehrung zu einem weichen, aber verfestigenden Verhalten führt. Damit spielt die Länge einer Druckstrebe bei einem Balkensteg keine Rolle. Massstabeffekte sind daher nicht zu erwarten.

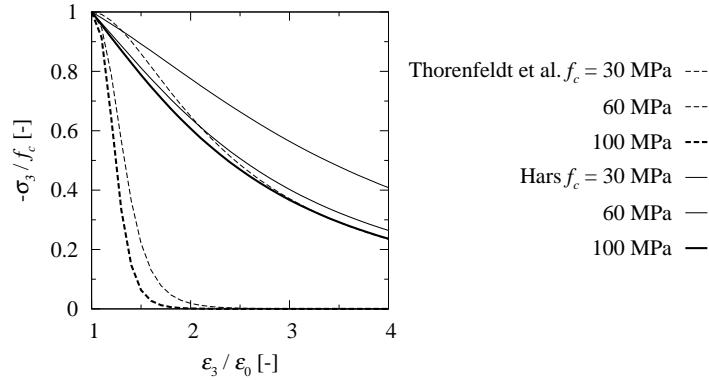
Gl. (2.19) wird auf die folgende Form gebracht:

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = \frac{1}{\frac{f_c}{\varepsilon_3 E_c} + \frac{f_c}{\varepsilon_3 E_c} \cdot \frac{1}{n \cdot k - 1} \cdot \left( \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_0} \right)^{n \cdot k}} \quad (6.1)$$

Unter der Bedingung, dass  $\sigma_3/f_c = -1$  für  $\varepsilon_3 = \varepsilon_0$ , wird folgende Beziehung vorgeschlagen.

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = - \frac{1}{1 + C \cdot f_c^{2/3} \cdot \left[ \left( \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_0} \right)^2 - 1 \right]}, \quad C = 0.01, \quad f_c \text{ in MPa} \quad (6.2)$$

Bild 6.2 zeigt den eigenen Vorschlag nach Gl. (6.2), die besonders für höhere Betongüten aufgrund der Kontrolle der Hauptzugdehnungen durch die Bewehrung eine relativ geringe Sprödeheitszunahme vorhersagt, im Vergleich zu Gl. (6.1), die für den einaxialen Zylinderversuch gültig ist.

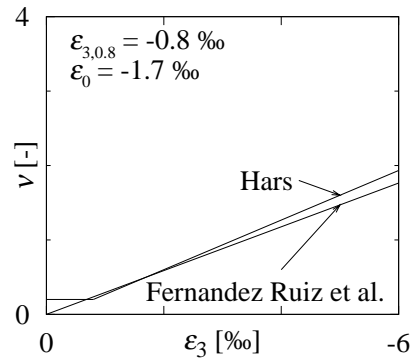


**Bild 6.2: Vergleich der Vorhersage des entfestigendes Verhaltens für den einaxialen Druckversuch nach [159] und für Druck mit aufgezwungenen Hauptzugdehnungen (eigener Vorschlag)**

Um nun den Einfluss der Hauptzugdehnung einzubringen, wird die Hauptdruckdehnung mittels eines vereinfachten Ansatzes für die Querdehnzahl  $\nu$  substituiert:

$$\nu = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_0} \cdot \nu_{pl}, \quad \nu_{pl} = 0.5 \quad (6.3)$$

Bild 6.3 zeigt, dass für den untersuchten Bereich  $\varepsilon_3 < \varepsilon_0$  der gewählte Ansatz sehr gut mit dem von Fernández Ruiz und Muttoni (Abschnitt 2.2) übereinstimmt.



**Bild 6.3: Vereinfachter Ansatz für die Querdehnzahl und Vergleich mit dem Ansatz von Fernández Ruiz und Muttoni [54]**

Mit Gl. (2.21) erhält man:

$$\left( \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_0} \right)^2 = -2 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \quad (6.4)$$

Schliesslich substituiert man  $\varepsilon_3/\varepsilon_0$  in Gl. (6.2) und erhält:

$$\eta_\varepsilon = \frac{f_{ce}}{f_c} = \frac{1}{1 - 0.01 \cdot f_c^{2/3} \cdot (2 \cdot \varepsilon_1/\varepsilon_0 + 1)} \leq 1, \quad f_c \text{ in MPa} \quad (6.5)$$

### Vereinfachung des Bruchwiderstands

Generell ist bei Stegdruckbruch  $\varepsilon_1 > -\varepsilon_0/2$ . Unter Abschwächung der Bedingung, dass  $\eta_\varepsilon(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} = -0.5) = 1$  ist, und mit dem Ziel, die Sprödigkeit des Betons ähnlich wie [115] zu beschreiben (als Funktion von  $f_c^{1/3}$ ; Gl. (3.12)), kann daher folgendes, vereinfachtes Bruchkriterium vorgeschlagen werden:

$$\eta_\varepsilon = \frac{f_{ce}}{f_c} = \frac{1}{0.9 + 30 \cdot f_c^{1/3} \cdot \varepsilon_1} \leq 1, \quad f_c \text{ in MPa} \quad (6.6)$$

Die Abweichung zwischen den Gl. (6.5) und (6.6) beträgt gemittelt für jede Betongüte  $f_c = 30..120$  MPa und Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_1 = 0..40$  ‰ nicht mehr als 3 %.

### Vergleich mit Balkenversuchen

Mit dem in Abschnitt 5.2 entwickelten Modell wurden 3- oder 4-Punkt-Biegeversuche an Stahlbetonbalken untersucht. Dabei wurde die Schubtragwirkung der Gurte vernachlässigt. Es handelt sich dabei um Versuche von Leonhardt und Walther [94, 96, 99], Regan et al. [125, 126], Lyngberg [100], Bach et al. [6].

Für die tatsächliche Bruchlast wurde die maximale, lokale Druckspannung im Steg und die zugehörige Hauptzugdehnung berechnet und erstere durch die Zylinderdruckfestigkeit geteilt. Diese Berechnungen sind nach Zylinderdruckfestigkeit sortiert in Bild 6.4 dargestellt.

Zum Vergleich sind das Bruchkriterium nach Gl. (6.6) sowie die Ansätze von Vecchio nach Gl. (3.18) [164] und Kaufmann nach Gl. (3.16) [83] eingezeichnet.

Der Beiwert  $k_c$  nach Gl. (3.13) entsprechend Schweizer Norm SIA 262 [145] wird ebenfalls gezeigt. Entsprechend Abschnitt 5.2 wird der Modellfaktor  $\eta_{fc}$  nicht berücksichtigt.

Mit dem eigenen Bruchkriterium nach Gl. (6.6) wird eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen erzielt (Bild 6.4 (a)). Auch der spröde Einfluss der Zylinderdruckfestigkeit wird korrekt erfasst.

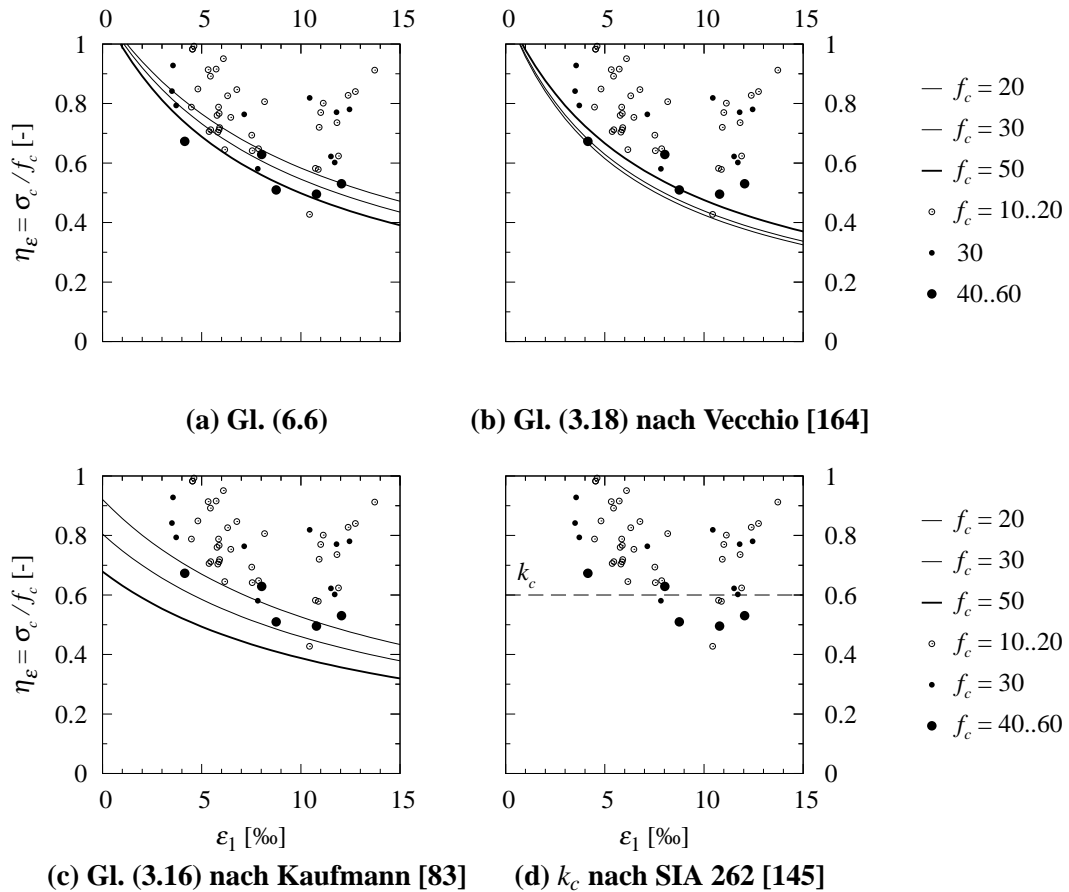
Der Ansatz nach Vecchio [164] erreicht ebenfalls eine gute Übereinstimmung (Bild 6.4 (b)). Die Dehnung  $\varepsilon_0$  taucht im Kriterium auf und wird nach Gl. (2.13) berechnet. Dadurch wird die Abhängigkeit von der Zylinderdruckfestigkeit  $f_c$  allerdings inkorrekt berücksichtigt.

Der Ansatz von Kaufmann [83] erzielt auch eine gute Übereinstimmung, allerdings wird er für höhere Zylinderdruckfestigkeiten schnell sehr konservativ (Bild 6.4 (c)).

Die Schweizer Norm SIA 262 ist generell konservativ (Bild 6.4 (d)). Für grosse Hauptzugdehnungen kann  $k_c = 0.6$  allerdings zu inkonservativen Werten führen. Eine Verwendung von  $k_c = 0.4$  war hier nicht angezeigt, da keine plastische Gurtverformungen beobachtet wurden.

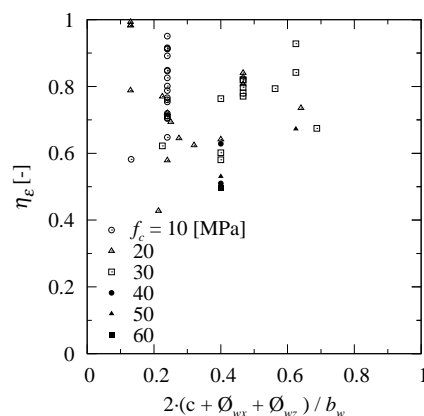
Generell ist die Schweizer Norm von allen Ansätzen der einzige, der ohne Kenntnis des Verzerrungszustands im Steg verwendet werden kann, was für die praktische Anwendung unabdingbar ist.

Um den Einfluss der Präsenz der Stegbewehrung (Punkte b) bis d)) auf die effektive Festigkeit zu untersuchen, wird in Bild 6.5 der Faktor  $\eta_\varepsilon$  gegen die Steggeometrie aufgetragen, d.h. die Summation der Betondeckung und der Stegbewehrung, geteilt durch die Stegdicke.



**Bild 6.4: Abschwächung des Betons durch den Verzerrungszustand im Steg: Bruchkriterien und Nachrechnung von Balkenversuchen entsprechend Abschnitt 5.2**

Die Korrelation ist recht schwach. Wahrscheinlich nimmt die Schwächung mit grösser werdender Betonüberdeckung  $c$  zunächst zu, nimmt dann aber wieder ab, je tiefer die Bewehrung im Steg liegt. Es besteht Ähnlichkeit mit dem Phänomen bei Spanngliedpräsenz im Steg (Abschnitt 3.4).



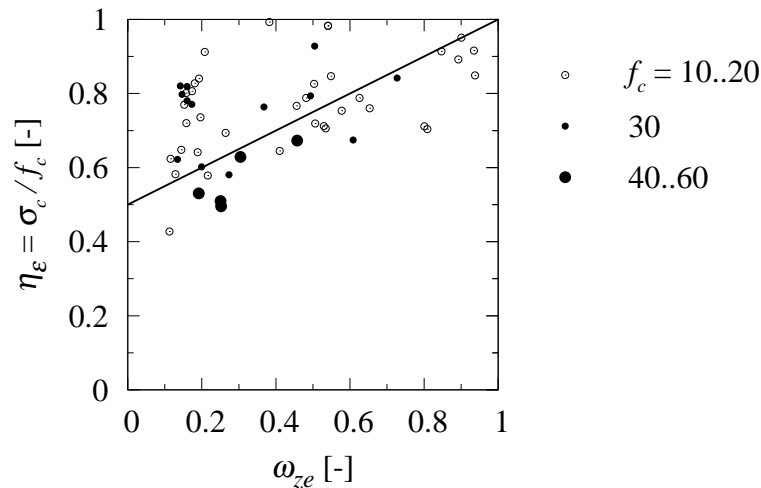
**Bild 6.5: Abschwächung des Betons durch Präsenz der Stegbewehrung: Nachrechnung von Balkenversuchen**

### Anpassung für die praktische Anwendung

Für eine praktische Anwendung muss sowohl das Berechnungsmodell als auch das Bruchkriterium ohne Kenntnis des Verzerrungszustands im Steg anwendbar sein.

In Bild 6.6 werden die nachgerechneten Versuchsergebnisse aus Bild 6.4 bezüglich des effektiven mechanischen Bewehrungsgrads  $\omega_{ze}$  dargestellt. Dieser berechnet sich zu:

$$\omega_{ze} = \frac{\omega_z}{\eta_\varepsilon} \quad (6.7)$$



**Bild 6.6: Abschwächung des Betons durch den Verzerrungszustand im Steg in Abhängigkeit vom effektiven mechanischen Bewehrungsgrad; Vergleich der nachgerechneten Versuche mit Regressionsgerade nach Gl. (6.8)**

Im Bild ebenfalls dargestellt ist die Regressionsgerade mit:

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot (1 + \omega_{ze}) \quad (6.8)$$

Es ergibt sich eine gute Übereinstimmung. Substitution in Gl. (6.8) durch Gl. (6.7) ergibt:

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{4} \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + 8 \cdot \omega_z} \right) \quad (6.9)$$

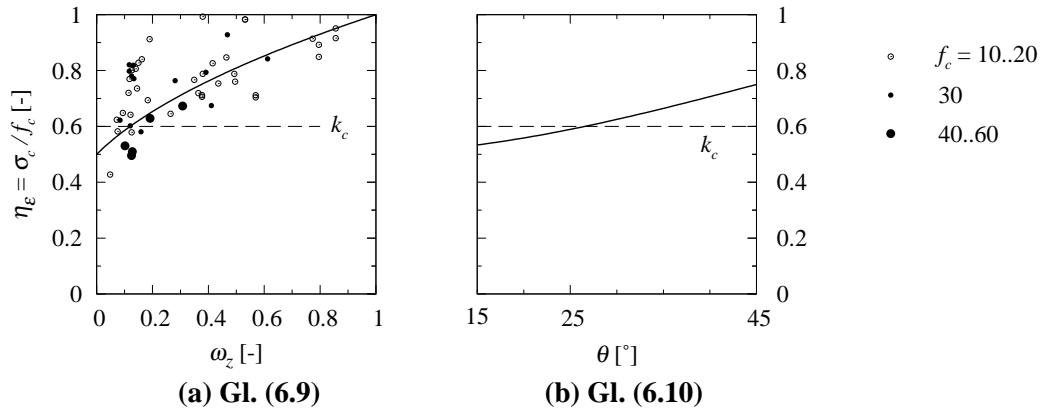
Damit ist ein Bruchkriterium für die praktische Anwendung gefunden, dass ohne den Verzerrungszustand bestimmt werden kann. Es eignet sich zur Nachrechnung von Versuchen mit bekanntem mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_z$ . Bild 6.7 (a) zeigt Gl. (6.9) im Vergleich zu den bereits berechneten Balkenversuchen. Die Übereinstimmung ist gut.

Dieses Kriterium kann auch als Funktion des Druckstrebenwinkels  $\theta$  dargestellt werden. Eine Gleichgewichtsbetrachtung ergibt mit den Gln. (4.30, 4.32):

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot (1 + \sin^2 \theta) \quad (6.10)$$

Diese Darstellung erlaubt die Anwendung für die Bemessung. Sie ist durch die nachgerechneten Balkenversuche für Druckstrebenwinkel bis  $\theta \geq 15^\circ$  abgesichert. Bild 6.7 (b) zeigt den



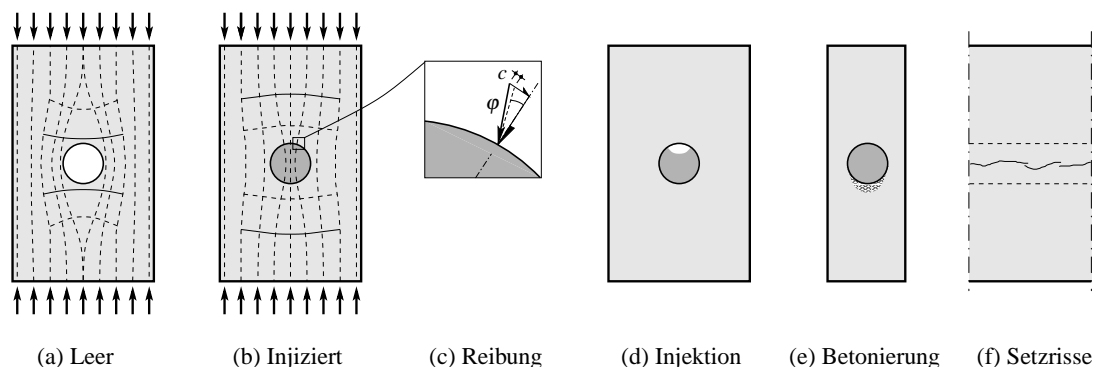


**Bild 6.7: Effekt des Verzerrungszustands: Beziehungen für die praktische Anwendung und Vergleich mit den nachgerechneten Versuchen bzw. mit der SIA 262 [145]**

Vergleich mit der Schweizer Norm SIA 262. Es ergibt sich insbesondere  $\eta_\varepsilon(25^\circ) = 0.59 \approx k_c$ . Eine Anpassung der Norm wäre durchaus möglich.

### 6.3 Spanngliedpräsenz im Steg

#### Problemstellung



**Bild 6.8: Auswirkung der Spanngliedpräsenz auf das Druckfeld im Steg ((a) und (b) nach Leonhardt [98])**

Im folgenden soll ein Schnitt des Steges entlang einer Druckstrebe betrachtet werden (Bild 6.8). Je nach Orientierung des Schnitts hat der Hüllrohrumfang eine elliptische Form. Zahlreiche (Abschnitt 3.4) und eigene Prismenversuche [117, 66] zeigen, dass dies vernachlässigbar ist. Die Druckspannungstrajektorien werden um das Spannglied herum gelenkt, wenn es nicht injiziert ist (Bild 6.8 (a)), oder aber auf das Spannglied konzentriert, wenn es injiziert und sehr steif ist (Bild 6.8 (b)). In beiden Fällen entstehen Querspannungen im Steg. Im letzteren Fall wird die Neigung der Druckspannungstrajektorien durch die Reibung an der Hüllrohroberfläche beschränkt (Bild 6.8 (c)), worauf Hars und Muttoni 2001 hinwiesen [64]. Bei der Injektion können Hohlräume verbleiben (durch Lufteinschlüsse oder Wasserlinsen durch Segregation), die das Spannglied weicher machen (Bild 6.8 (d)). In Bereichen hohen Schubs sind Spannglieder generell stärker geneigt, so dass dies dort selten auftritt. Besonders

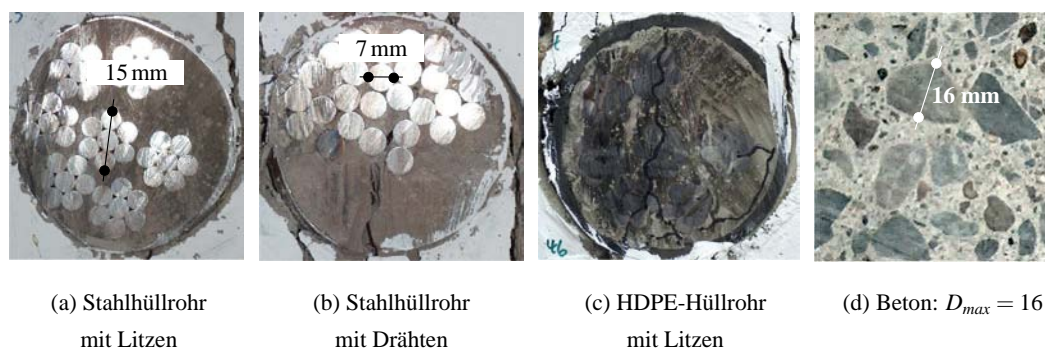
bei beengten Platzverhältnissen in schmalen Stegen kann es zu Ausbildung einer weniger dichten Betonschicht unterhalb des Spannglieds und zur Setzrissbildung entlang der Spannglieder kommen (Bild 6.8 (e,f)).

### Einfluss der Steifigkeit

Die Steifigkeit des "Systems Spannglied" hängt von der Steifigkeit des Hüllrohrs, des Injektionsmörtels und der Spannstahlbewehrung ab, die entweder als Litzenspannglieder (Bild 6.9 (a)) oder als Einzeldrähte (Bild 6.9 (b)) auftreten. Der Injektionsmörtel besitzt ein Elastizitätsmodul von  $E_g = 8..18 \text{ GPa}$  und ist damit deutlich weicher als Beton. Im Verbund mit den Spanngliedern dürfte der Elastizitätsmodul allerdings vergleichbar mit dem von Beton sein, da die Spannglieder im Injektionsmörtel die gleiche Rolle übernehmen wie die harten Zuschlagskörner in der weicheren Zementmatrix des Betons (Bild 6.9 (d)).

Hüllrohre aus Kunststoff besitzen einen Elastizitätsmodul  $< 2000 \text{ MPa}$ , was bei einer üblichen Wandstärke von 2 mm zu weicherem Verhalten führen kann (Bild 6.9 (c)). Da Kunststoffhüllrohre glatt sind, wird jedoch sowieso nur ein geringer Teil der Spannungen in das Spannglied eingeleitet (Bild 6.8 (c)).

Möglicherweise kann daher die Steifigkeit eines Spannglieds über den Reibbeiwert erfasst werden. Dies ist von Interesse bei der Auswertung von Prismenversuchen, bei denen Stahlhüllrohre zwar injiziert worden waren, jedoch keine Stahleinlagen enthielten.



**Bild 6.9: Vergleich der Steifigkeit des injizierten Hüllrohres mit der von Beton; Versuche aus [66]**

### Annahmen

Die Entwicklung des Bruchkriteriums basiert auf den Beobachtungen von Laborversuchen an Prismen mit Hüllrohren [117, 66]. Die Effekte aus Verbundwirkung werden daher vernachlässigt. Die Berechnung erfolgt nach dem unteren Grenzwertsatz mit der Plastizitätstheorie. Folgende Annahmen werden getroffen:

- Bruch tritt ein, wenn die Querkzugspannung  $p$  die effektive Zugfestigkeit  $f_{cte}$  erreicht.
- Nach St.-Venant gilt für die Bruchzonenlänge:  $a \approx b_w$
- Innerhalb dieser Bruchzone ist die Querkzugspannung  $p$  konstant.
- Der Einfluss der Spanngliedverankerung wird vernachlässigt.
- Die Kohäsion auf der Hüllrohroberfläche wird vernachlässigt.

Auch andere Tragmechanismen von Betontragwerken sind ohne Mobilisierung der Zugfestigkeit des Betons nicht möglich, etwa der Bewehrungsverbund oder das Durchstanzen bei Flachdecken. Sollen diese Tragmechanismen mit der Plastizitätstheorie behandelt werden, so muss die Zugfestigkeit abgemindert werden, da das Verhalten von Beton auf Zug sehr spröde ist.

## Bruchwiderstand

Im Gegensatz zum Vorgehen anderer Forscher, die das Verhältnis  $\eta'_D$  verwenden, wird der Bruchwiderstand  $\eta_D$  abweichend definiert (Abschnitt 3.4):

$$\eta'_D = \frac{\sigma_c}{\sigma_{c0}} \quad (\text{Bezugsgrösse: Referenzprisma}) \quad (6.11)$$

$$\eta_D = -\frac{\sigma_c}{f_c} \quad (\text{Bezugsgrösse: Zylinder}) \quad (6.12)$$

Der Unterschied zwischen den Faktoren  $\eta'_D$  und  $\eta_D$  besteht demnach darin, dass beim Faktor  $\eta'_D$  die Bezugsgrösse, nämlich das Prisma ohne Hüllrohr (Referenzprisma), aufgrund seiner Abmessungen (typischer Wert:  $h/b_w = 4..5$ ) gewöhnlich Schlankheits- und Grösseneffekten unterliegt, die das Prisma mit Hüllrohr wahrscheinlich nicht erfährt, da es für geringere (mittlere) Spannungen und unter einem anderen Mechanismus bricht. Tatsächlich gilt  $\eta_D < \eta'_D$  für fast alle Versuche aus der Literatur (Abschnitt 3.4). Sowohl konzeptuell als auch für die Bemessung ist es wahrscheinlich vorteilhaft, mit  $\eta_D$  zu arbeiten.

Für die Prismenversuche aus der Literatur wurde die Betonfestigkeit  $f_{c,exp}$  an unterschiedlichen Probekörpern bestimmt (Zylinder, Würfel, ...). Ist die Zylinderfestigkeit unbekannt, wird zur Umrechnung auf die Zylinderfestigkeit  $f_c$  des Referenzzylinders  $h/d = 320/160$  mm der empirische Ansatz nach Hars und Muttoni [64] verwendet:

$$f_c = \eta_\alpha \cdot \eta_\lambda \cdot f_{c,exp} \quad (6.13)$$

$$\eta_\alpha = \alpha^{0.08} \quad (6.14)$$

$$\eta_\lambda = (0.6 \cdot \lambda - 0.2)^{0.24} \quad (6.15)$$

$$\alpha = \frac{A}{A_0}, \quad A_0 = \frac{0.16^2 \cdot \pi}{4} \text{ [m}^2\text{]}, \quad \lambda = \frac{h}{d}$$

Dabei ist  $A$  die Querschnittsfläche des tatsächlich verwendeten Probekörpers. Der Ansatz wurde so normiert, dass gilt:

$$f_c = 0.85 \cdot f_{cc,200}, \quad f_{cc} \text{ ist die Würfeldruckfestigkeit} \quad (6.16)$$

Sortiert man die Versuchsergebnisse aus Abschnitt 3.4 nach der Schlankheit  $\lambda = h/b_w$  (Bild 6.10) und für vergleichbare  $\delta$  (bezogener Hüllrohrdurchmesser nach Gl. (3.20)), so zeigt sich keine deutliche Korrelation, so dass der Einfluss von Schlankheitseffekten auf die Festigkeit der Proben mit Hüllrohr mit guter Näherung vernachlässigbar ist.

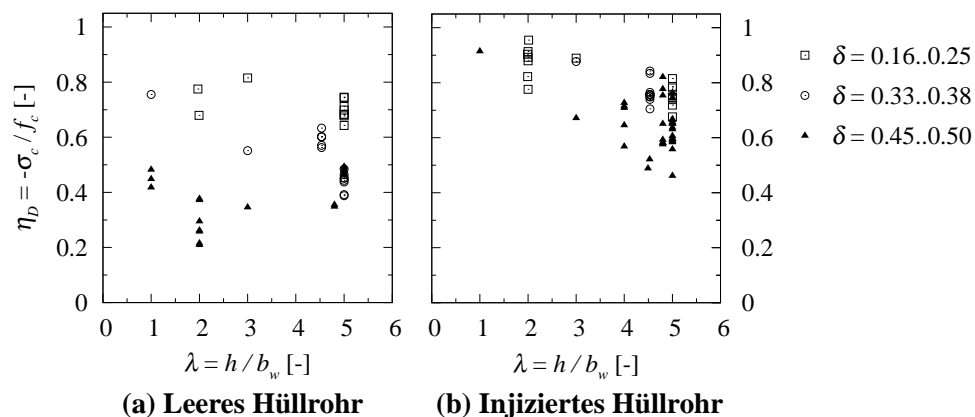


Bild 6.10: Einfluss der Probekörperschlankheit auf die Versuche aus Bild 3.20

### Bruchmodell mit Spannungsfeldern

Bild 6.11 zeigt ein zulässiges Spannungsfeld, dass somit eine untere Grenze für die tatsächliche Bruchlast darstellt.

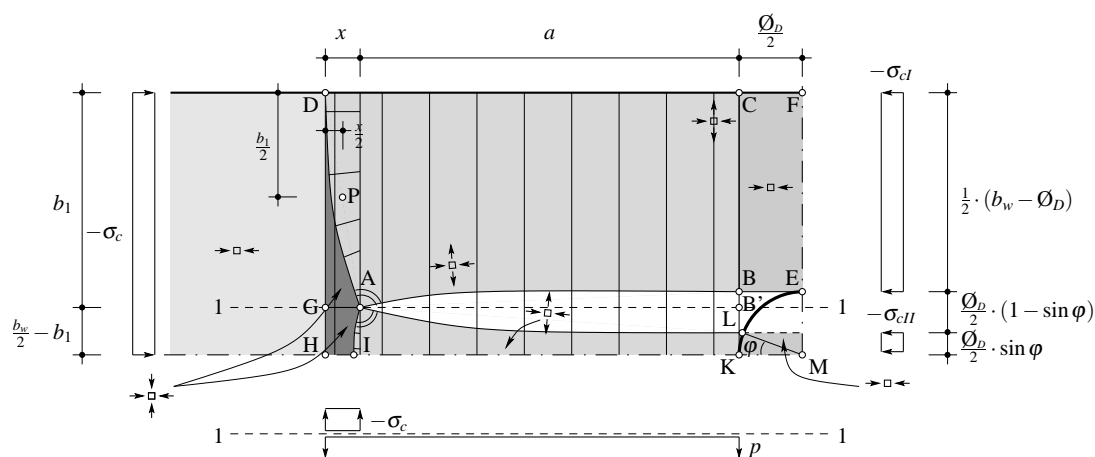


Bild 6.11: Spannungsfeld mit Bogen und Betonzugstreben für ein Prisma mit injiziertem Hüllrohr im Bruchzustand

Modelliert wird wegen der Symmetrie nur ein Viertel des Problems. Das Spannglied befindet sich unten rechts im Bild. Die Druckspannung  $\sigma_c$  im ungestörten Bereich des Stiegs ist geringer als die Druckspannung  $\sigma_{cI}$  im Steg auf Spanngliedhöhe.

Auf der Länge  $a$  wird die konstante Zugspannung  $p$  zur Umlenkung der Druckspannungen aktiviert, so dass die Berandung AB eine Parabel 2. Grades beschreibt, analog zu Umlenkkraften bei parabolischen Spanngliedern.

Der Knotenbereich ADG ist nicht ganz hydrostatisch, da die Querspannung nur  $\sigma_c + p$  beträgt (Druckspannungen negativ). (Korrektweise handelt es sich allenfalls um einen pseudohydrostatischen Bereich, da die Hauptspannung aus der Ebene verschwindet:  $\sigma_{c1} = 0$ .) Daher steht auch die Berandung AB nicht ganz senkrecht auf der Berandung AD, und im Bereich ADH bildet sich ein Fächer aus.

Die Spannungen entlang des Schnittes HIK sind hier nicht angegeben, da sie für die Lösung nicht benötigt werden.

Die betragsmässig grösste Druckspannung wird mit  $\sigma_{cI}$  auf Höhe des Hüllrohrs erreicht. Der Bruch tritt am Punkt B ein.

Ein Teil der Spannungen wird durch das Spannglied geleitet. Er hängt proportional vom Reibbeiwert  $\mu$  zwischen Hüllrohroberfläche und Beton ab:

$$\mu = \tan \varphi \quad (6.17)$$

Gleichgewicht im Bereich ABCDG ergibt (Druckspannungen negativ):

$$\rightarrow: \quad \sigma_{cI} = \sigma_c \cdot \frac{2 \cdot b_1}{b_w - \varnothing_D} \quad (6.18)$$

$$\uparrow: \quad x = -\frac{a \cdot p}{p + \sigma_c} \quad (6.19)$$

$$\widehat{P}: \quad \sigma_{cI} \cdot \frac{b_w - \varnothing_D}{2} \cdot \left( \frac{b_1}{2} - \frac{b_w - \varnothing_D}{4} \right) = -p \cdot a \cdot \frac{a + x}{2} \quad (6.20)$$

Gleichgewicht im Bereich AGHKL ergibt:

$$\rightarrow: \quad \sigma_{cII} = \sigma_c \cdot \frac{b_w - 2 \cdot b_1}{\varnothing_D \cdot \sin \varphi} \quad (6.21)$$

$$\uparrow: \quad \sigma_c + p = \sigma_{cI} \quad (6.22)$$

Für  $\sigma_{cI} = \sigma_{cII}$  wird die maximale Bruchspannung gefunden. Dies gilt aber nur für  $\delta \leq 0.66$ , da sich sonst der Punkt I links vom Punkt H befindet, was physikalisch nicht möglich ist. Dies ergibt die Berechnung für den hypothetischen Grenzfall  $a/b_w = 2$ ,  $\mu = 0.6$ . Unter dieser Bedingung wird das Bruchkriterium gefunden:

$$\sigma_{cI} = \sigma_{cII}: \quad b_1 = \frac{b_w}{2} \cdot \frac{1 - \delta}{1 - \delta (1 - \sin \varphi)} \quad (6.23)$$

$$\sigma_c = -p \cdot \left[ \frac{2 \cdot a^2}{b_1 \cdot (2 \cdot b_1 - (b_w - \varnothing_D))} + 1 \right] \quad (6.24)$$

## Effektive Zugfestigkeit

Im Bruchzustand wird die effektive Zugfestigkeit erreicht:

$$p = f_{cte} \quad (6.25)$$

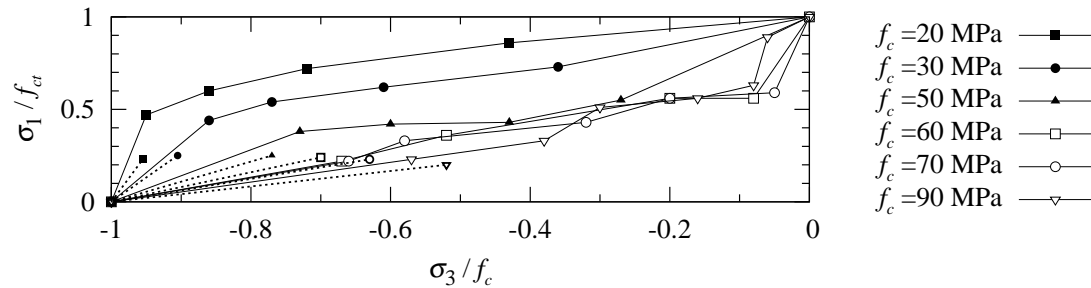
Da im Punkt B gleichzeitig eine Druckspannung herrscht, wird  $f_{cte} < f_{ct}$ . Um ein einfaches Bruchkriterium zu erhalten, dass für unterschiedliche Betonfestigkeiten gültig ist, wird folgende, lineare Beziehung vorgeschlagen:

$$\frac{f_{cte}}{f_{ct}} = \frac{C_1}{f_c^{C_2}} \cdot \left( 1 + \frac{\sigma_{c3}}{f_c} \right), \quad f_{ct} = 0.30 \cdot f_c^{2/3}, \quad f_c \text{ in MPa} \quad (6.26)$$

Die mehr als lineare Abhängigkeit von der Zylinderfestigkeit  $f_c^{C_2}$  ergibt sich dadurch, dass hochfeste Betone auf Druck deutlich spröder entfestigen als normalfeste, so dass die bezogene effektive Zugfestigkeit für erstere geringer ausfällt (Abschnitt 2.2).

Bild 6.12 zeigt die Hüllkurven der Versuche von Kupfer und Curbach [90, 33]. Die Darstellung wurde hier doppelt normiert: die x-Achse mit  $f_c$  und die y-Achse mit  $f_{ct} = 0.30 \cdot f_c^{2/3}$ . Damit sollte sein:

$$C_2 = 1 + 2/3 = 5/3 \quad (6.27)$$



**Bild 6.12: Abminderung der Zugfestigkeit von Beton unter Querdruk für verschiedene Betonfestigkeiten nach [90] und [33]; Vergleich mit linearem Ansatz zur Beschreibung des Verhaltens im für das Bruchkriterium relevanten Bereich**

Mit  $C_1 = 750$  und  $C_2 = 5/3$  ergibt sich eine Beziehung, für die  $p$  im relevanten Bereich immer unter der Hüllkurve der Versuche von Kupfer und Curbach bleibt (in Bild 6.12 gestrichelt eingezeichnet). Insbesondere gilt für alle untersuchten Fälle:

$$f_{cte} < \frac{1}{4} \cdot f_{ct} \quad (6.28)$$

Damit dürfte die Anwendung der Plastizitätstheorie gerechtfertigt sein.

## Bruchkriterium

In Punkt B gilt:

$$\sigma_{c3} = \sigma_{cl} = \sigma_c \cdot \frac{1}{1 - \delta \cdot (1 - \sin \varphi)} \quad (6.29)$$

Mit der Normierung mit  $-f_c$  und unter Verwendung der Gl. (6.26) erhält man dann:

$$\eta_D = \left[ \frac{f_c \cdot f_c^{C_2}}{C_1 \cdot f_{ct}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot a^2}{b_1 \cdot (2 \cdot b_1 - b'_w)}} + \frac{2 \cdot b_1}{b'_w} \right]^{-1} \quad (6.30)$$

$$b'_w = b_w - \varnothing_D, \quad \delta \leq 0.66$$

Dies ist äquivalent zu:

$$\eta_D = \left[ \frac{f_c \cdot f_c^{C_2}}{C_1 \cdot f_{ct}} \cdot \left[ 1 + \frac{4 \cdot (a/b_w)^2}{\delta \cdot (1 - \sin \varphi)} \cdot \left( \frac{1 - \delta \cdot (1 - \sin \varphi)}{1 - \delta} \right)^2 \right]^{-1} + \frac{1}{1 - \delta \cdot (1 - \sin \varphi)} \right]^{-1}, \quad (6.31)$$

$$f_c \text{ in MPa, } \delta \leq 0.66$$

Durch Einsetzen der Werte für die Konstanten erhält man:

$$\eta_D = \left[ \frac{f_c^2}{225} \cdot \left[ 1 + \frac{4 \cdot (a/b_w)^2}{\delta \cdot (1 - \sin \varphi)} \cdot \left( \frac{1 - \delta \cdot (1 - \sin \varphi)}{1 - \delta} \right)^2 \right]^{-1} + \frac{1}{1 - \delta \cdot (1 - \sin \varphi)} \right]^{-1} \quad (6.32)$$

$f_c$  in MPa,  $\delta \leq 0.66$

Der Grenzfall  $\eta_D(\delta \rightarrow 0) = 1$  wird korrekt reproduziert.

### **Einfluss des Hüllrohrtyps**

Mit Gl. (6.32) kann durch Einsetzen der jeweiligen Reibbeiwerte jeder Spanngliedtyp beschrieben werden (Tabelle 6.1). Für nicht injizierte Spannglieder ("leer") verschwindet das Spannungsfeld GHKL. Für injizierte Kunststoffhüllrohre wird ein Schätzwert angegeben. Der Wert für injizierte Stahlhüllrohre stammt aus [174].

**Tabelle 6.1: Reibbeiwert von Spanngliedern für unterschiedliche Hüllrohrtypen**

	Leer	Kunststoff	Stahl
$\mu$ [-]	0	0.2	0.6

Für den Fall nicht injizierter Spannglieder vereinfacht sich Gl. (6.32) zu:

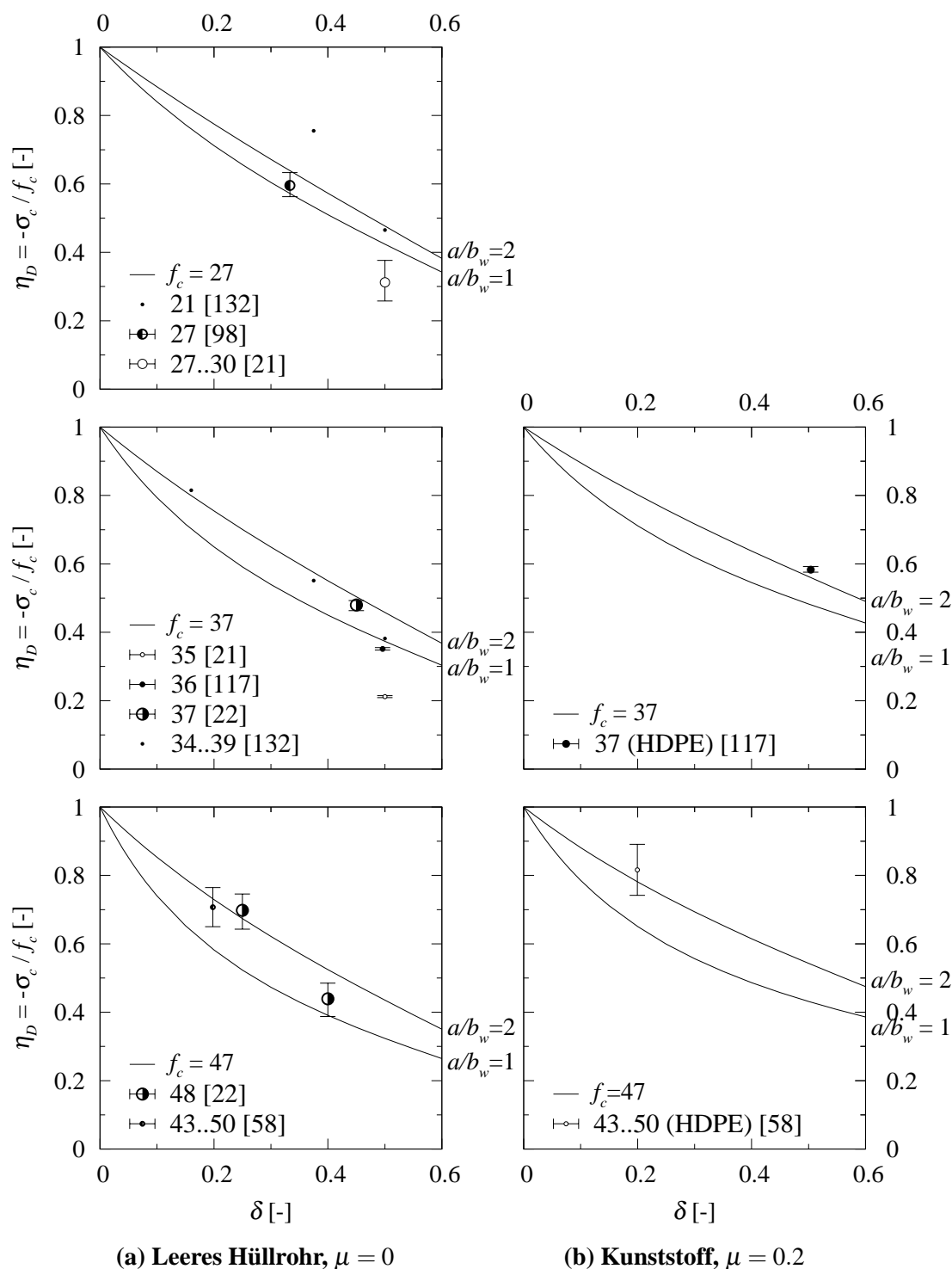
$$\eta_D = -\frac{\sigma_c}{f_c} = \left[ \frac{f_c^2}{225} \cdot \frac{\delta}{4 \cdot (a/b_w)^2 + \delta} + \frac{1}{1 - \delta} \right]^{-1}, \quad f_c \text{ in MPa} \quad (6.33)$$

### **Vergleich mit Prismenversuchen**

Der Vergleich mit Prismenversuchen dient der Bestimmung des Verhältnisses  $a/b_w$  und der Überprüfung des Bruchkriteriums.

Die Bilder 6.13 und 6.14 zeigen den Vergleich des Bruchkriteriums für verschiedene Zylinderdruckfestigkeiten mit Prismenversuchen aus der Literatur (Abschnitt 3.4) und den Laborversuchen [66]. Die jeweiligen Versuchsserien sind mit Mittelwert und Maximal- bzw. Minimalwert dargestellt. Die Grösse des Kreissymbols markiert die Anzahl der Versuche (1 bis 8).

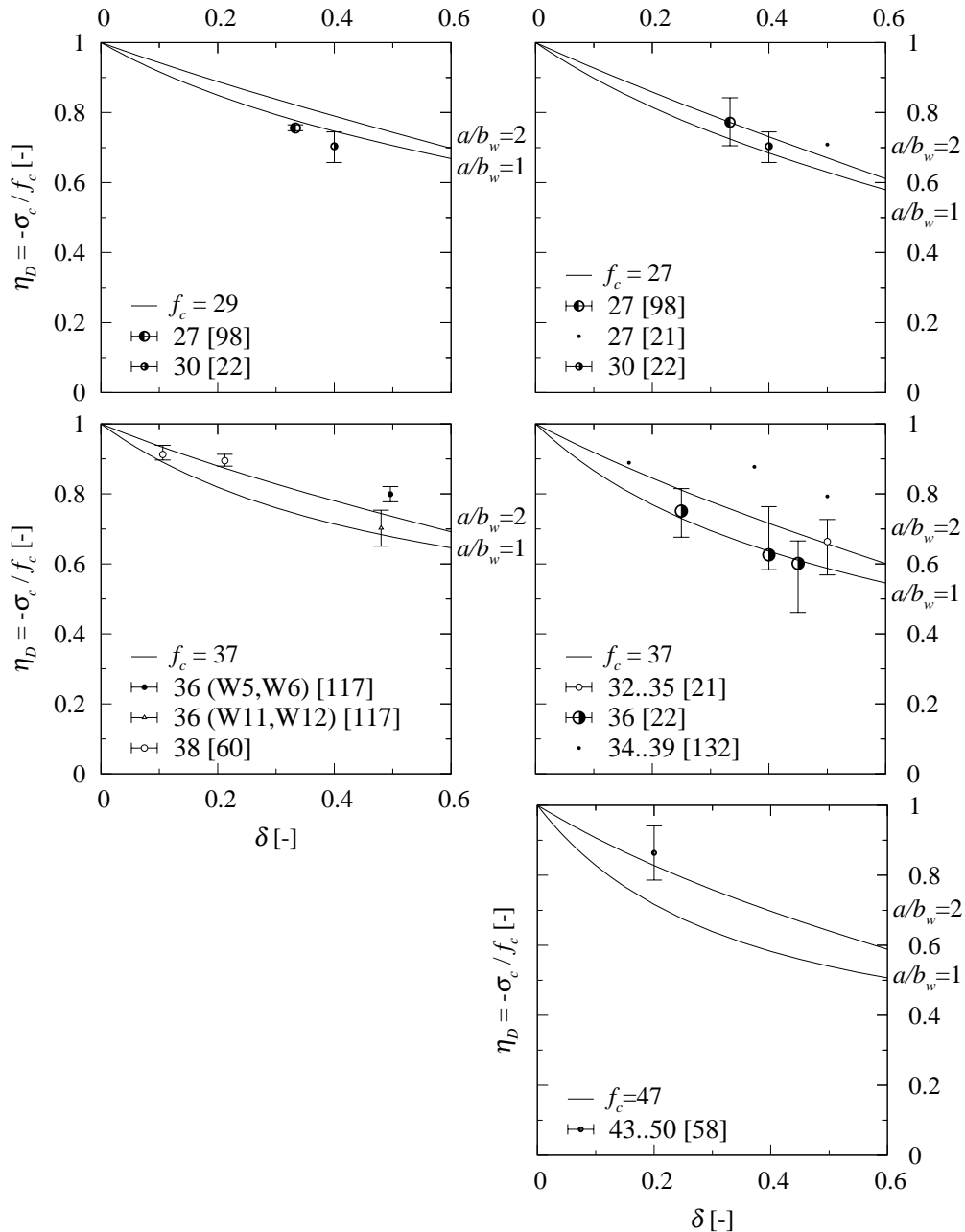
Sowohl für leere Hüllrohre (Bild 6.13 (a)), injizierte Kunststoffhüllrohre (Bild 6.13 (b)) als auch injizierte Stahlhüllrohre (Bild 6.14 (a)) ist die Übereinstimmung in allen Fällen ( $f_c = 27..50$  MPa) sehr gut für  $a/b_w = 1.5$ .



**Bild 6.13: Vergleich der Versuchsergebnisse an Betonprismen mit Hüllrohren**  
 $(\delta = \varnothing_D/b_w)$  und deren auf die Zylinderfestigkeit bezogene Bruchspannung mit  
 Gl. (6.32)

Bild 6.14 (b) zeigt den Fall injizierter Stahlhüllrohre ohne Stahleinlagen im Injektionsmörtel. Um hier den Einfluss der geringeren Steifigkeit des Spannglieds berücksichtigen zu können, wurde der scheinbare Reibbeiwert auf  $\mu = 0.4$  abgemindert. Auch dann ergibt  $a/b_w = 1.5$  wieder eine sehr gute Übereinstimmung.



(a) Stahl; mit Litzen,  $\mu = 0.6$ (b) Stahl; ohne Litzen,  $\mu = 0.4$ 

**Bild 6.14:** Vergleich der Versuchsergebnisse an Betonprismen mit Hüllrohren ( $\delta = \varnothing_D/b_w$ ) und deren auf die Zylinderfestigkeit bezogene Bruchspannung mit Gl. (6.32)

Wäre der Bruchwiderstand mit Gl. (3.25) bestimmt worden, wäre  $a/b_w = 2..3$  nötig gewesen, was im Widerspruch mit dem Prinzip von St.-Venant steht.

Für  $a/b_w = 1.5$  ergibt sich, dass bei Prismen mit einer Schlankheit von  $\lambda < 3 + \delta$  die Auflagerreibung einen laststeigernden Einfluss ausübt. So erklären sich die hohen Festigkeitswerte der Versuchsserien von [132] (teilweise  $\lambda = 1$ ) und [58] ( $\lambda = 2$ ). Die meisten der Versuche waren allerdings mit einer Schlankheit  $\lambda \geq 4$  durchgeführt worden (Bild 6.10). Dies entspricht auch den Verhältnissen im Balkensteg.

Aufgrund der Versuche kann daher ein einheitliches Bruchkriterium nach Gl. (6.32) für alle Hüllrohrtypen angegeben werden, unter Berücksichtigung des Reibbeiwerts nach Tabelle 6.1 und einer Bruchzone von  $a/b_w = 1.5$ .

### Anpassung für die praktische Anwendung

Die Anpassung des gefundenen Bruchkriteriums für die Spanngliedpräsenz  $\eta_D$  an praktische Bedürfnisse geschieht im folgenden Abschnitt, da die Interaktion mit dem Effekt des Verzerrungszustands  $\eta_\varepsilon$  untersucht werden muss.

### Grenzen der Anwendbarkeit

Liegen mehrere Spannglieder nebeneinander, so wird der Effekt der Spanngliedpräsenz wahrscheinlich etwa gleich bleiben, verglichen mit dem Fall eines einzelnen Spannglieds für ein gleiches Verhältnis  $\delta$ , da die Querspannungen gleich bleiben.

Eine Analogie stellt eine mehrfache Bogenbrücke dar, bei der die horizontalen Kämpferkräfte der Randbögen gleich bleiben, unabhängig von der Anzahl der Bögen.

Durch Anbringen einer ausreichend verankerten Bewehrung senkrecht zur Stegebene –etwa Steckbügel– kann der Effekt der Spanngliedpräsenz auf einfache Weise stark reduziert oder sogar eliminiert werden.

Leichtbeton ist deutlich weicher als Normalbeton. Ausserdem muss die Gültigkeit der Gl. (6.26) bezüglich der Zugfestigkeit überprüft werden. Ansonsten bleibt der gewählte Ansatz gültig, was leere Hüllrohre und injizierte Kunststoffhüllrohre angeht.

Injizierte Stahlhüllrohre sind steifer als der Steg aus Leichtbeton. Für diesen Fall ist der gewählte Ansatz zu überprüfen.

## 6.4 Kombination der Effekte

In Spannbetonbalken mit Spanngliedern im Steg wird die effektive Betondruckfestigkeit im Steg  $f_{ce}$  sowohl durch den Verzerrungszustand ( $\eta_\varepsilon$ ) als auch die Spanngliedpräsenz ( $\eta_D$ ) geschwächt (Bild 6.15).

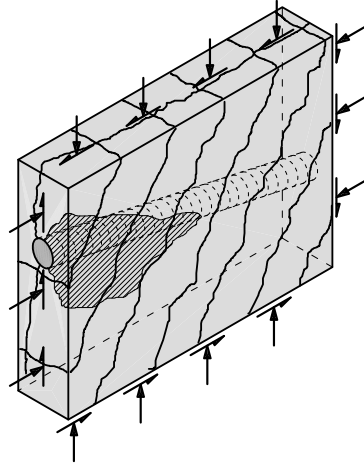
Die Schweizer Norm SIA 262 [145] berücksichtigt dies mit einem multiplikativen Ansatz:

$$f_{ce} = k_c \cdot (1 - k \cdot \delta) \cdot f_c \quad (6.34)$$

Dabei wird  $k_c$  nach Gl. (3.13) und  $k$  nach Tab. (3.1) berechnet. Injizierte Kunststoffhüllrohre werden nicht explizit erwähnt und wie Stahlhüllrohre behandelt.

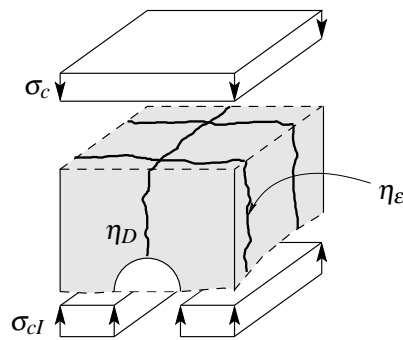
### Bruchkriterium

Die Effekte aus dem Verzerrungszustand  $\eta_\varepsilon$  und aus der Spanngliedpräsenz  $\eta_D$  bewirken eine Schwächung (Rissbildung) des Stegs in senkrecht aufeinanderstehenden Ebenen, so dass nur der kleinere Wert der beiden Effekte berücksichtigt werden muss (Bild 6.16).



**Bild 6.15: Druckstreben in Balkensteg: Effekt des Verzerrungszustands  $\eta_\epsilon$  durch Schubrisse und der Spanngliedpräsenz  $\eta_D$**

Eine Analogie stellt der Zylinderdruckversuch dar, bei dem während der Entfestigung Rissbildung nicht nur in zwei, sondern in allen radialen Ebenen beobachtet wird. Auch dort muss eine Abminderung nur einmal vorgenommen werden.



**Bild 6.16: Abschwächung durch Spanngliedpräsenz und durch den Verzerrungszustand sowie Spannungskonzentration in einem skizzierten Stegausschnitt eines Spannbetonträgers; gezeigt für den Fall des Spannglieds ohne Verbund**

Allerdings kommt es auf Spanngliedhöhe zu einer Spannungskonzentration mit  $|\sigma_{cl}| > |\sigma_c|$  (siehe auch Bild 6.11). Dies muss beim Effekt des Verzerrungszustands  $\eta_\epsilon$  berücksichtigt werden. Es ergibt sich:

$$-\sigma_c \leq \eta_D \cdot f_c \quad (6.35)$$

und

$$-\sigma_{cl} \leq \eta_\epsilon \cdot f_c \Leftrightarrow -\sigma_c \leq \eta_\epsilon \cdot \frac{\sigma_c}{\sigma_{cl}} \cdot f_c \quad (6.36)$$

Das Bruchkriterium lautet damit:

$$\frac{f_{ce}}{f_c} = \min \left[ \eta_D, \eta_\epsilon \cdot \frac{\sigma_c}{\sigma_{cl}} \right] \quad (6.37)$$

Dies wird mit der Gl. (6.29) zu:

$$\frac{f_{ce}}{f_c} = \min[\eta_D, \eta_\varepsilon \cdot (1 - [1 - \sin \varphi] \cdot \delta)] \quad (6.38)$$

Die Prismen W21 und W22 der eigenen Prismenversuche [66] besaßen durch eine Vorbelastung einen vorab aufgeprägten Verzerrungszustand von etwa  $\varepsilon_1 = 3.5 \text{ ‰}$ . Mit Gl. (6.6) ergibt sich damit  $\eta_\varepsilon = 0.77$  für W21 und  $\eta_\varepsilon = 0.78$  für W22. Unter Annahme von  $\mu = 0.5$  und mit  $\delta = 0.48$  ergibt sich für das Prisma W21  $f_{ce}/f_c = \min[0.70, 0.73 \cdot 0.77] = 0.56$ , und für W22  $f_{ce}/f_c = \min[0.72, 0.73 \cdot 0.78] = 0.57$ . Die gemessenen Versuchswerte von 0.48 und 0.51 fallen geringer aus, da die Vorbelastung bis nahe an den Bruchwiderstand heranreichte, was durch Gl. (6.6) nicht erfasst wird.

## Vergleich mit der Schweizer Norm SIA

Gl. (6.38) kann im zweiten Teil auf die gleiche Form gebracht werden wie die Schweizer Norm SIA 262 entsprechend Gl. (6.34):

$$\frac{f_{ce}}{f_c} = \min[\eta_D, \eta_\varepsilon \cdot (1 - k \cdot \delta)] \quad (6.39)$$

Es gilt:

$$k = 1 - \sin \varphi \quad (6.40)$$

Tabelle 6.2 zeigt die Werte für die Hüllrohrtypen. Die Schweizer Norm ist nach Tabelle 3.1 identisch für injizierte Stahlhüllrohre, leicht konservativer für leere Hüllrohre und nicht ausreichend konservativ, was injizierte Kunststoffhüllrohre angeht.

**Tabelle 6.2: Korrekturfaktor  $k$  für den Durchmesser nach Gl. (6.39)**

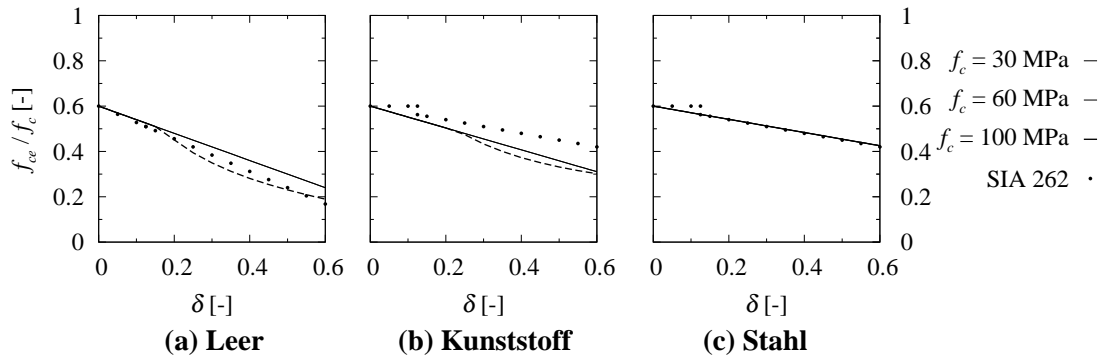
	Leer	Kunststoff	Stahl
$\mu$ [-]	0	0.2	0.6
$k$ [-]	1.0	0.8	0.5

Für die praktische Anwendung ist der zweite Teil der Gl. (6.38) deutlich von Vorteil. Im folgenden wird daher eine Auswertung von Gl. (6.38) für  $\eta_\varepsilon = k_c = 0.6$  vorgenommen, um festzustellen, ob er eventuell immer massgebend ist.

In Bild 6.17 werden die unterschiedlichen Hüllrohrtypen sowie unterschiedliche Zylinderfestigkeiten ( $f_c = 30/60/100 \text{ MPa}$ ) untersucht. Zum Vergleich ist die Schweizer Norm SIA 262 eingezeichnet.

Für injizierte Stahlhüllrohre ist nur der zweite, multiplikative Anteil der Gl. (6.38) massgebend. Für injizierte Kunststoffhüllrohre kann mit guter Genauigkeit der zweite, multiplikative Anteil der Gl. (6.38) ebenfalls als massgebend angenommen werden. Die Schweizer Norm ist in diesem Fall deutlich unkonservativ.

Für leere Hüllrohre ist der erste Anteil der Gl. (6.38) nicht vernachlässigbar. Der Vergleich mit der Schweizer Norm zeigt jedoch, dass bei einer Anpassung des Korrekturbeiwerts  $k$  von 1.0 auf 1.2 der zweite, multiplikative Anteil der Gl. (6.38) auch hier massgebend wird.



**Bild 6.17: Abschwächung durch den Verzerrungszustand im Steg und durch Spanngliedpräsenz nach Gl. (6.39) (erster Teil der Gl. gestrichelt dargestellt) und Schweizer Norm Gl. (6.34)**

### Bruchkriterium für die praktische Anwendung

Die effektive Druckfestigkeit  $f_{ce}$  im Steg kann damit unter guter Annäherung auf folgende, d.h. multiplikative Form gebracht werden:

$$f_{ce} = \eta_\epsilon \cdot \eta_D^* \cdot f_c \quad (6.41)$$

$$\eta_D^* = 1 - k \cdot \delta \quad (6.42)$$

Tabelle 6.3 zeigt  $k$  für die Hüllrohrtypen. Auf Grundlage der eigenen Laborversuche an Prismen [66] sowie dem hier entwickelten Bruchkriterium ergibt sich eine nötige Anpassung der Schweizer Norm SIA 262 für injizierte Kunststoffhüllrohre.

**Tabelle 6.3: Anpassung des Korrekturfaktors  $k$  für Gl. (6.41)**

	Leer	Kunststoff	Stahl
$k$ [-]	1.2	0.8	0.5

Der Wert 0.8 war für Kunststoffhüllrohre auch in [117] schon auf Grundlage der Laborversuche an Prismen vorgeschlagen worden.

Mit Gl. (6.41) können Träger ohne (auch Stahlbetonträger;  $\delta = 0$ ) Spannglied und mit Spannglied im Steg behandelt werden. Es wird  $\eta_\epsilon$  nach dem eigenen Ansatz mit Gl. (6.10) bestimmt:

$$\eta_\epsilon = \frac{1}{2} \cdot (1 + \sin^2 \theta), \quad 15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ \quad (6.43)$$

Für  $\theta = 45^\circ$  wird  $\eta_\epsilon = 0.75$ . Es stellt sich die Frage, ob dann in Gl. 6.38 noch der zweite, multiplikative Teil massgebend ist. Eine Auswertung zeigt, dass dies tatsächlich der Fall ist, zumindest für Zylinderfestigkeiten  $f_c \leq 70$  MPa.

Die effektive Betonfestigkeit  $f_{ce}$  aus Gl. (6.41) stellt das Bruchkriterium dar, dass mit den Druckspannungen im Steg verglichen wird.

Werden die Druckspannungen mit einem plastischen Ansatz ohne Prüfung der Verträglichkeit berechnet, so muss  $f_{ce}$  mit einem Modellfaktor multipliziert werden, der nach Schweizer Norm SIA 262 mit  $\eta_{fc}$  bezeichnet wird.

## 6.5 Folgerungen

Der gefundene Ausdruck für den Einfluss des Verzerrungszustands im Steg  $\eta_\varepsilon$  beschreibt die Zerstörung der Rissuferverzahnung in den Schubrisen. Diese nimmt generell zu, wenn der Druckstrebenwinkel abnimmt.

Es wird ein Kriterium entwickelt, das den Bruchspannungen von einer Grosszahl nachgerechneter Balkenversuchen aus der Literatur gegenübergestellt wird. Die Übereinstimmung ist gut. Die Aufstellung eines Kriteriums in Abhängigkeit des Druckstrebenwinkels zur praktischen Anwendung gelingt.

Die Anwendung der Schweizer Norm SIA 262 ist für grosse Verzerrungen im Steg bzw. Druckstrebenwinkel  $\theta < 25^\circ$  unkonservativ.

Der Einfluss der Spanngliedpräsenz im Steg  $\eta_D$  beruht auf Querkzugspannungen. Das Kriterium wird auf Grundlage der Plastizitätstheorie entwickelt. Dementsprechend werden die Querkzugspannungen auf einen Bruchteil der Zylinderzugfestigkeit beschränkt.

Das Kriterium ist für alle Hüllrohrtypen einheitlich gültig. Der Reibbeiwert für die Kontaktfläche Hüllrohr-Beton ist ein entscheidender Parameter.

Der Vergleich mit einer Grosszahl an Prismenversuchen ergibt für alle untersuchten Zylinderdruckfestigkeiten eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Kriterium.

Bezüglich der Spanngliedpräsenz erweist sich die Schweizer Norm SIA 262 bei injizierten Kunststoffhüllrohren als unkonservativ. Das eigene Kriterium erfasst diese korrekt.

Die gemeinsame Berücksichtigung der beiden Effekte ist durch einen multiplikativen Ansatz möglich.

Der gefundene Ansatz ist direkt für die praktische Anwendung geeignet.

# 7 Nachrechnung von Grossversuchen

## 7.1 Einleitung

In diesem Kapitel soll der in den vorangegangenen Kapiteln entwickelte Ansatz ("Modell"; Kapitel 5) und das allgemeine Bruchkriterium (Gl. (6.38), Kapitel 6) zur detaillierten Nachrechnung von Grossversuchen verwendet werden. Dabei werden auch Spannbetonträger der eigenen Versuchsreihe "Cantine" berücksichtigt [65].

Zum Vergleich werden die Träger auch nach Schweizer Norm SIA 262 ("SIA") [145] (entsprechend Abschnitt 4.4) und mit nichtlinearen finiten Elementen ("NL FEM") entsprechend Abschnitt 4.6 berechnet.

Ziel ist sowohl die Untersuchung des vorgeschlagenen Bruchkriteriums als auch der Einfluss von Tragmechanismen, die von der Schweizer Norm vernachlässigt werden.

Für die FE-Berechnung wird dabei der Effekt der Spanngliedpräsenz im Gegensatz zum in Abschnitt 6.4 entwickelten multiplikativen Ansatz vernachlässigt, um seine Gültigkeit zu überprüfen.

Schliesslich erfolgt eine Berechnung nach Schweizer Norm, aber unter Verwendung des vereinfachten Bruchkriteriums nach Gl. (6.41), um die mögliche Anpassung der Norm zu untersuchen.

Die Auswahlkriterien für die zur Untersuchung herangezogenen Träger sind (in absteigender Wichtigkeit):

- Bruchart: Stegdruckbruch
- Grosse Abmessungen
- Mechanischer Bewehrungsgrad: grosse Bandbreite
- Zylinderdruckfestigkeit: grosse Bandbreite
- Gute Dokumentation (Bruchlast, Bruchbild, Dehnungsmessungen)

Das Eigengewicht ist bei allen Versuchen gering und wird daher vernachlässigt.

## 7.2 Stahlbetonträger

Aufgrund dieser Kriterien wurden die Stahlbetonbalken T1 von Leonhardt und Walther [94, 95], StbIII von Reineck et al. [130] und VN4 von Kaufmann und Marti [81] ausgewählt.

### Abmessungen und Daten

Die Bilder 7.2, 7.6 und 7.10 zeigen die Abmessungen, die Bewehrung und die tatsächliche Bruchlast der einzelnen Träger (Bilder der Versuchsbalken am Ende des Abschnitts). Tabelle 7.1 zeigt die von den jeweiligen Autoren an Würfeln oder Zylindern gemessenen Festigkeiten. Erstere werden mit  $f_c = 0.85 \cdot f_{cc,200}$  in Zylinderfestigkeiten umgerechnet. Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul werden, wenn nicht angegeben, mit den Gln. (2.1, 2.11) berechnet ( $k_E = 9500$ ). Kaufmann und Marti geben die Druckfestigkeit und den Elastizitätsmodul mit  $f_c = 61.9 \text{ MPa}$  und  $E_c = 40900 \text{ MPa}$  an [81]. Die Spannungs-Dehnungskurven, die sie ebenfalls angeben, zeigen im Mittel  $f_c = 59.5 \text{ MPa}$ ,  $E_c = 37000 \text{ MPa}$  (3 Versuche). Bei einem Versuch wurde sogar nur  $f_c = 57.0 \text{ MPa}$  erreicht. Hier werden die eher vorsichtigen Werte verwendet.

**Tabelle 7.1: Betonfestigkeit (berechnete Werte *kursiv*)**

Balken	$h$ [mm]	$d, \emptyset$ [mm]	$f_{cc}$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$E_{c,sec}$ [GPa]	$f_{ct}$ [MPa]
T1 [94]	200	200	29.8		25.3	26.8	2.4
StbIII [130]	200	200	73.1		62.1	37.6	4.8
VN4 [81]	300	150		57.0	57.0	37.0	4.2

Tabelle 7.2 zeigt die Festigkeiten der Bewehrungsstähle. Bis auf die Längsbewehrung des Balkens VN4 waren alle Bewehrungsstäbe aus kaltverformten Stahl.

**Tabelle 7.2: Bewehrungsstahl**

Balken	$\emptyset$ [mm]	$f_s, f_{s,0.2\%}$ [MPa]	$f_t$ [MPa]	$f_t/f_s$ [-]	$\epsilon_{su}$ [%]
Längsbewehrung					
T1	26	474	560	1.18	10
StbIII	14	521	619	1.19	19.1
StbIII	28	505	584	1.16	20.8
VN4	26	519	608	1.17	11.8
Querbewehrung					
T1	12	435	547	1.26	17.0
StbIII	8	515	539	1.05	20.0
VN4	8	484	561	1.16	5.32

Tabelle 7.3 zeigt die Geometrie des Stegbereiches. Beim Versuch T1 handelte es sich um einen Einfeldbalken mit zwei symmetrisch, im Abstand von 1.0 m angeordneten Einzellasten. Beim Versuch StbIII handelte es sich um den Kragarmbereich eines Trägers mit zwei Auflagern. Beim Versuch VN4 war trotz der grossen Schlankheit ein Schubbruch erreicht worden, da erstens die Flansche kräftig ausgebildet waren und es sich zweitens um einen eingespannten Einfeldträger handelte. Die Querkraft wurde an den Einspannungen eingeleitet. Eine leichte Ausmitte des Momentennullpunkts bei Bruch (0.36 m) wird hier vernachlässigt.



Die Bügelbewehrung war bei allen Versuchen zweischnittig. Beim Balken T1 waren die Bügel oben um  $90^\circ$  nach innen abgebogen und bis an die Flanschränder geführt; unten waren sie um  $90^\circ$  nach aussen abgebogen, und überlappten mit der geschlossenen Querbewehrung des Zuggurts. Beim Balken StbIII waren die Bügel oben um  $135^\circ$  nach aussen abgebogen und an den starken Bewehrungsstäben ( $\varnothing 28$ ) aufgehängt; unten waren sie geschlossen. Beim Balken VN4 waren die Bügel oben geschlossen um  $180^\circ$  nach innen abgebogen; unten waren sie geschlossen.

Bei  $d$  handelt es sich um den Abstand des Schwerpunkts der schlaffen Bewehrung des Zuggurts zum äusseren Rand des Druckgurts. Der Wert  $h_w$  ist die Steghöhe zwischen den Flanschen. Der mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_z$  wurde mit der Zylinderfestigkeit  $f_c$  berechnet.

**Tabelle 7.3: Geometrie des Stegs im Schubbereich**

Balken	$a$ [m]	$d$ [m]	$h_w$ [m]	$b_w$ [mm]	$c$ [mm]	$s$ [mm]	$a_{sw}$ [mm <sup>2</sup> /m]	$\rho_w$ [%]	$\omega_z$ [-]
T1	2.500	0.825	0.600	100	10	80	2827	2.83	0.486
StbIII	2.600	0.590	0.440	80	10	108	931	1.16	0.096
VN4	5.840	0.710	0.500	150	10	200	503	0.34	0.028

Tabelle 7.4 zeigt die Einwirkungen sowie den Hebelarm  $d_v$ . Dies ist der Abstand der Resultierenden der Biegedruckzone der Höhe  $x_p$  (ideal plastisches Verhalten; 'stress block') bei  $x(M_{max})$  zum Schwerpunkt der schlaffen Bewehrung des Zuggurts. Die Druckbewehrung wurde berücksichtigt. Für den Balken VN4 wird der innere Hebelarm  $d_v$  aufgrund der Symmetrie zu  $2 \cdot d - h$  bestimmt. Tabelle 7.4 zeigt auch die bezogene Schubfestigkeit  $\tau_Q$ , die die verteilte Last  $g + q$  vernachlässigt, da diese in allen Versuchen gering war.

**Tabelle 7.4: Einwirkung und innerer Hebelarm**

Balken	$Q_{R,exp}$ [MN]	$g + q$ [MN/m]	$N$ [MN]	$d_v$ [m]	$\tau_Q = \frac{Q_{R,exp}}{d_v \cdot b_w}$ [MPa]	$\frac{\tau_Q}{f_c}$ [-]
T1	0.800	0.011	0	0.792	10.1	0.40
StbIII	0.530	0.003	0	0.574	11.5	0.19
VN4	0.564	0.008	-0.985	0.640	5.9	0.10

## Vergleich der Berechnungen

Die Berechnung mit dem eigenen Modell berücksichtigt generell die Verträglichkeit am Zuggurt; beim Balken VN4 mit Längsdruckkraft wird sie in Balkenmitte bei  $d_v/2$  bestimmt, weil beide Gurte dort überdrückt sind.

Tabelle 7.5 zeigt die Stegfestigkeit  $\eta_{fc} \cdot f_{ce}$  sowie die Beteiligung der Schubtragmechanismen am Bruchwiderstand. Je nach Ansatz sind lokale Werte aus der Bruchzone angegeben.

Die Gurtkräfte, Bügelspannungen und -dehnungen sowie die Neigung der Druckstreben bzw. der Hauptdruckdehnungen sind in den Bildern 7.3, 7.7 und 7.11 aufgeführt (Bilder der Berechnungen sowie der Messungen am Ende des Abschnitts). Für Dehnungsmessungen sind jeweils die Messlänge und das Lastniveau angegeben. Die Bilder 7.4, 7.8 und 7.12 zeigen das Bruchbild.

**Tabelle 7.5: Schubtragverhalten und berechnete Bruchlast**

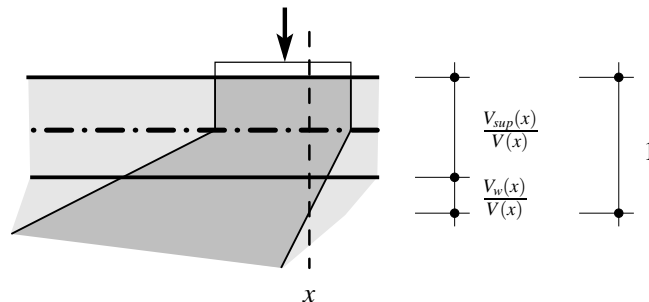
	$f_c$ [MPa]	$\varepsilon_1$ [‰]	$\eta_\varepsilon$ [-]	$\eta_{fc}$ [-]	$f_{ce} \cdot \eta_{fc}$ [MPa]	$f_t/f_s$ [-]	$\theta$ [°]	$V_{Gurt}$ [-]	$\frac{Q_{R,exp}}{Q_{R,calc}}$ [-]
<b>T1</b>									
Modell	25.3	3.3	0.84	1	21.3	1.26	37	-	1.64
SIA	25.3	-	0.6	1	15.2	1	45	-	1.33
NL FEM	25.3	5.2	0.74	1	18.7	1	40	Ja	1.05
SIA 'Gl. (6.9)'	25.3	-	0.80	1	20.2	1	45	-	0.99
<b>StbIII</b>									
Modell	62.1	12.5	0.42	1	26.1	1.05	28	-	1.02
SIA	62.1	-	0.6	0.78	29.1	1	27	-	0.98
NL FEM	62.1	9.7	0.49	0.78	23.7	1	28	Ja	1.00
SIA 'Gl. (6.9)'	62.1	-	0.58	0.78	28.1	1	27	-	0.99
<b>VN4</b>									
Modell	57.0	15	0.38	1	21.7	1.16	17	-	0.98
SIA '14 °'	57.0	-	0.6	0.81	27.7	1	14	-	0.90
NL FEM	57.0	10	0.49	0.81	22.6	1	16	Ja	0.97
SIA 'Gl. (6.9)'	57.0	-	0.53	0.81	24.5	1	15	-	0.97

Die Bilder 7.5, 7.9 und 7.13 zeigen die mit finiten Elementen berechnete Aufteilung der Querkraft auf den Steg und die Gurte, wobei gilt:

$$v_{sup} + v_{inf} = \frac{V_{sup} + V_{inf}}{V_{tot}}, \quad V_{tot} = Q_{R,calc} \quad (7.1)$$

Besonders in Lasteinleitungsbereichen ist zu beachten, dass die dafür gewählte Definition (Bild 7.1) nicht der sonst üblichen entspricht. Dies wurde zumindest zwischen den Lasteinleitungen korrigiert. Für die Aufteilung in die Schubtragmechanismen wurde die Steghöhe mit dem inneren Hebelarm gleichgesetzt.

Für den Zuggurt wurde bei der FE-Berechnung die Position der zweilagigen Längsbewehrung ohne Betonüberdeckung angenommen, was dessen inneren Hebelarm  $d_{v,T}$  und damit die Schubtragwirkung stark übertreibt. Sie ist daher in den Bildern 7.5, 7.9 und 7.13 nicht dargestellt.



**Bild 7.1: Definition der Schubtragwirkung unter einer konzentrierten Lasteinleitung im Schnitt  $x$  entsprechend der erfolgten nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnung**

**Träger T1 ohne plastische Bügelverformungen**

Beim Träger T1 mit der geringsten Zylinderdruckfestigkeit ist keine Abminderung zur Garantierung der Duktilität durch  $\eta_{fc}$  nötig.

Die berechneten Dehnungen in der Bruchzone bleiben gering, so dass für die Abschwächung durch den Verzerrungszustand  $\eta_\epsilon$  für die beiden verträglichen Ansätze ("Modell" und "NL FEM")  $\eta_\epsilon > k_c$  gilt. Die Stegfestigkeit wird damit minimal nach Schweizer Norm und maximal für den eigenen Ansatz ("Modell").

Die vom eigenen Ansatz berücksichtigte Verfestigung der Bügel wird hier gar nicht ausgenutzt, da die Bügel elastisch bleiben. Sowohl der eigene Ansatz als auch die nichtlineare FE-Berechnung decken sich gut mit den Dehnungsmessungen. Nach eigenem Modell können die Bügel aber nur lokal nennenswert aktiviert werden. Die berechnete aussteifende Wirkung des Betons im Steg auf Zug fällt gering aus, da der Bügelbewehrungsgrad so hoch ist.

Der Druckstrebenwinkel fällt für die beiden verträglichen Ansätze geringer aus als nach Schweizer Norm. Die Übereinstimmung des eigenen Ansatzes mit dem Risswinkel ist sehr gut.

Nach eigenem Ansatz ergibt sich wegen der starken Lokalisierung der Bruchzone eine sehr konservative Einschätzung der Bruchlast.

Bei Annahme plastischen Materialverhaltens entsprechend Schweizer Norm fällt die Abschätzung besser aus, und die FE-Berechnung erzielt schliesslich dank genauerer Berechnung des Bruchwiderstands eine sehr gute Abschätzung der Bruchlast. Der Zuggurt trägt dazu ebenfalls bei, mit  $V_T \approx 5..10\% V_{tot}$  (nicht abgebildet). Der Balken T1 weist eine extrem hohe und unrealistische Zuggurtverbügelung auf ( $a_{sw,T} = 3809 \text{ mm}^2/\text{m}$ ). Der Druckgurt entwickelt keine signifikante Schubtragwirkung.

Unter Anpassung der Schweizer Norm durch Berechnung der Stegfestigkeit mit Gl. (6.41) ergibt sich die beste Vorhersage der Bruchlast von allen Ansätzen.

**Träger StbIII mit plastischen Bügelverformungen**

Der Träger StbIII besass eine mehr als doppelt so grosse Zylinderdruckfestigkeit wie der Träger T1, so dass der Modellfaktor für plastisches Materialverhalten  $\eta_{fc} < 1$  wird. Wegen der deutlich schwächeren Bügelbewehrung kommt es zu deutlich grösseren Verzerrungen im Steg, so dass  $\eta_\epsilon$  nach den verträglichen Ansätzen ("Modell" und "NL FEM") kleiner als  $k_c = 0.6$  nach Schweizer Norm wird. Demnach wird die Stegfestigkeit nach Schweizer Norm maximal; sie variierte aber nur wenig.

Die Duktilitätsreserve  $f_t/f_s$  kann nach eigenem Modell auf grosser Länge mobilisiert werden. Die mit dem Modell und finiten Elementen berechneten Bügeldehnungen stimmen gut mit den Messungen überein. Die FE-Berechnung ergibt etwas geringere Werte. Die aussteifende Wirkung des Betons fällt nach eigenem Ansatz wegen des geringeren Bügelbewehrungsgrades deutlich höher aus.

Der Druckstrebenwinkel ist für alle Ansätze  $\theta < 30^\circ$ , was ohne Längsdruckkraft bemerkenswert ist. Die Übereinstimmung des Druckstrebenwinkels mit dem Risswinkel und den gemessenen Hauptdruckdehnungsrichtungen ist gut.

Die Vorhersage der Bruchlast ist mit allen Ansätzen sehr gut, aufgrund der Plastizierung der Bügel auf grosser Länge. Dies steht im Einklang mit einer plastischen Berechnung einerseits und führt andererseits beim eigenen Ansatz zu einer nicht so ausgeprägten Lokalisierung. Der Modellfaktor  $\eta_{fc}$  erfasst den Modellunterschied zwischen den Ansätzen sehr gut.

Nach eigenem Ansatz wird die leicht geringere Stegfestigkeit gegenüber der Schweizer Norm durch die Duktilitätsreserve  $f_t/f_s$  kompensiert. Bei der FE-Berechnung kommt noch der Beitrag des Zuggurts hinzu, der bei realistischerer Modellierung aber unbedeutend wird. Die Schubtragwirkung des Druckgurts ist insignifikant.

Unter Anpassung der Schweizer Norm durch Berechnung der Stegfestigkeit mit Gl. (6.41) ergibt sich ebenfalls eine sehr gute Vorhersage der Bruchlast.

### **Träger VN4 mit Längsdruckkraft und grossen plastischen Bügelverformungen**

Im Vergleich zum Träger StbIII stellen sich noch grössere Stegverzerrungen ein, was zu sehr kleinen Werten  $\eta_e$  führt. Die Stegfestigkeit fällt damit nach Schweizer Norm wieder maximal aus, aber mit deutlicherem Abstand.

Die Duktilitätsreserve  $f_t/f_s$  ist hier grösser und kann nach eigenem Ansatz auch weitgehend aktiviert werden. Die gemessenen Dehnungen waren sehr hoch (20 ‰). Der Vergleich der berechneten Dehnungen nach eigenem Modell mit den Messungen fällt gut aus. Nach FE-Berechnung sind die Dehnungen etwas geringer. Die aussteifende Mitwirkung des Betons auf Zug ist nach eigenem Modell sehr gross und erklärt zusammen mit den grossen Dehnungen das Erreichen der Zugfestigkeit. In einem ähnlichen Versuch waren auch tatsächlich die Bügel gerissen [81].

Der Druckstrebenwinkel fällt für alle Ansätze sehr flach aus, aufgrund der Längsdruckkraft. Nach Schweizer Norm ist  $\theta = 14^\circ$  nicht zulässig, daher die Nomination SIA '14°'. Für die Überprüfung bestehender Bauten ist dieser Fall jedoch interessant. Die Übereinstimmung des Druckstrebenwinkels nach eigenem Ansatz und FE-Berechnung mit den gemessenen Hauptdruckdehnungsrichtungen ist gut.

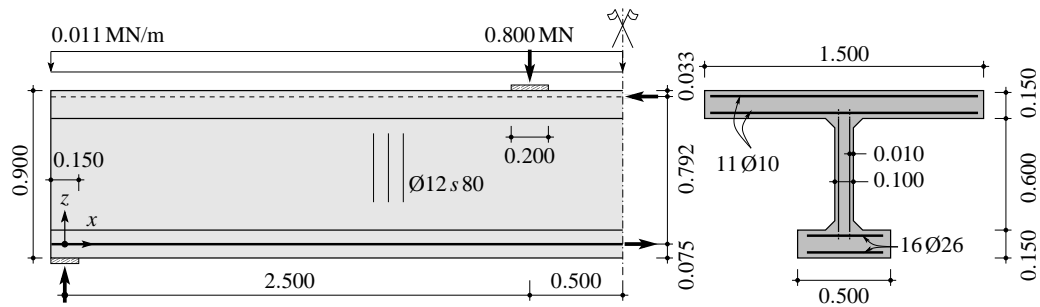
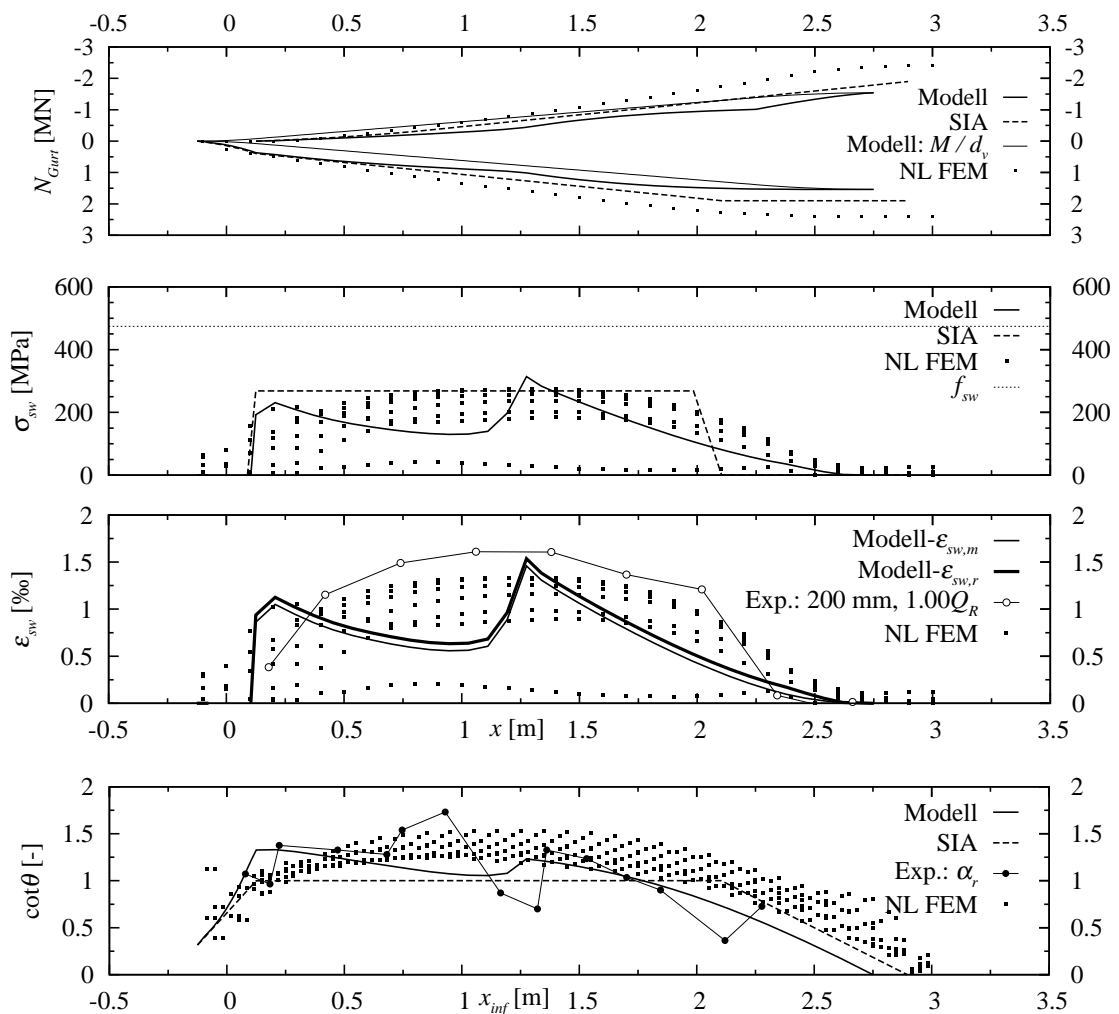
Die Berechnung nach Schweizer Norm wird mit  $\theta = 14^\circ$  unkonservativ. Der Beiwert  $\eta_e = k_c = 0.6$  ist hier zu gross, und dass bei einem Schubbewehrungsgehalt, der immerhin 50 % grösser ist als der Mindestbewehrungsgrad. Eine Abminderung auf  $k_c = 0.4$  war nicht angezeigt, da sich keine plastischen Gurtverformungen eingestellt haben.

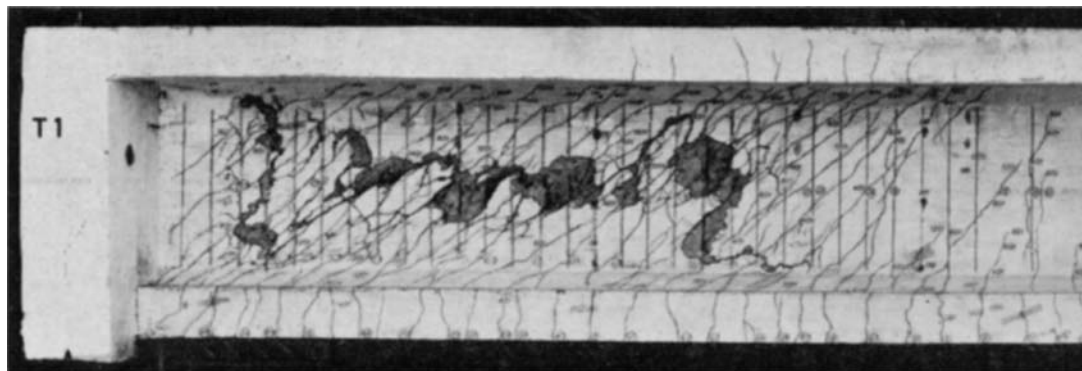
Nach eigenem Ansatz ist der Druckstrebenwinkel deutlich steiler als nach Schweizer Norm, doch durch die Berücksichtigung der Duktilitätsreserve  $f_t/f_s$  kann ein Teil kompensiert werden, so dass die Abschätzung der Bruchlast sehr gut ausfällt.

Nach FE-Berechnung ergibt sich mit einem ähnlichen Winkel wie nach dem eigenen Ansatz ebenfalls eine sehr gute Vorhersage der Bruchlast. Es zeigt sich, dass die Annahme plastischen Materialverhaltens und die Berücksichtigung der Schubtragwirkung der Druckgurte sich hier die Waage halten. Dies ist eine eindrucksvolle Bestätigung der Plastizitätstheorie. Der Schubtraganteil des Druckgurts beträgt etwa 10 % der Querkraft. Der abgetreppte Verlauf der Schubtragwirkung der Flansche ergibt sich aus dem grossen Bügelabstand.

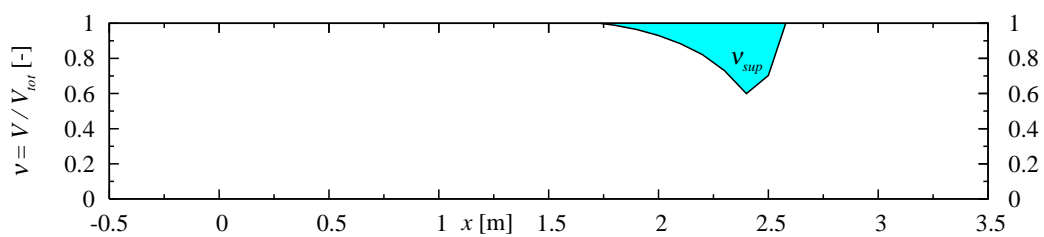
Der Beitrag der Zuggurte ist vernachlässigbar.

Unter Anpassung der Schweizer Norm durch Berechnung der Stegfestigkeit mit Gl. (6.41) ergibt sich ebenfalls eine sehr gute Vorhersage der Bruchlast.

**Versuch T1 von Leonhardt und Walther (1962) [94, 95]****Bild 7.2: Abmessungen, Bewehrung und Bruchlast des Versuchsträgers T1 von Leonhardt und Walther [94]****Bild 7.3: Balken T1: Vergleich des berechneten Verhaltens der Gurte und des Stags mit den gemessenen Werten (für diese mit Angabe der Messlänge und des Lastniveaus)**



**Bild 7.4: Balken T1: Bruchbild nach Entlastung**



**Bild 7.5: Balken T1: Schubtragwirkung des Druckgurts nach der nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnung**

## Versuch StbIII von Reineck et al. (2001) [130]

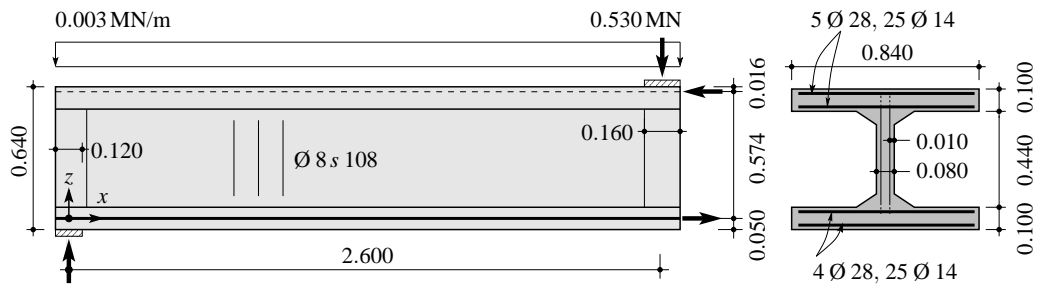


Bild 7.6: Abmessungen, Bewehrung und Bruchlast des Versuchsträgers StbIII von Reineck et al. [130]

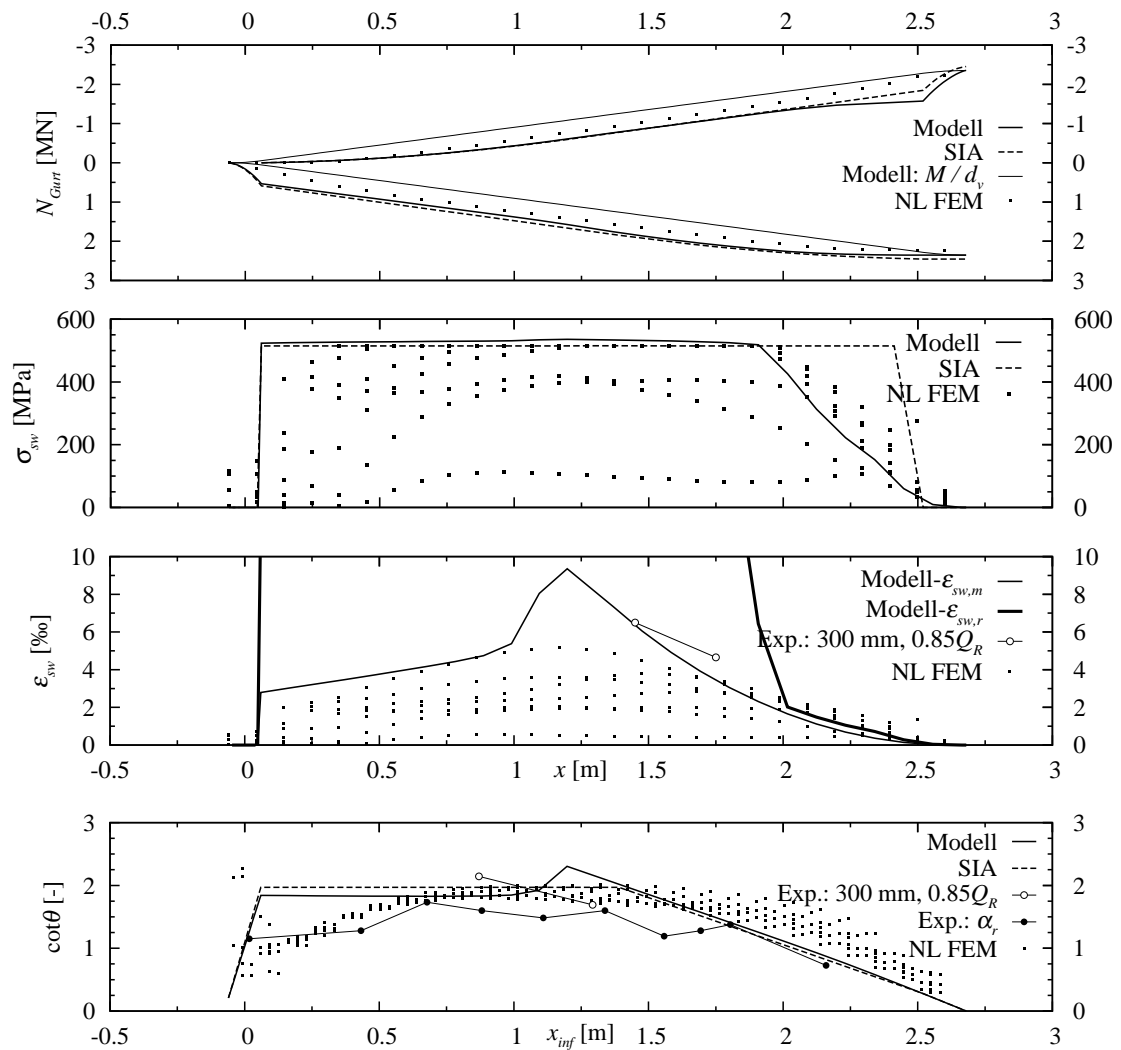
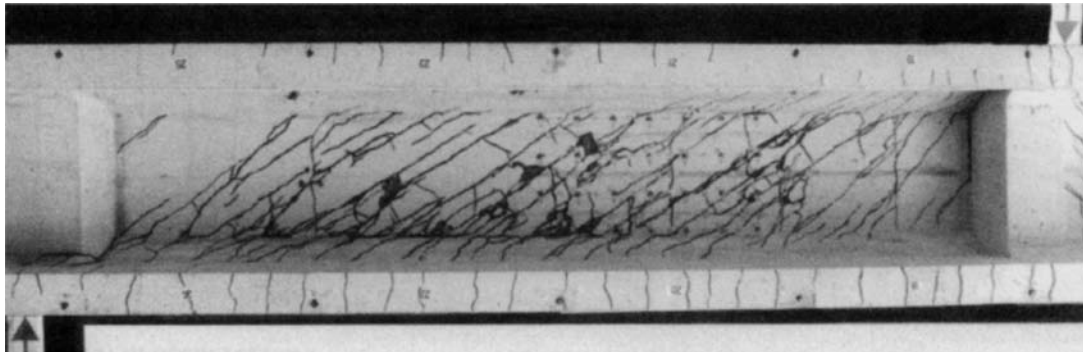
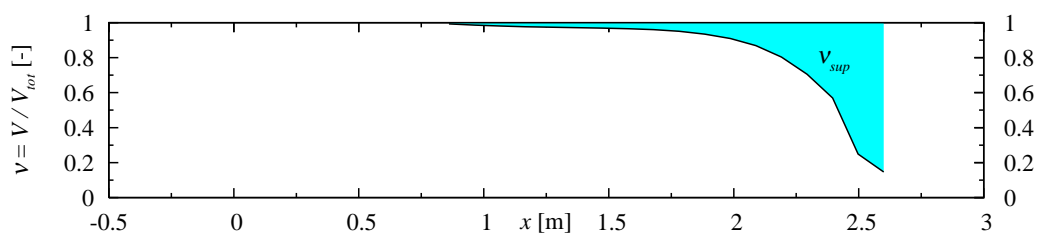


Bild 7.7: Balken StbIII: Vergleich des berechneten Verhaltens der Gurte und des Stags mit den gemessenen Werten (für diese mit Angabe der Messlänge und des Lastniveaus)



**Bild 7.8: Balken StbIII: Bruchbild nach Entlastung**



**Bild 7.9: Balken StbIII: Schubtragwirkung des Druckgurts nach der nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnung**



## Versuch VN4 von Kaufmann und Marti (1996) [81]

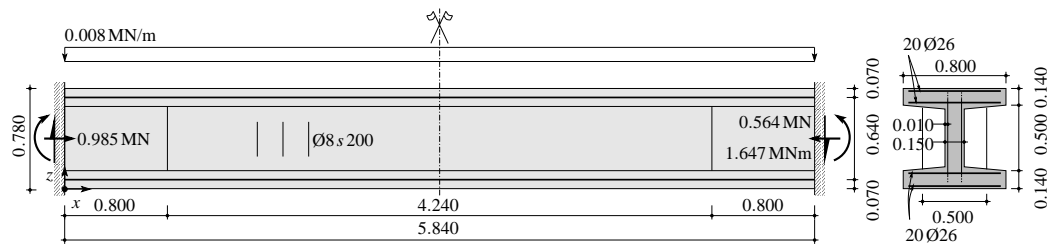


Bild 7.10: Abmessungen, Bewehrung und Bruchlast des Versuchsträgers VN4 von Kaufmann und Marti [81]

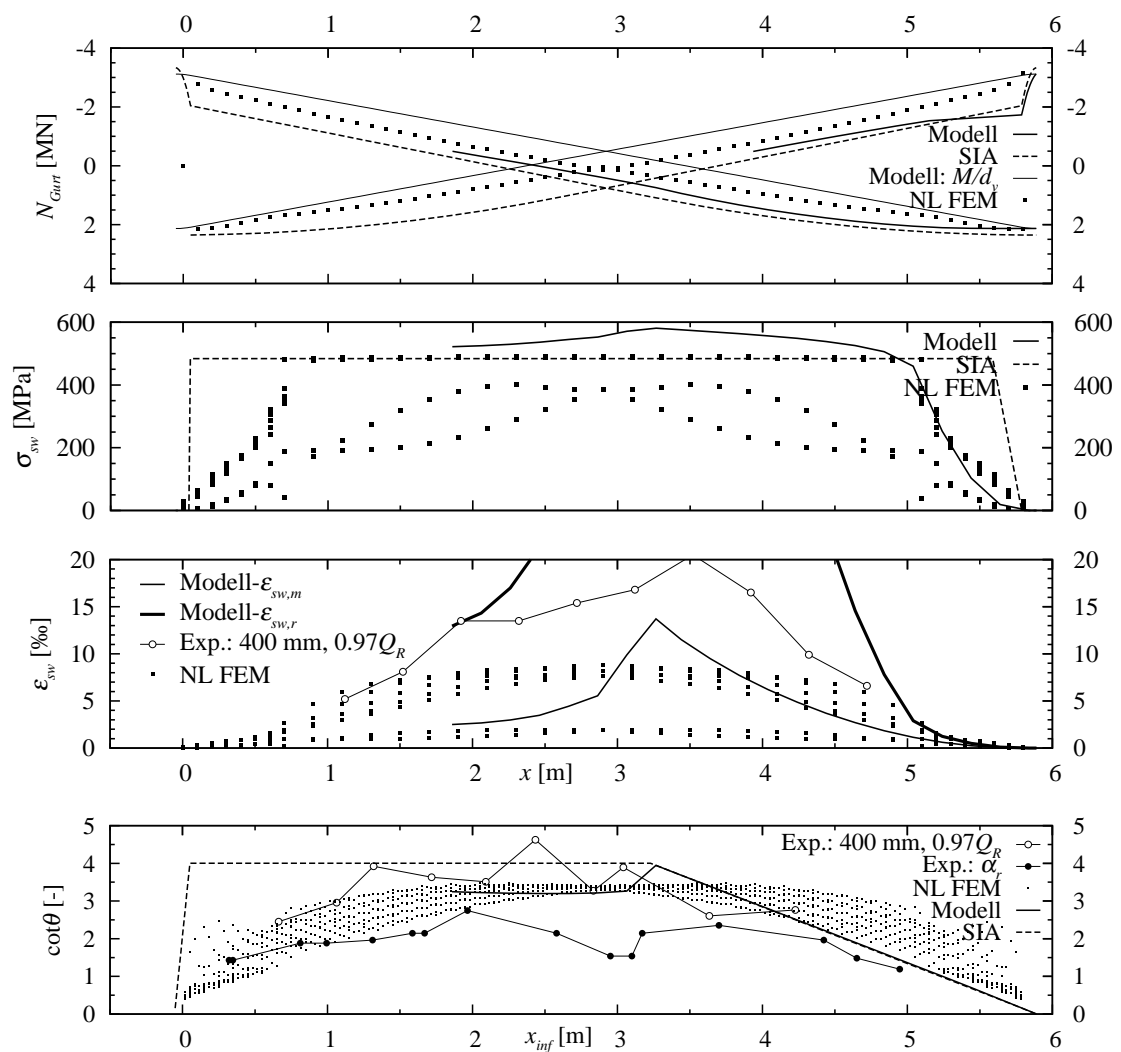
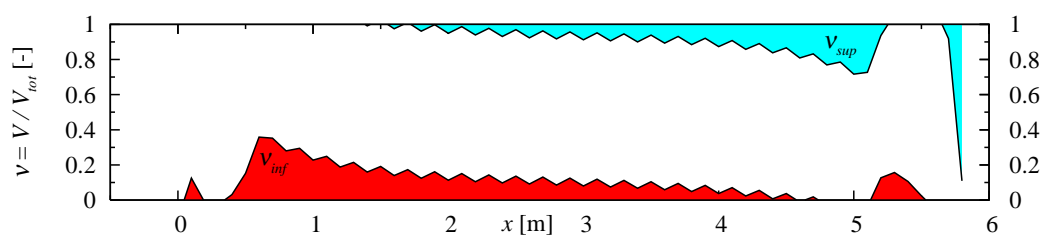


Bild 7.11: Balken VN4: Vergleich des berechneten Verhaltens der Gurte und des Stags mit den gemessenen Werten (für diese mit Angabe der Messlänge und des Lastniveaus)



**Bild 7.12: Balken VN4: Bruchbild nach Entlastung**



**Bild 7.13: Balken VN4: Schubtragwirkung der Gurte nach der nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnung**

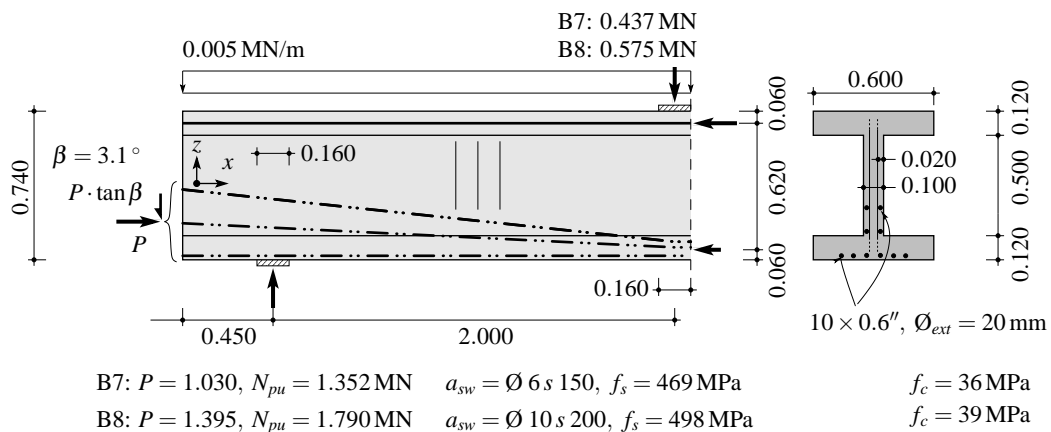
### 7.3 Spannbetonträger

In Abweichung zu Stahlbetonträgern wird bei Spannbetonträgern mit geneigten Spanngliedern im Steg der Einfluss der Spanngliedpräsenz auf den Bruchmechanismus zu berücksichtigen sein.

Die Schubtragwirkung des Druckgurts infolge eines variablen inneren Hebelarms sowie die der geneigten Spannglieder reduziert die Belastung des Stegs.

#### Auswahl

Entsprechend der oben formulierten Auswahlkriterien werden vier der Spannbetonträger mit Verbund (SH1, SH2, SH3 und SH5; alle relevanten Daten der Laborversuchsreihe "Cantine" in [65]) und die Spannbetonträger B7 und B8 ohne Verbund nach Kordina und Hegger (Bild 7.14) [87] nachgerechnet.



**Bild 7.14: Abmessungen und Belastung der Spannbetonträger ohne Verbund B7 und B8 nach Kordina und Hegger [87]**

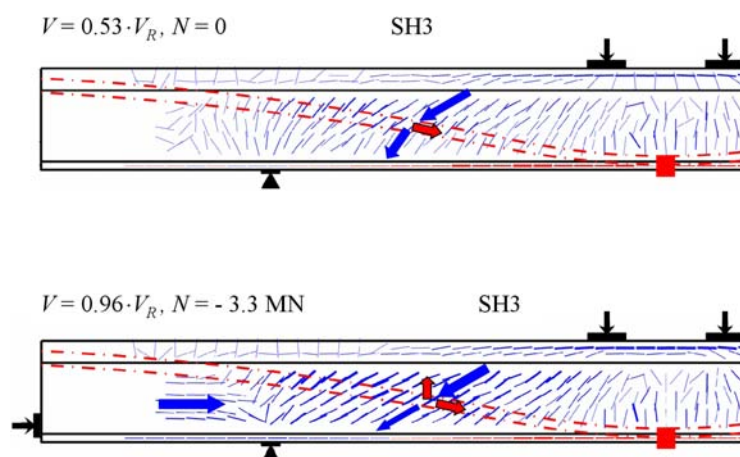
#### Abmessungen und Daten

##### Spannbetonträger "Cantine"

Alle Träger wurden durch eine externe Normalkraft unterstützt, um Biegeversagen zu vermeiden.

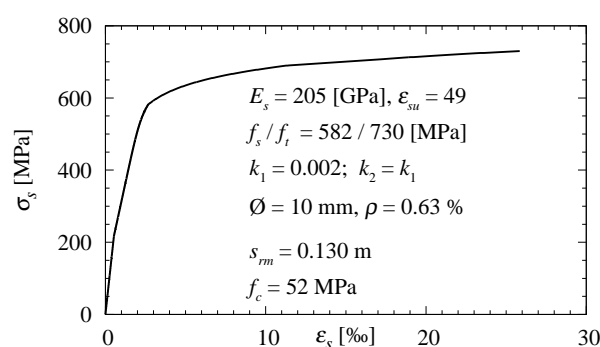
Im Gegensatz zum im Abschnitt 5.3 entwickelten Modell kam es an den Spanngliedern bei Bruchlast unter dem Einfluss der grossen Längsdruckkraft (Druckspannung  $N/A = -5..-9.5$  MPa) zu keiner Umlenkung der Druckstreben an den Spanngliedern mehr, sondern zu einer teilweisen Verankerung der Bügelkräfte an dieser Stelle (Bild 7.15). Unter diesem Aspekt wurde das Spannungsfeld aus Bild 5.12 angepasst.

Der Druckstrebenwinkel wurde als das Mittel aus den Messwerten (ca.  $30^\circ$  für alle Versuche), die den Effekt aus Eigengewicht und Vorspannung nicht erfassen konnten, und der nichtlinearen Finiten-Elemente-Berechnung gewählt ( $20..25^\circ$ ). Letztere stellt eine untere Grenze dar, da die Schubtragwirkung der Spannglieder in der Bruchzone zu gering ausfiel (siehe unten), was die Belastung der Bügel erhöhte.



**Bild 7.15: Umlenkung der Druckstreben und Verankerung der Bügel an den Spanngliedern für verschiedene Belastungsniveaus des Trägers SH3; Vergleich der Dehnungsmessungen (Orientierung von  $\varepsilon_3$ ) mit schematischer Darstellung des Kraftflusses**

Die Bügelkräfte wurden anhand der Vertikalmessungen und der versteifenden Effekte gemäss Abschnitt 5.2 bestimmt (Bild 7.16). Eine Vergleichsrechnung ergab, dass der Einfluss des Eigengewichts und der Vorspannung hierbei vernachlässigbar war. Für die verbliebene Vorspannung wurden Entspannungsmessungen berücksichtigt.



**Bild 7.16: Mittlere versteifende Wirkung des Stegbetons auf Zug für die Balken SH1, SH2, SH3 und SH5 der eigenen Versuchsreihe mit gemessenem Rissabstand, nach [149, 2, 107]**

Die Endverankerungen der zwei parabolischen Spannglieder waren gekappt worden, so dass die Vorspannung durch Verbund aufgebaut werden musste. In Gl. (5.59) muss daher  $\sigma_{p,\infty}$  durch 0 ersetzt werden.

### Spannbetonträger B7 und B8

Die geradlinige Spanngliederführung ohne Verbund verhinderte eine Umlenkung der Druckstreben. Die Kraft an den Spanngliederankerungen war bis zum Bruch gemessen worden. Selbst der Untergurt blieb bis zum Bruch vollkommen überdrückt. Die Krümmung war dementsprechend gering. Vereinfachend kann daher angenommen werden, dass der innere Hebelarm konstant ist, so dass die Schubtragwirkung der Gurte wegfällt. Dementsprechend ist die Schubbelastung des Stegs bekannt, und der Druckstrebenwinkel wird plastisch bestimmt mit Gl. (4.34), was mit den Dehnungsmessungen übereinstimmt.

## Vergleich der Berechnungen

### Vorspannung mit nachträglichem Verbund

Tabelle 7.6 zeigt für den eigenen Ansatz ("Modell") und die Berechnung nach Schweizer Norm SIA 262 sowie für die nichtlineare FE-Berechnung die Stegfestigkeit. Tabelle 7.7 zeigt die tatsächliche und die berechnete Bruchlast sowie die Aufteilung in die einzelnen Tragmechanismen. Bild 7.17 zeigt beispielhaft für den Träger SH3 die berechneten und gemessenen Werte entlang der Balkenachse. Für die Aufteilung in die Schubtragmechanismen wurde die Steghöhe mit dem inneren Hebelarm gleichgesetzt (Bild 7.17 (f)).

**Tabelle 7.6: Festigkeitswerte der Spannbetonträger mit Verbund**

	$f_c$ [MPa]	$\varepsilon_1$ [‰]	$\eta_\varepsilon$ [-]	$\delta$ [-]	$\mu$ [-]	$\eta_D^*$ [-]	$\eta_{fc}$ [-]	$f_{ce} \cdot \eta_{fc}$ [MPa]
SH1								
Modell	53.4	5	0.68	0.48	0.5	0.73	0.83	22.1
SIA	53.4	-	0.6	0.48	-	0.76	0.83	20.1
NL FEM	53.4	8	0.55	-	-	1	0.83	24.4
SH2								
Modell	52.3	9	0.52	0.48	0.5	0.73	0.83	16.7
SIA	52.3	-	0.6	0.48	-	0.76	0.83	19.8
NL FEM	52.3	1.3	0.96	-	-	1	0.83	41.7*
SH3								
Modell	55.8	5.5	0.65	0.48	0.5	0.73	0.81	21.8
SIA	55.8	-	0.6	0.48	-	0.76	0.81	20.7
NL FEM	55.8	5.5	0.65	-	-	1	0.81	29.3
SH5								
Modell	47.2	5	0.69	0.48	0.5	0.73	0.86	20.7
SIA	47.2	-	0.6	0.48	-	0.76	0.86	18.5
NL FEM	47.2	5.8	0.64	-	-	1	0.86	26.0

\*Biegedruckbruch

Bei allen Methoden wird der Modellfaktor  $\eta_{fc}$  verwendet, da plastische Umverteilungen möglich sind. Die Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  beruht beim eigenen Modell auf Messungen und bei den finiten Elementen auf der Berechnung. Generell wird der Verzerrungszustand im Steg für beide Methoden durch Gl. (6.6) präziser erfasst als bei der Norm durch den Faktor  $k_c$ .

Die Spanngliedpräsenz wird vom eigenen Ansatz praktisch identisch wie die Schweizer Norm erfasst. Bei der FE-Berechnung wurde sie vernachlässigt, um den entwickelten multiplikativen Ansatz aus Abschnitt 6.4 zu testen.

Dementsprechend fällt die Stegfestigkeit nach der FE-Berechnung in der Bruchzone immer am grössten aus, so dass der Druckstrebenwinkel hierfür sehr flach wird (Bild 7.17 (e)). Beim Träger SH2 ist der Unterschied sehr gross, da hierfür Biegedruckbruch berechnet wurde, obwohl tatsächlich ein Stegdruckbruch eintrat.

Entsprechend Tabelle 7.7 wird die Bruchlast nach Schweizer Norm generell konservativ berechnet. Die Differenz zur tatsächlichen Bruchlast wird von Tragmechanismen übernommen, die die Norm vernachlässigt, nämlich: Spannungszuwachs im Spannglied und Schubtragwirkung des Druckgurts, die nach eigenem Modell jeweils etwa 10 % der Bruchlast betragen.

**Tabelle 7.7: Schubtragfähigkeit der Spannbetonträger mit Verbund**

	$V_{R,exp}$ [MN]	$V_{R,calc}$ [MN]	$V_{p,calc}$ [MN]	$V_{sup,calc}$ [MN]	$V_{inf,calc}$ [MN]	$d_v$ [m]	$f_t/f_s$ [-]	$\theta$ [°]	$\frac{V_{R,exp}}{V_{R,calc}}$ [-]
SH1									
Modell	1.491	1.527	0.332	0.144	0	1.137	1.25	25	0.98
SIA	1.491	1.339	0.224	0	0	1.151	1	25.3	1.11
NL FEM	1.491	1.52	var.	var.	$\approx 0$	var.	1	20	0.98
SH2									
Modell	1.260	1.299	0.305	0.155	0	1.108	1.25	28	0.97
SIA	1.260	1.330	0.224	0	0	1.151	1	25.5	0.95
NL FEM	1.260	1.22	var.	var.	$\approx 0$	var.	1	25	1.03*
SH3									
Modell	1.535	1.560	0.350	0.156	0	1.143	1.25	25	0.98
SIA	1.535	1.361	0.224	0	0	1.151	1	24.9	1.13
NL FEM	1.535	1.55	var.	var.	$\approx 0$	var.	1	20	0.99
SH5									
Modell	1.657	1.559	0.402	0.140	0	1.154	1.25	25	1.06
SIA	1.657	1.286	0.224	0	0	1.151	1	26.5	1.29
NL FEM	1.657	1.66	var.	var.	$\approx 0$	var.	1	20	1.00

\*Biegedruckbruch

Für den Balken SH2 ist die Schweizer Norm allerdings unkonservativ, was im Faktor  $k_c$  begründet liegt. Hier war auch die Längsdruckkraft bei Bruch gegenüber den anderen Versuchen deutlich kleiner gewesen.

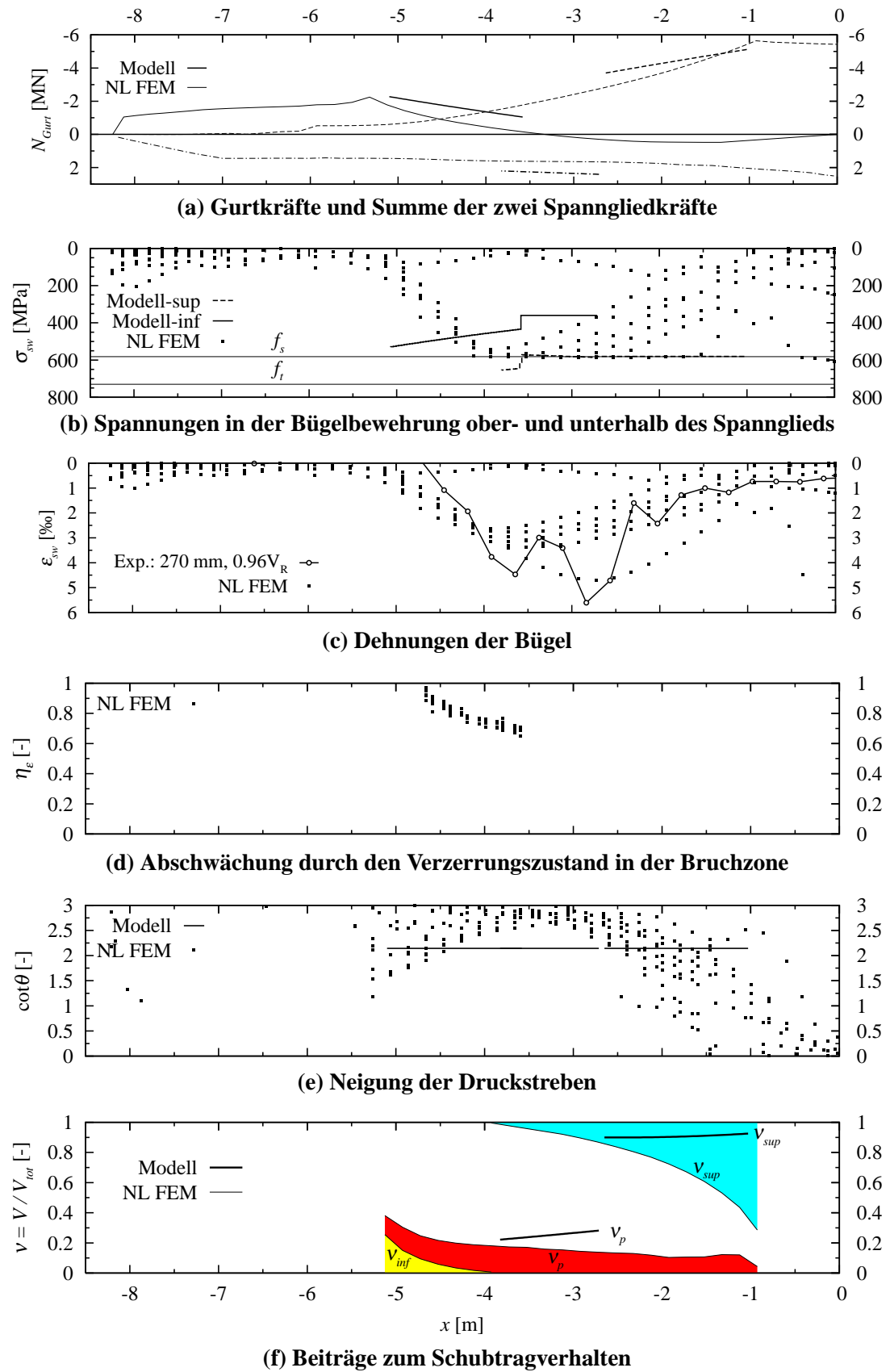
Der eigene Ansatz und die FE-Berechnung sagen die Bruchlast für alle Versuche sehr gut voraus, obwohl der eigene Ansatz sowohl den Effekt des Verzerrungszustands im Steg  $\eta_\varepsilon$  als auch die Spanngliedpräsenz  $\eta_D^*$  berücksichtigt, die FE-Berechnung letztere aber vernachlässigt.

Bei der FE-Berechnung wird die Verbundspannung am Spannglied von Feldmitte ausgehend im Vergleich zu den Dehnungsmessungen deutlich überschätzt. In der Bruchzone ist die Spanngliedkraft daher deutlich kleiner als nach eigenem Ansatz (Bild 7.17 (a)), so dass der Beitrag des geneigten Spannglieds zur Schubtragwirkung geringer ausfällt.

Die gleichmässige Ausnutzung der Bügel nach eigenem Ansatz, die mit den Dehnungsmessungen im Einklang steht, erhöht die Schubtragfähigkeit (Bild 7.17 (b,c)). (Die Bügelspannungen werden in Bild 7.17 (b) für den eigenen Ansatz ober- und unterhalb der Spannglieder angegeben).

Beide Effekte erklären, wie nach eigenem Ansatz unter geringerer Stegfestigkeit trotzdem die gleiche Bruchlast wie nach FE-Berechnung vorhergesagt werden kann.

Die Dehnungsmessungen sprechen für den eigenen Ansatz. Der multiplikative Ansatz aus Abschnitt 6.4 ist damit bestätigt.



**Bild 7.17: Vergleich der Berechnung des Balkens SH3 mit nichtlinearen Finiten Elementen mit der Rechnung nach dem eigenen Ansatz**

**Vorspannung ohne Verbund**

Die Tabellen 7.8 und 7.9 zeigen die Werte für die Balken B7 und B8 nach [87].

Der Wert  $\eta_\varepsilon$  wird für den eigenen Ansatz auf Grundlage der Dehnungsmessungen bestimmt, die schon vor Aufbringung der Vorspannung begonnen hatten.

Für beide Träger führt die präzisere Berechnung der Stegfestigkeit nach eigenem Ansatz zu einem deutlich höheren Wert.

Der Spannungszuwachs in den Spanngliedern wird von der Schweizer Norm vernachlässigt. Er hat hier allerdings begrenzte Auswirkung, da die mittlere Spanngliedneigung gering war.

Es ergibt sich, dass die Schweizer Norm SIA 262 sehr konservativ ist. Die Berechnung nach eigenem Ansatz fällt gut aus.

**Tabelle 7.8: Festigkeitswerte der Spannbetonträger ohne Verbund**

	$f_c$ [MPa]	$\varepsilon_1$ [‰]	$\eta_\varepsilon$ [-]	$\delta$ [-]	$\mu$ [-]	$\eta_D^*$ [-]	$\eta_{fc}$ [-]	$f_{ce} \cdot \eta_{fc}$ [MPa]
B7								
Modell	36	4.7	0.73	0.40	0	0.60	0.94	14.9
SIA	36	-	0.6	0.40	0	0.52	0.94	10.6
B8								
Modell	39	3.0	0.83	0.40	0	0.60	0.92	17.8
SIA	39	-	0.6	0.40	0	0.52	0.92	11.1

**Tabelle 7.9: Schubtragfähigkeit der Spannbetonträger ohne Verbund**

	$V_{exp}$ [MN]	$V_{R,calc}$ [MN]	$V_p$ [MN]	$V_{sup,calc}$ [MN]	$V_{inf,calc}$ [MN]	$d_v$ [m]	$f_t/f_s$ [-]	$\theta$ [°]	$\frac{V_{R,exp}}{V_{R,calc}}$ [-]
B7									
Modell	0.437	0.372	0.073	0	0	0.62	1	20.1	1.17
SIA	0.437	0.301	0.056	0	0	0.62	1	24.1	1.45
B8									
Modell	0.575	0.555	0.097	0	0	0.62	1	27.9	1.04
SIA	0.575	0.406	0.076	0	0	0.62	1	36.3	1.42



## 7.4 Folgerungen

### Stahlbetonträger

Für übliche Schubbewehrungsgrade kann die Bruchlast mit dem eigenen Ansatz sehr gut vorhergesagt werden.

Der Ansatz plastischen Materialverhaltens wird durch den Modellfaktor  $\eta_{fc}$  sehr gut berücksichtigt.

Der Beiwert  $k_c = 0.6$  nach Schweizer Norm SIA 262 [145] ist für grosse Bügelbewehrungsgehalte sehr konservativ. Für kleine Bewehrungsgehalte kann er unkonservativ werden.

Das entwickelte Kriterium nach Gl. (6.9) bzw. Gl. (6.10) ermöglicht die Anpassung der Norm unter Erzielung sehr guter Ergebnisse.

Eine substanzielle Schubtragwirkung des Druckflanschs kann nur erzielt werden, wenn der Träger durch eine Längsdruckkraft belastet wird. Sie beträgt für den untersuchten Fall etwa 10 % der Querkraft.

Die Schubtragwirkung des Zuggurts spielt bei gewöhnlicher Bewehrungsanordnung keine signifikante Rolle.

Die Annahme des inneren Hebelarms mit einer plastischen Biegedruckzone ermöglicht eine sehr gute Bestimmung der Bruchlast.

### Spannbetonträger

Nach Schweizer Norm SIA 262 wird die Bruchlast generell konservativ berechnet.

Die Differenz zur tatsächlichen Bruchlast wird nach eigenem Modell zu jeweils ca. 10 % durch die Schubtragwirkung des Druckgurts (grosse Längsdruckkraft) und den Spannungszuwachs in den geneigten Spanngliedern mobilisiert.

In einem Fall ist die Schweizer Norm dagegen unkonservativ, da der Faktor  $k_c$  nicht angemessen ist.

Der Vergleich der Berechnungen nach eigenem Ansatz und mit nichtlinearen finiten Elementen bestätigt den multiplikativen Ansatz aus Abschnitt 6.4.

Es zeigt sich, dass eine geringe Verbundfestigkeit der Spannglieder im Bereich geringen Schubs günstig für die Schubtragwirkung ist, da dann die Spanngliedkraft im Bereich grossen Schubs noch nicht sonderlich abgebaut ist und grösser ausfällt.



# 8 Folgerungen und Ausblick

## 8.1 Folgerungen

Um den Stegdruckbruch bei Stahl- und Spannbetonträgern mit Bügelbewehrung erforschen zu können, müssen sowohl die Widerstandsseite, d.h. die effektive Druckfestigkeit des Stegbetons, als auch die Tragmechanismen bekannt sein.

Die Untersuchung von zahlreichen Versuchen aus der Literatur lässt den Schluss zu, dass der Verzerrungszustand im Steg, d.h. die Rissbildung durch die Schubverformung, die Stegfestigkeit reduziert. Dieser Effekt ist intensiv erforscht worden. Die bisher entwickelten Beziehungen sind für die praktische Bemessung jedoch ungeeignet oder erlauben nur eine pauschale Abminderung.

Bei Spannbetonträgern kann die Präsenz von geneigten Spanngliedern im Steg die Schubtragfähigkeit zwar erhöhen. Gleichzeitig führt aber die Spanngliedpräsenz im Steg zu einer Behinderung des Spannungsflusses und erzeugt eine innere Spaltrissbildung im Steg. Für diesen Effekt fehlt bisher ein physikalisches Modell.

Die Effekte des Verzerrungszustands und der Spanngliedpräsenz im Steg werden in der aktuellen Schweizer Norm SIA 262 multipliziert. Ein theoretisches Modell hierfür fehlt. Und auch experimentell ist dieses Problem nur sehr wenig an Schubversuchen im Massstab 1:1 ohne Beeinträchtigung durch Massstabeffekte untersucht worden.

Verschiedene analytische Modelle zur Beschreibung der Schubtragwirkung bei Trägern mit Bügelbewehrung berücksichtigen die Verträglichkeit der Verformungen, aber generell keine Variation der Grössen entlang der Balkenachse. Die Schubtragwirkung von parallelen Gurten wird generell vernachlässigt. Zur Auswirkung der Rissuferverzahnung bestehen Unklarheiten.

**Das Ziel dieser Arbeit war es, ein einheitliches theoretisches Bruchkriterium für Stegdruckbruch zu entwickeln, das für die praktische Anwendung vereinfacht werden kann.**

Für diese Arbeit wurden daher zunächst Schubversuche an ausgebauten Spannbetonbrückenträgern im Massstab 1:1 [65] und dann Prismenversuche zur isolierten Betrachtung der Spanngliedpräsenz unternommen [66]. Die Versuchsmessungen und -erfahrungen dienten als Grundlage für den theoretischen Teil der Arbeit. Die wichtigsten Erkenntnisse aus den Versuchen sind die folgenden:

1. Die Effekte des Verzerrungszustands und der Spanngliedpräsenz sind beide am Stegdruckbruch bei Spannbetonträgern beteiligt und konnten durch Dehnungsmessungen nachgewiesen werden.
2. Die Schubtragwirkung des Druckflanschs (parallele Gurte) konnte durch Dehnungsmessungen nachgewiesen werden.

3. Der Spannungsaufbau im Spannglied erfolgt bei grossen Längsdruckkräften durch eine teilweise Verankerung der Bügelkräfte auf Spanngliedhöhe.
4. Die mittlere Verbundfestigkeit fällt bei Spanngliedern aus Drähten um etwa 50 % geringer aus als üblicherweise angenommen, trotz korrekter Injektion.
5. Der Effekt der Spanngliedpräsenz in Prismen führt bei injizierten Kunststoffhüllrohren zu einer stärkeren Abminderung als bei Stahlhüllrohren.
6. Für die untersuchten Prismen deutet sich eine Multiplikativität mit dem Effekt des Verzerrungszustands an.

Im theoretischen Teil wird zuerst ein physikalisches Modell für die Schubtragwirkung von Stahl- und Spannbetonträgern entwickelt. Dieses Modell ist generell einsetzbar. Es wird hier in erster Linie verwendet, um die Bruchspannungen von Balkenversuchen nachzurechnen. Diese können dann mit dem im Anschluss entwickelten Bruchkriterium für Stegbeton verglichen werden.

Das entwickelte physikalische Modell berücksichtigt die Verträglichkeit der Verformungen und die Variation insbesondere des Druckstrebenwinkels entlang der Balkenachse und -höhe. Für Spannbetonbalken wird die Schubtragwirkung des Druckgurts berücksichtigt. Die Druckstrebenneigung wird unter Berücksichtigung des Spanngliedverbunds ermittelt.

Für den Effekt des Verzerrungszustands im Steg auf die effektive Druckfestigkeit wird ein Kriterium entwickelt, das der Nachrechnung einer Vielzahl von Balkenversuchen mit dem physikalischen Modell mit guter Genauigkeit gegenübergestellt wird.

Für den Effekt der Spanngliedpräsenz wird ein physikalisches Bruchmodell entwickelt, mit dem einheitlich alle Hüllrohrtypen beschrieben werden können. Die Übereinstimmung mit einer Vielzahl von Prismenversuchen aus der Literatur sowie den Laborversuchen ist sehr gut. Schliesslich wird ein physikalischer Ansatz zur Berücksichtigung beider Effekte und eine für die Bemessung geeignete, vereinfachte Beziehung entwickelt.

Mit dem entwickelten Modell sowie dem Bruchkriterium konnten Grossversuche mit guter Genauigkeit detailliert nachgerechnet werden, darunter die eigenen Laborversuche im Massstab 1:1.

Aus dem theoretischen Teil der Arbeit können folgende Schlüsse gezogen werden:

1. Die Effekte aus Verzerrungszustand und Spanngliedpräsenz im Steg können tatsächlich durch einen multiplikativen Ansatz beschrieben werden.
2. Für die Bemessung kann ein Bruchkriterium aufgestellt werden, dass den Effekt des Verzerrungszustands im Steg allein in Abhängigkeit vom gewählten Druckstrebenwinkel oder dem mechanischen Bewehrungsgrad und den Effekt der Spanngliedpräsenz allein in Abhängigkeit vom Hüllrohrtyp und -durchmesser berücksichtigt.
3. Das Bruchkriterium ist direkt für die praktische Anwendung geeignet, auch für Fälle  $\theta < 25^\circ$ .
4. Die Anwendung der Schweizer Norm auf Fälle  $\theta < 25^\circ$  kann mit dem Faktor  $k_c$  zu unkonservativen Bemessungen führen.

5. Der Reibbeiwert für die Kontaktfläche Beton-Hüllrohr ist ein entscheidender Parameter beim Effekt der Spanngliedpräsenz.
6. Die Schweizer Norm ist diesbezüglich bei injizierten Kunststoffhüllrohren unkonservativ.
7. Die Rissuferverzahnung im Stegbeton ist für die Modellannahme frei rotierender Risse ausreichend, wenn bei deren zunehmender Aktivierung, d.h. bei zunehmenden Verzerungen im Steg die effektive Stegfestigkeit abgemindert wird, was durch das Kriterium zur Berücksichtigung des Verzerrungszustands gelingt.
8. Die Schubtragwirkung paralleler Gurte kann bei profilierten Stahlbetonträgern realer Ausmasse ohne Längsdruckkraft vernachlässigt werden.
9. Die Schubtragwirkung des Druckgurts (parallele Gurte) beträgt bei den untersuchten Stahlbetonträgern mit Längsdruckkraft und den Spannbetonträgern etwa 10% der Schubbruchlast. Bei Spannbetonbrücken dürfte dieser Wert wegen der deutlich breiteren Flansche (etwa die Fahrbahnplatte) höher ausfallen.
10. Eine geringe Verbundfestigkeit der Spannglieder im Bereich maximalen Moments wirkt sich positiv auf die Schubtragwirkung geneigter Spannglieder aus, da dann im Bereich maximalen Schubs die Spanngliedkraft noch nicht so stark abgebaut ist (ausreichende Verankerung vorausgesetzt).

## 8.2 Ausblick

Wichtige Aspekte sind im Rahmen dieser Arbeit nur teilweise berührt worden. Insbesondere folgende Punkte benötigen eingehende Untersuchungen:

1. Entwicklung eines physikalischen Modells für Spannbetonträger, dass die Verträglichkeit der Verformungen berücksichtigt.
2. Entwicklung eines verträglichen Ansatzes zur Berücksichtigung der Schubtragwirkung des Druckgurts, sowie die Anpassung dieses Ansatzes für die Bemessung.
3. Schubtragfähigkeit bei einer Zylinderdruckfestigkeit grösser als 60 MPa. Es existieren für diesen Fall nur sehr wenige Balkenversuche, bei denen die Bügelbewehrung ausreichend war, um die Lokalisierung der Stegverformungen in einem kritischen Riss zu vermeiden.
4. Der Einfluss der Verbundwirkung von Spanngliedern auf den Effekt der Spanngliedpräsenz ist zu untersuchen.
5. Diese Arbeit beschäftigt sich in erster Linie mit Stegdruckbruch. Die Rolle der Stegbewehrung bedarf einer genaueren Untersuchung. Dabei sind die Wechselwirkung zwischen Zylinderdruckfestigkeit bzw. -zugfestigkeit und Mindestbewehrung, zwischen dem Bewehrungsgehalt und der Bruchart sowie die Verbundwirkung der Bügel über die Balkenhöhe zu berücksichtigen, insbesondere bei Spannbetonträgern auf Spanngliedhöhe.
6. Bei Stegdruckbruch entlang der Spannglieder ist die Bruchzone klein im Vergleich zur Steghöhe. Das entfestigende Verhalten an dieser Stelle beeinflusst die mögliche Erhöhung der Bruchlast durch zusätzliche Aktivierung der Schubtragwirkung der Flansche. Dadurch ergeben sich eventuell Massstabeffekte.



# Literaturverzeichnis

- [1] AASHTO, *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*, Dritte Auflage, 1450p., Washington, USA, 2004.
- [2] Alvarez, M., *Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 236, ETHZ, 182p., Zürich, Schweiz, Jul. 1998.
- [3] American Concrete Institute, *Shear in Reinforced Concrete*, ACI, Special Publication, Vol. 42, Farmington Hills, USA, 1974.
- [4] Andreasen, B.S., *Anchorage of Ribbed Reinforcing Bars*, Proceedings of the International Conference "Bond in Concrete: From Research to Practice", CEB, Riga Technical University, pp.1.28-1.37, Riga, Lettland, 1992.
- [5] ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion, *Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 124, pp.1375-1417, Reston, USA, Dez. 1998.
- [6] Bach, F., Nielsen, M.P., Braestrup, M.W., *Shear Tests on Reinforced Concrete T-Beams - Series V, U, X, B and S*, Structural Research Laboratory, Vol. R 120, Technical University of Denmark, 87p., Kopenhagen, Dänemark, 1980.
- [7] Baumann, P., *Die Druckfelder bei der Stahlbetonbemessung mit Stabwerkmodellen*, Institut für Massivbau, Universität Stuttgart, 169p., Stuttgart, Deutschland, 1988.
- [8] Bažant, Z.P. und Gambarova, P., *Rough Cracks in Reinforced Concrete*, ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 106, n°ST4, pp.819-842, Reston, USA, Apr. 1980.
- [9] Bennett, E.W. und Balasooriya, B.M.A., *Shear Strength of Prestressed Beams With Thin Webs Failing in Inclined Compression*, ACI Journal, Vol. 68, pp.204-212, Farmington Hills, USA, Mär. 1971.
- [10] Bentz, E.C., *Explaining the Riddle of Tension Stiffening Models for Shear Panel Experiments*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 131, n°9, pp.1422-1425, Reston, USA, Sep. 2005.
- [11] Braestrup, M.W., *Plastic analysis of shear in reinforced concrete*, Thomas Telford, Magazine of Concrete Research, Vol. 26, n°89, pp.221-228, London, UK, Dez. 1974.
- [12] British Standard, *BS 5400-4: 1990 - Steel, concrete and composite bridges - Part 4: Code of practice for design of concrete bridges*, Dritte Auflage, BSi, 80p., London, Grossbritannien, Jun. 1990.

- [13] Caflisch, R. und Thürlimann, B., *Biegeversuche an teilweise vorgespannten Betonbalken*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 6504-1, ETHZ, 108p., Zürich, Schweiz, Mär. 1970.
- [14] Caflisch, R. und Thürlimann, B., *Schubversuche an teilweise vorgespannten Betonbalken*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 6504-2, ETHZ, 177p., Zürich, Schweiz, Okt. 1970.
- [15] Caflisch, R., Krauss, R., Thürlimann, B., *Biege- und Schubversuche an teilweise vorgespannten Betonbalken, Serie C*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 6504-3, ETHZ, 167p., Zürich, Schweiz, Feb. 1971.
- [16] Cairns, J., *Design of Concrete Structures using Fusion Bonded Epoxy Coated Reinforcement*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures & Buildings, Vol. 94, n°1, Heriot-Watt University Edinburgh, pp.93-102, Edinburgh, Schottland, 1992.
- [17] Campbell, T.I., Batchelor, B., Chitnuyanondh, L., *Web Crushing in Concrete Girders with Prestressing Ducts in the Web*, PCI Journal, Vol. 24, n°5, pp.71-87, Chicago, USA, Sept.-Okt. 1979.
- [18] Campbell, T.I. und Batchelor, B., *Effective Width of Girder Web Containing Prestressing Duct*, ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 107, n°5 pp.733-744, Reston, USA, Mai 1981.
- [19] Cedolin, L., Dei Poli, S., Iori, I., *Analisi sperimentale del processo di formazione della frattura nel calcestruzzo*, Studi E Ricerche, Vol. 3, Politecnico di Milano, pp.47-74, Mailand, Italien, 1981.
- [20] Cedolin, L., Dei Poli, S., Iori, I., *Comportamento a trazione del calcestruzzo*, Studi E Ricerche, Vol. 5, Politecnico di Milano, pp.23-46, Mailand, Italien, 1983.
- [21] Chitnuyanondh, L., *Shear Failure of Concrete I-Beams with Prestressing Ducts in the Web*, Dissertation, Queen's University, 245p., Kingston, Canada, 1976.
- [22] Clarke, J.L. und Taylor, H.P.J., *Web Crushing - A Review of Research*, Technical report, Cement and concrete association, Vol. 42-509, 16p., London, UK, 1975.
- [23] Coignet, E. und De Tedesco, N., *Du Calcul des ouvrages en ciment avec ossature métallique*, Paris, 1894; in Mörsch, E., *Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung*, 2. Auflage, Verlag Konrad Wittwer, 252p., Stuttgart, Deutschland, 1906.
- [24] Collins, M.P., *Towards a Rational Theory for RC Members in Shear*, ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 104, n°4, pp.219-231, Reston, USA, Apr. 1978.
- [25] Collins, M.P., *Investigating the Stress-Strain Characteristics of Diagonally Cracked Concrete*, IABSE Reports of the Working Commission, Vol. 29, Colloquium "Plasticity in Reinforced Concrete", pp.27-34, Kopenhagen, Dänemark, 1979.
- [26] Collins, M.P. und Mitchell, D., *Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-Prestressed Concrete Beams*, PCI Journal, Vol. 25, n°5, pp.32-100, Chicago, USA, Sept.-Okt. 1980.
- [27] Comité Européen du Béton (Comité Euro-International du Béton), *Effort Tranchant: I – Equilibre interne après fissuration*, CEB, Bulletin d'Information, Vol. 40, 256p., Paris, Frankreich, Jan. 1964.



- [28] Comité Européen du Béton (Comité Euro-International du Béton), *Effort Tranchant: II – Rupture - Résistance - Dispositions constructives*, CEB, Bulletin d'Information, Vol. 41, 232p., Paris, Frankreich, Apr. 1964.
- [29] Comité Européen du Béton (Comité Euro-International du Béton), *CEB-FIP Model Code for Concrete Structures*, CEB, Bulletin d'Information, Vol. 124/125-E, 348p., Paris, Frankreich, 1978.
- [30] Comité Européen du Béton (Comité Euro-International du Béton), *CEB-FIP Model Code 1990*, Thomas Telford Publishing, 460p., London, UK, 1993.
- [31] Considère, A., *Allongement et élasticité du béton dans les pièces armées*, Beton & Eisen, n°V, pp.291-295, Berlin, Deutschland, 1903.
- [32] Considère, A., *Die Dehnungsfähigkeit des armierten Betons*, Beton & Eisen, n°III, pp.58-59, Berlin, Deutschland, 1905.
- [33] Curbach, M., Hampel, T., Scheerer, S., Speck, K., *Hochleistungsbeton unter zwei- und dreiaxialer Beanspruchung*, Ernst & Sohn, Beton- und Stahlbetonbau, Vol. 97, n°6, pp.275-280, Berlin, Deutschland, Jun. 2002.
- [34] Dei Poli, S., Gambarova, P.G., Karakoç, C., *Aggregate Interlock Role in RC Thin-Webbed Beams in Shear*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 113, n°1, pp.1-19, Reston, USA, Jan. 1987.
- [35] Dei Poli, S., Di Prisco, M., Gambarova, P.G., *Stress Field in Web of RC Thin-Webbed Beams Failing in Shear*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 116, n°9, Reston, USA, pp. 2496-2515, Sep. 1990.
- [36] Deutsches Institut für Normung, *DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion*, Ausgabe 2001-07, Beuth Verlag, 148p., Berlin, Deutschland, Jul. 2001.
- [37] di Prisco, M. und Gambarova, P.G., *Optimum Design of Stirrups in R/C and P/C Thin-Webbed Beams Failing in Shear*, International Workshop on Concrete Shear in Earthquake, Elsevier, pp.246-255, Houston, USA, 1992.
- [38] di Prisco, M. und Gambarova, P.G., *Comprehensive Model for Study of Shear in Thin-Webbed RC and PC-Beams*, ASCE, Journal of Structural Engineering, pp.1822-1831, Reston, USA, 1995.
- [39] Dilger, W. und Sherif, A., *Stability of Slender Webs of Prestressed Concrete Box-Girder Bridges*, ASCE, Journal of Bridge Engineering, Vol. 8, n°3, pp.138-143, Reston, USA, Mai 2003.
- [40] Drucker, D.C., Greenberg, H.J., Prager, W., *The Safety Factor of an Elastic-Plastic Body in Plane Strain*, ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 18, pp.371-378, New York, USA, Dez. 1951.
- [41] Drucker, D.C., Prager, W., Greenberg, H.J., *Extended Limit Design Theorems for Continuous Media*, AMS, Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 9, n°4, pp.381-389, Boston, USA, 1952.
- [42] Drucker, D.C., *The Effect of Shear on the Plastic Bending of Beams*, ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 23, pp.509-514, New York, USA, Dez. 1956.

- [43] Drucker, D.C., *On Structural Concrete and Theorems of Limit Analysis*, IABSE, Publications, Vol. 21, pp.49-59, Zürich, Schweiz, Dez. 1961.
- [44] Eibl, J. und Neuroth, U., *Untersuchungen zur Druckfestigkeit von bewehrtem Beton bei gleichzeitig wirkendem Querkzug*, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Karlsruhe, Deutschland, 1988.
- [45] Elgehausen, R., *Behavior, Design and Testing of Anchors in Cracked Concrete*, ACI, Anchors in Concrete– Design and Behavior, Special Publication, Vol. 130, 281p., Detroit, USA, 1991.
- [46] Elzanaty, A.H. Nilson, A.H., Slate, F.O., *Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams Using High-Strength Concrete*, ACI Journal, Vol. 83, pp.290-296, Farmington Hills, USA, Mär.-Apr. 1986.
- [47] Elzanaty, A.H. Nilson, A.H., Slate, F.O., *Shear Capacity of Prestressed Concrete Beams Using High-Strength Concrete*, ACI Journal, Vol. 83, pp.359-368, Farmington Hills, USA, Mai-Jun. 1986.
- [48] Eurocode 2, *Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, CEN, prENV 1992-1-1, 252p., Brüssel, Belgien, 1992.
- [49] Eurocode 2, *Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, CEN, EN 1992-1-1, 225p., Brüssel, Belgien, 2004.
- [50] Ewald, G., *Überlagerung von Scheiben- und Plattentragwirkung am Beispiel stark profilierter Stahlbeton- und Spannbetonträger bei hoher Schub- und begrenzter Querbiegebeanspruchung*, Institut für Bauingenieurwesen III, Technische Universität München, 211p., München, 1977.
- [51] Fairbairn, E.M.R. und Trinh, J.K.L., *Influence des câbles relevés sur la résistance de l'âme des poutres soumises à des actions tangentes - Etudes expérimentales*, Annales des I.T.B.T.P, Vol. 400, Serie B N°203, pp.14-20, Paris, Frankreich, Dez. 1981.
- [52] Fernández Ruiz, M., *Evaluación no lineal de los efectos estructurales producidos por las deformaciones diferidas del hormigón y el acero*, Dissertation, Universidad Politécnica de Madrid, 175p., Madrid, Spanien, 2003.
- [53] Fernández Ruiz, M., *Influencia de la armadura transversal en la separación de fisuras*, Hormigón y Acero, Vol. 236, pp.35-42, Madrid, Spanien, Apr.-Jun. 2005.
- [54] Fernández Ruiz, M. und Muttoni, A., *Development of a coupled plasticity-damage model for the study of the short and long term behaviour of confined concrete*, Interner Bericht, IS-BETON, EPFL, 75p., Lausanne, Schweiz, Jun. 2005.
- [55] Fernández Ruiz, M. und Muttoni, A., *On the Development of Suitable Stress Fields for Structural Concrete*, ACI Structural Journal, Farmington Hills, USA, zur Veröffentlichung vorgesehen.
- [56] Fernández Ruiz, M., Muttoni, A., Gambarova, P.G., *Analytical modelling of the pre- and post-yield behaviour of bond in reinforced concrete*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Reston, USA, zur Veröffentlichung eingereicht.
- [57] Fernández Ruiz, M., Muttoni, A., Gambarova, P.G., *FEM modelling of bond mechanics in reinforced concrete and agreement with test results*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Reston, USA, zur Veröffentlichung eingereicht.

- [58] Ganz, H.R., Ahmad, A., Hitz, H., *Load Transfer through Concrete Sections with Grouted Ducts*, VSL International, Bericht N°242e, 20p., Bern, Schweiz, April 1992.
- [59] Gauvreau, P., *Load Tests of Concrete Girders Prestressed with Unbonded Tendons*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 194, ETHZ, 239p., Zürich, Schweiz, Okt. 1992.
- [60] Gaynor, R. D., *Effect of Horizontal Reinforcing Steel on the Strength of Molded Cylinders*, ACI Journal, pp.837-840, Farmington Hills, USA, 1965.
- [61] Goto, Y., *Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars*, ACI Journal, Vol. 68, pp.244-251, Farmington Hills, USA, Apr. 1971.
- [62] Gvozdev, A.A., *The Determination of the Value of the Collapse Load for Statically Indeterminate Systems undergoing Plastic Deformation*, International Journal of Mechanical Sciences, Elsevier, Vol. 1, pp. 322-335 Amsterdam, Niederlande, 1960 (English translation of the Russian original published in Proceedings of the Conference on Plastic Deformations, December 1936, Akademiia Nauk SSSR, Moskau-Leningrad, 1938, pp. 19-38).
- [63] Hardjasaputra, H., *Berücksichtigung des Dehnungszustandes bei der Querkraftbemessung von profilierten Stahlbeton- und Spannbetonträgern*, Institut für Massivbau, Universität Stuttgart, 173p., Stuttgart, Deutschland, 1987.
- [64] Hars, E. und Muttoni, A., *Etude préliminaire sur la résistance à l'effort tranchant des poutres précontraintes à âme mince*, Office Fédéral des Routes - OFROU, Bericht Vol. 82/01, 42p., Bern, Schweiz, Nov. 2001.
- [65] Hars, E. und Muttoni, A., *Essais à l'effort tranchant sur des poutres précontraintes à âme mince - Schubversuche an Spannbetonträgern mit dünnem Steg*, Bericht Vol. 01.03-R1, IS-BETON, EPFL, 108p., Lausanne, Schweiz, Jun. 2006.
- [66] Hars, E. und Muttoni, A., *Prismenversuche zur Untersuchung der Spanngliedpräsenz - Essais sur prisme pour l'évaluation de l'effet de la présence d'une gaine de précontrainte*, Bericht Vol. 01.03-R2, IS-BETON, EPFL, 13p., Lausanne, Schweiz, Jun. 2006.
- [67] Hegger, J., Sherif, A., Görtz, S., *Investigation of Pre- and Postcracking Shear Behavior of Prestressed Concrete Beams Using Innovative Measuring Techniques*, ACI Structural Journal, Vol. 101, pp.183-192, Farmington Hills, USA, Mär.-Apr. 2004.
- [68] Hillerborg, A., *Analysis of One Single Crack*, Elsevier, Fracture Mechanics of Concrete, F.H. Wittmann, pp.223-250, Amsterdam, Niederlande, 1983.
- [69] Hsu, T.T.C., Mau, S.T., Chen, B., *Theory of Shear Transfer Strength of Reinforced Concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 84, pp.149-160, Farmington Hills, USA, Mär.-Apr. 1987.
- [70] Hsu, T.T.C., *Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion*, ACI Structural Journal, Vol. 85, pp.624-634, Farmington Hills, USA, Nov.-Dez. 1988.
- [71] Hsu, T.C.C. und Mau, S.T., *International Workshop on Concrete Shear in Earthquake*, Elsevier, 360p., Houston, USA, 1992.
- [72] International Association for Bridge and Structural Engineering, *IABSE Colloquium Copenhagen 1979 - "Plasticity in Reinforced Concrete" – Introductory Report*, IABSE Reports of the Working Commission, Vol. 28, 172p., Kopenhagen, Dänemark, 1978.

- [73] International Association for Bridge and Structural Engineering, *IABSE Colloquium Copenhagen 1979 - 'Plasticity in Reinforced Concrete' – Final Report*, IABSE Reports of the Working Commission, Vol. 29, 360p., Kopenhagen, Dänemark, 1979.
- [74] Imran, I. und Pantazopoulou, S.J., *Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress*, ACI Structural Journal, Vol. 93, pp.589-601, Farmington Hills, USA, Nov.-Dez. 1996.
- [75] Johnson, M.K. und Ramirez, J.A., *Minimum Shear Reinforcement in Beams with Higher Strength Concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 87, pp.376-382, Farmington Hills, USA, Jul.-Aug. 1990.
- [76] Kaar, P.H., La Fraugh, R.W., Mass, M.A., *Influence of Concrete Strength on Strand Transfer Length*, PCI Journal, Vol. 8, n°5, pp.47-67, Chicago, USA, Okt. 1963.
- [77] Kani, G.N.J., *The Riddle of Shear Failure and Its Solution*, ACI Journal, Vol. 61, n°4, pp. 441-467, Farmington Hills, USA, Apr. 1964.
- [78] Kani, G.N.J., *Basic Facts Concerning Shear Failure*, ACI Journal, Vol. 63, n°6, pp. 675-692, Farmington Hills, USA, Jun. 1966.
- [79] Kani, G.N.J., *How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams*, ACI Journal, Vol. 64, n°3, pp. 128-141, Farmington Hills, USA, Mär. 1967.
- [80] Kaufman, M.K. und Ramirez, J.A., *Re-evaluation of the Ultimate Shear Behavior of High-Strength Concrete Prestressed I-Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 84, pp.295-303, Farmington Hills, USA, Mai-Jun. 1987.
- [81] Kaufmann, W. und Marti, P., *Versuche an Stahlbetonträgern unter Normal- und Querkraft*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 226, ETHZ, 141p., Zürich, Schweiz, Nov. 1996.
- [82] Kaufmann, W., *Strength and Deformations of Structural Concrete Subjected to In-Plane Shear and Normal Forces*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 234, ETHZ, 147p., Zürich, Schweiz, Jul. 1998.
- [83] Kaufmann, W. und Marti, P. *Structural Concrete: Cracked Membrane Model*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 124, n°12, pp.1467-1475, Reston, USA, Dez. 1998.
- [84] Kollegger, J. und Mehlhorn, G., *Experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons bei einer Querkzugbeanspruchung*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 413, Wilhelm Ernst & Sohn, 132p., Berlin, Deutschland, 1990.
- [85] Kong, P.Y.L. und Rangan, B.V., *Shear Strength of High-Performance Concrete Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 95, pp.677-688, Farmington Hills, USA, Nov.-Dez. 1998.
- [86] Kordina, K., Hegger, J., Teutsch, M., *Anwendung der Vorspannung ohne Verbund*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 355, Wilhelm Ernst & Sohn, pp.71-133, Berlin, Deutschland, 1984.
- [87] Kordina, K. und Hegger, J., *Schubtragverhalten von Spannbetonbauteilen mit Vorspannung ohne Verbund*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 381, Wilhelm Ernst & Sohn, pp.1-72, Berlin, Deutschland, 1987.

- [88] Krauss, R., Heimgartner, E., Bachmann, H., *Versuche über den Einfluss geneigter Spannkabel in teilweise vorgespannten Betonbalken*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 6504-6, ETHZ, 110p., Zürich, Schweiz, Okt. 1973.
- [89] Kupfer, H., *Erweiterung der Möhrsch'schen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit*, CEB, Bulletin d'Information, Vol. 40, pp.44-57, Paris, France, Jan. 1964.
- [90] Kupfer, H., *Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 229, Wilhelm Ernst & Sohn, pp.1-105, Berlin, Deutschland, 1973.
- [91] Kupfer, H., Mang., R., Karavesyrogrou, M., *Bruchzustand der Schubzone von Stahlbeton- und Spannbetonträgern — Eine Analyse unter Berücksichtigung der Rissverzahnung*, Bauingenieur, Springer-Verlag, Vol. 58, pp.143-149, Heidelberg, Deutschland, 1983.
- [92] Kupfer, H. und Guckenberger, K., *Versuche zur Schubtragwirkung von profilierten Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit überdrückten Gurtplatten*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 377, Wilhelm Ernst & Sohn, 92p., Berlin, Deutschland, 1986.
- [93] Kupfer, H. und Bulicek, H., *A Consistent Model for the Design of Shear Reinforcement in Slender Beams with I- or Box-Shaped Cross-Section*, International Workshop on Concrete Shear in Earthquake Elsevier, pp.256-265, Houston, USA, 1992.
- [94] Leonhardt, F. und Walther, R., *Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit und der oberen Schubspannungsgrenze*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 151, Wilhelm Ernst & Sohn, 83p., Berlin, Deutschland, 1962.
- [95] Leonhardt, F. und Walther, R., *Versuche an Plattenbalken mit hoher Schubbeanspruchung*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 152, Wilhelm Ernst & Sohn, 71p., Berlin, Deutschland, 1962.
- [96] Leonhardt, F. und Walther, R., *Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 156, Wilhelm Ernst & Sohn, 84p., Berlin, Deutschland, 1963.
- [97] Leonhardt, F., Walther, R., Dilger, W., *Schubversuche an Durchlaufträgern*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 163, Wilhelm Ernst & Sohn, 138p., Berlin, Deutschland, 1964.
- [98] Leonhardt, F., *Abminderung der Tragfähigkeit des Betons infolge stabförmiger, rechtwinklig zur Druckrichtung angeordnete Einlagen*, Festschrift Rüschi, pp.71-78, Berlin, Deutschland, 1969.
- [99] Leonhardt, F., Koch, R., Rostásy, F.S. *Schubversuche an Spannbetonträgern*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 227, Wilhelm Ernst & Sohn, 179p., Berlin, Deutschland, 1973.
- [100] Lyngberg, B.S., *Ultimate Shear Resistance of Partially Prestressed Reinforced Concrete I-Beams*, ACI Journal, Vol. 73, pp.214-222, Farmington Hills, USA, Apr. 1976.
- [101] Mallée, R., *Zum Schubtragverhalten stabförmiger Stahlbetonelemente*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 323, Wilhelm Ernst & Sohn, 88p., Berlin, Deutschland, 1981.

- [102] Marti, P., *Zur plastischen Bemessung von Stahlbeton*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 104, ETHZ, 176p., Zürich, Schweiz, Nov. 1980.
- [103] Marti, P. und Meyboom, J., *Response of Prestressed Concrete Elements to In-Plane Shear Forces*, ACI Structural Journal, Vol. 89, pp.503-514, Farmington Hills, USA, Sep.-Okt. 1992.
- [104] Marti, P., *Schubbemessung von Voutenträgern mit geneigten Spanngliedern*, Vorgepannter Beton in der Schweiz, 12. Kongress, p.16-19, Washington D.C., USA, Mai-Jun. 1994.
- [105] Marti, P., *Verbundverhalten von Spanngliedern mit Kunststoff-Hüllrohren*, Festschrift - Prof. Jörg Schneider zum 60. Geburtstag, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. SP-001, p.143-150, ETHZ, Zürich, Schweiz, Mai 1994.
- [106] Marti, P., Sigrist, V., Alvarez, M., *Mindestbewehrung bei Betonbauten*, Bericht Vol. 529, Eidgen. Departement für Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation, Bundesamt für Strassen, 55pp., Bern, Schweiz, Jun. 1997.
- [107] Marti, P., Alvarez, M., Kaufmann, W., Sigrist, V., *Tension Chord Model for Structural Concrete*, IABSE, Structural Engineering International, Vol. 8, n°4, pp.287-298, Zürich, Schweiz, Nov. 1998.
- [108] Mattock, A.H., *Effect of Aggregate Type on Single Direction Shear Transfer in Monolithic Concrete*, Department of Civil Engineering, University of Washington, Report SM Vol. 74-2, Seattle, USA, Aug. 1974.
- [109] Mattock, A.H., *Shear Transfer in Concrete Having Reinforcement at an Angle to the Shear Plane*, ACI, Special Publication, Vol. ACI-SP 42, pp.17-42, Farmington Hills, USA, Aug. 1974.
- [110] Mattock, A.H., *Flexural Strength of Prestressed Concrete Sections by Programmable Calculator*, PCI Journal, Vol. 24, n°1, pp.32-54, Chicago, USA, Jan.-Feb. 1979.
- [111] Mitchell, D. und Collins, M.P., *Diagonal Compression Field Theory - A Rational Model for Structural Concrete in Pure Torsion*, ACI Journal, Vol. 71, pp.396-408, Farmington Hills, USA, Aug. 1974.
- [112] Moosecker, W., *Zur Bemessung der Schubbewehrung von Stahlbetonbalken mit möglichst gleichmässiger Zuverlässigkeit*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 307, Wilhelm Ernst & Sohn, 42p., Berlin, Deutschland, 1979.
- [113] Mörsch, E., *Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung*, 2. Auflage, Verlag Konrad Wittwer, 252p., Stuttgart, Deutschland, 1906.
- [114] Müller, P., *Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und -platten*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 83, ETHZ, 160p., Zürich, Schweiz, Jul. 1978.
- [115] Muttoni, A.M.N., *Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 176, ETHZ, 158p., Zürich, Schweiz, Jun. 1990.
- [116] Muttoni A., Schwartz J., Thürlimann B., *Design of Concrete Structures with Stress Fields*, Birkhäuser Verlag, 143p., Basel, Schweiz, 1996.

- [117] Muttoni, A., Burdet, O.L., Hars, E., *Effect of Duct Type on the Shear Strength of Thin Webs*, ACI Structural Journal, Farmington Hills, USA, zur Veröffentlichung akzeptiert.
- [118] Nielsen, M.P., *On the Strength of Reinforced Concrete Discs*, Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series, Vol. 70, 261pp., Copenhagen, 1971.
- [119] Nielsen, M.P., *Limit Analysis and Concrete Plasticity*, 2. Auflage, CRC Press, 908p., Boca Raton, USA, 1999.
- [120] Nimura, A., *Experimental Research on Failure Criteria of Ultra-High Strength Concrete under Biaxial Stress (in japanisch)*, Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Structures II, Architectural Institute of Japan, Vol. C, pp.473-474, Japan, 1991.
- [121] Oh, B.H. und Kim, K.S., *Shear Behavior of Full-Scale Post-Tensioned Prestressed Concrete Bridge Girders*, ACI Structural Journal, Vol. 101, pp.176-182, Farmington Hills, USA, Mär.-Apr. 2004.
- [122] Pang, X.-B.D. und Hsu, T.T.C., *Fixed Angle Softened Truss Model for Reinforced Concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 93, pp.197-207, Farmington Hills, USA, Mär.-Apr. 1996.
- [123] Pantazopoulou, S.J. und Mills, R.H., *Microstructural Aspects of the Mechanical Response of Plain Concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 92, pp.605-616, Farmington Hills, USA, Nov.-Dez. 1995.
- [124] Prager, W., *Probleme der Plastizitätstheorie*, Birkhäuser Verlag, 100p., Basel, Schweiz, 1955.
- [125] Regan, P., *Shear in Reinforced Concrete - An Experimental Study*, Technical Note, Vol. 45, Department of Civil Engineering, Imperial College of Science and Technology, 203p., London, UK, Apr. 1971.
- [126] Regan, P. und Rezai-Jorabi, H., *The Shear Resistance of Reinforced Concrete I-Beams*, Studi E Ricerche, Vol. 9, Politecnico di Milano, pp.305-321, Mailand, Italien, Dez. 1987.
- [127] Rehm, G., *The Fundamental Law of Bond*, RILEM, Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete, pp.491-498, Stockholm, Schweden, 1958.
- [128] Rehm, G., *Stress Distribution in Reinforcing Bars Embedded in Concrete*, RILEM, Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete, pp.499-505, Stockholm, Schweden, 1958.
- [129] Reineck, K.-H., *Models for the design of reinforced and prestressed concrete members*, CEB, Bulletin d'Information, Vol. 146, pp.43-96, Paris, Frankreich, Jan. 1982.
- [130] Reineck, K.-H., Wohlfahrt, R., Hardjasaputra, H., *Verformungsverhalten und Tragfähigkeit dünner Stege von Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit hoher Betongüte*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 517, Wilhelm Ernst & Sohn, 184p., Berlin, Deutschland, 2001.
- [131] Reinhardt, H.W., *Fracture Mechanics of an Elastic Softening Material like Concrete*, Heron, Vol. 29, n°2, 42p., Niederlande, 1984.

- [132] Rezai-Jorabi, H. und Regan, P.E., *Shear Resistance of Prestressed Concrete Beams with Inclined Tendons*, The Structural Engineer, Vol. 64B , n° 3, pp.63-75, London, UK, Sep. 1986.
- [133] Richart, F.E., Brandtzaeg, A., Brown, R.L., *A Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses*, Bulletin Vol. 185, Engineering Experiment Station, University of Illinois, 102p., Illinois, USA, Nov. 1928.
- [134] Ritter, W., *Die Bauweise Hennebique*, SIA, Schweizerische Bauzeitung, Vol. XXXIII n°5,6,7,17, pp.41-149, Zürich, Schweiz, Feb.-Apr. 1899.
- [135] Robinson, J.R., *Essais à l'effort tranchant de poutres à âme mince en béton armé*, Annales des Ponts et Chaussées, Vol. 9, pp.225-255, Paris, Frankreich, Apr.-Mai 1961.
- [136] Roller, J.J. und Russell, H.G., *Shear Strength of High-Strength Concrete Beams with Web Reinforcement*, ACI Structural Journal, Vol. 87, pp.191-198, Farmington Hills, USA, Mär.-Apr. 1990.
- [137] Roos, W., *Zur Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons und scheibenförmigen Bauteilen bei gleichzeitig wirkender Querkzugbeanspruchung*, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, Vol. 2/95, 174p., München, Deutschland, 1995.
- [138] Ruhnau, J., *Untersuchungen an 20 Jahre alten Spannbetonträgern*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 271, Wilhelm Ernst & Sohn, pp.41-62, Berlin, Deutschland, 1976.
- [139] Ruhnau, J. und Kupfer, H., *Vorgespannte Schubbewehrung*, Aus unseren Forschungsarbeiten, Vol. 4, Institut für Bauingenieurwesen III, Technische Universität München, pp.102-106, München, Deutschland, Dez. 1978.
- [140] Sakaguchi, N., Yamanobe, Y.K., Kawachi, T., Koda, S., *Shear Strength of High-Strength Concrete Members*, ACI Special Publication, Vol. 121, Hrsg. Hester, W.T., pp.155-178, Farmington Hills, USA, 1990.
- [141] Schäfer, K., *Untersuchungen an einem über 20 Jahre alten Spannbetonträger der Pliensaubrücke - Esslingen am Neckar*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 329, Wilhelm Ernst & Sohn, pp.12-39, Berlin, Deutschland, 1982.
- [142] Schießl, A., *Die Druckfestigkeit von gerissenen Scheiben aus Hochleistungsbeton und selbstverdichtendem Beton unter besonderer Berücksichtigung des Einfluss der Rissneigung*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 548, Wilhelm Ernst & Sohn, 187p., Berlin, Deutschland, 2005.
- [143] Schlaich, J. und Weischede, D., *Ein praktisches Verfahren zum methodischen Bemessen und Konstruieren im Stahlbetonbau*, CEB Bulletin, Vol. 150, Paris, Frankreich, Mär. 1982.
- [144] Schlaich, J., Schäfer, K., Jennewein, M., *Toward a Consistent Design of Structural Concrete*, PCI Journal, Vol. 32, n°3, pp.74-150, Chicago, USA, Mai-Jun. 1987.
- [145] Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, *Betonbau*, SIA 262, Ausgabe 2003, 90p., Zürich, Schweiz, Apr. 2003.



- [146] Shima, H., Lie-Liung, C., Okamura, H., *Micro and Macro Models for Bond in Reinforced Concrete*, Journal of the Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, The University of Tokyo, Vol. XXXIX, n°2, pp.133-194, Tokio, Japan, 1987.
- [147] Shin, S.-W., Lee, K.-S., Moon, J.-I., *Shear Strength of Reinforced High-Strength Concrete Beams with Shear Span-to-Depth Ratios between 1.5 and 2.5*, ACI Structural Journal, Vol. 96, pp.549-556, Farmington Hills, USA, Jul.-Aug. 1999.
- [148] Sigrist, V. und Marti, P., *Versuche zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 202, ETHZ, 90p., Zürich, Schweiz, Nov. 1993.
- [149] Sigrist, V., *Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 210, ETHZ, 159p., Zürich, Schweiz, Jul. 1995.
- [150] Société suisse des ingénieurs et architectes, *Norme pour le calcul, la construction et l'exécution des ouvrages en béton, en béton armé et en béton précontraint*, SIA 162, 84p., Zürich, Schweiz, 1968.
- [151] Société suisse des ingénieurs et architectes, *Résistance à la rupture et dimensionnement des structures en béton armé et en béton précontraint*, SIA 162/34, 14p., Zürich, Schweiz, 1976.
- [152] Société suisse des ingénieurs et architectes, *Action sur les structures porteuses - Edition de 1989*, SIA 160, 101p., Zürich, Schweiz, 1989.
- [153] Société suisse des ingénieurs et architectes, *Ouvrages en béton - Edition de 1993*, SIA 162, 86p., Zürich, Schweiz, 1993.
- [154] Somo, S. und Hong, H.P., *Modeling error analysis of shear predicting models for RC beams*, Structural Safety, Elsevier, Vol. 28 n°3, pp.217-230, London, UK, Jul. 2006.
- [155] Stoffel, P., *Zur Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Stahlbetonbauten*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 251, ETHZ, 185p., Zürich, Schweiz, Jul. 2000.
- [156] Tan, K.-H., Teng, S., Kong, F.-K., Lu, H.-Y., *Main Tension Steel in High Concrete Deep and Short Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 94, pp.752-769, Farmington Hills, USA, Nov.-Dez. 1997.
- [157] Taylor, H.P.J., *Investigation of the forces carried across cracks in reinforced concrete beams in shear by interlock of aggregate*, Cement and Concrete Association, Technical Report, n°42-447, 22p., London, UK, 1970.
- [158] Tepfers, R., *A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars*, 2. Auflage, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Vol. 73:2, 328p., Götheburg, Schweden, 1973.
- [159] Thorenfeldt, E., Tomaszewicz, A., Jensen, J.J., *Mechanical Properties of High-Strength Concrete and Application in Design*, Proceedings of the Symposium "Utilization of High Strength Concrete", pp.149-159, Stavanger, Norwegen, Jun. 1987.
- [160] Trost, H., Cordes, H., Thormählen, U., Hagen, H., *Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 310, Wilhelm Ernst & Sohn, 151p., Berlin, Deutschland, 1980.

- [161] Van Mier, J.G.M., *Fracture of Concrete under Complex Stress*, Heron, Vol. 31, n°3, Delft University of Technology, 90p., Delft, Niederlande, 1986.
- [162] Vecchio, F.J. und Collins, M.P., *The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*, ACI Journal, Vol. 83, pp.219-231, Farmington Hills, USA, Mär.-Apr. 1986.
- [163] Vecchio, F.J., Collins, M.P., Aspiotis, J., *High-Strength Concrete Elements Subjected to Shear*, ACI Structural Journal, Vol. 91, pp.423-433, Farmington Hills, USA, Jul.-Aug. 1994.
- [164] Vecchio, F.J., *Disturbed Stress Field Model for Reinforced Concrete: Formulation*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 126, n°9, pp.1070-1077, Reston, USA, Sep. 2000.
- [165] Vecchio, F.J., *Disturbed Stress Field Model for Reinforced Concrete: Implementation*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 127, n°1, pp.12-20, Reston, USA, Jan. 2001.
- [166] Vecchio, F.J., *Disturbed Stress Field Model for Reinforced Concrete: Validation*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 127, n°4, pp.350-358, Reston, USA, Apr. 2001.
- [167] Wagner, H., *Ebene Blechwandträger mit sehr dünnem Stegblech*, Wissenschaftliche Gesellschaft für Luftfahrt, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Vol. 20, n°8-12, Berlin, Deutschland, 1929.
- [168] Walraven, J.C., *Aggregate Interlock: A theoretical and experimental analysis*, Delft University Press, Stevin Laboratory, Delft University of Technology, Dissertation, 197p., Delft, Niederlande, 1980.
- [169] Wang, P.T., Shah, S.P., Naaman, A.E., *Stress-Strain Curves of Normal and Lightweight Concrete in Compression*, ACI Journal, Vol. 75, pp.603-611, Farmington Hills, USA, Nov. 1978.
- [170] Xie, Y., Ahmad, S.H., Yu, T., Hino, S., Chung, W., *Shear Ductility of Reinforced Concrete Beams of Normal and High-Strength Concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 91, pp.140-149, Farmington Hills, USA, Mär.-Apr. 1994.
- [171] Zararis, P.D., *Concrete Shear Failure in Reinforced-Concrete Elements*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 122, n°9, pp.1006-1015, Reston, USA, Sep. 1996.
- [172] Zhang, L.-X.B. und Hsu, T.T.C., *Behavior and Analysis of 100 MPa Concrete Membrane Elements*, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 124, n°1, pp.24-34, Reston, USA, Jan. 1998.
- [173] Zwicky, D. und Vogel, T., *Bruchversuche an ausgebauten Brückenträgern aus Spannbeton*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 258, ETHZ, 167p., Zürich, Schweiz, 2000.
- [174] Zwicky, D., *Zur Tragfähigkeit stark vorgespannter Betonbalken*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 275, ETHZ, 228p., Zürich, Schweiz, 2002.

# A Versuchsdaten aus der Literatur

Im folgenden werden die Versuchsdaten von einaxialen Druckversuchen aufgeführt, die andere Forscher an Prismen unternommen haben, welche ein Hüllrohr enthielten, das entweder leer oder mit Injektionsmörtel gefüllt ("injiziert") war (Tabellen A.1 und A.2). Alle Bezeichnungen stimmen mit denjenigen in Abschnitt 6.3 überein. Folgende Bemerkungen tauchen in den Tabellen auf:

- (1): Vom Forscher als 'Tastversuch' bezeichnet
- (2): Zwei Hüllrohre liegen nebeneinander
- (3): Unzureichend dokumentiert
- (4): Stahlstab statt injiziertem Hüllrohr
- (5): Exzentrische Lage des Hüllrohrs
- (6): Injiziertes Hüllrohr mit Stahleinlage

Tabelle A.1: Versuche an Prismen mit leeren Hüllrohren (berechnete Werte *kursiv*)

Quelle	Prisma	$b_w$ [mm]	$h$ [mm]	$c$ [mm]	$\varnothing_D$ [mm]	$\delta$ [-]	$\beta$ [°]	$\sigma_c$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$\eta'_D$ [-]	$\eta_D$ [-]	Bem.	$f_{c,exp}$ [MPa]	$\lambda$ [-]	$\eta_\lambda$ [-]	$\alpha$ [-]	$\eta_\alpha$ [-]
Leonhardt [98]	1	150	680	300	50	0.33	0	13.1	26.8	0.62	0.49	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	2	150	680	300	50	0.33	0	16.1	26.8	0.77	0.6		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	3	150	680	300	50	0.33	0	16.9	26.8	0.81	0.63		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	4	150	680	300	50	0.33	0	15.1	26.8	0.72	0.56		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	5	150	680	300	50	0.33	30	13.1	26.8	0.62	0.49	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	6	150	680	300	50	0.33	30	16.1	26.8	0.77	0.6		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	7	150	680	300	50	0.33	30	16.1	26.8	0.77	0.6		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	8	150	680	300	50	0.33	30	15.3	26.8	0.73	0.57		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	9	250	680	300	2 × 50	0.40	0	13.7	26.8	0.60	0.51	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	10	250	680	300	2 × 50	0.40	0	12.5	26.8	0.55	0.47	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	11	250	680	300	2 × 50	0.40	0	13.2	26.8	0.58	0.49	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	12	250	680	300	2 × 50	0.40	0	14.8	26.8	0.65	0.55	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	13	250	680	300	2 × 50	0.40	0	14.6	26.8	0.64	0.55	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	14	250	680	300	2 × 50	0.40	0	14.1	26.8	0.62	0.53	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	15	150	680	300	50	0.33	0	11.8	26.8	0.56	0.44	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
Rezai-Jorabi et al. [132]	C1	200	200	200	32	0.16	0	21.7	20.5	0.99	1.06		25.3	1	1.24	1.12	0.99
	C2	200	200	200	75	0.38	0	15.5	20.5	0.71	0.76		25.3	1	1.24	1.12	0.99
	C3.1	200	200	200	100	0.50	0	9.9	20.5	0.45	0.48		25.3	1	1.24	1.12	0.99
	C3.2	200	200	200	100	0.50	0	9.2	20.5	0.42	0.45		25.3	1	1.24	1.12	0.99
	C4	200	200	200	32	0.16	10	21.6	20.5	0.99	1.05		25.3	1	1.24	1.12	0.99
	C5	200	200	200	100	0.50	0	16.0	38.3	0.43	0.42		47.2	1	1.24	1.12	0.99
	D1	200	600	200	100	0.50	0	13.6	39.3	0.38	0.35		48.5	1	1.24	1.12	0.99
	D2	200	600	200	75	0.38	0	18.6	33.7	0.61	0.55		41.6	1	1.24	1.12	0.99
	D3	200	600	200	32	0.16	0	27.5	33.7	0.90	0.82		41.6	1	1.24	1.12	0.99

Tabelle A.1 Fortsetzung

Quelle	Prisma	$b_w$ [mm]	$h$ [mm]	$c$ [mm]	$\varnothing_D$ [mm]	$\delta$ [-]	$\beta$ [°]	$\sigma_c$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$\eta'_D$ [-]	$\eta_D$ [-]	Bem.	$f_{c,exp}$ [MPa]	$\lambda$ [-]	$\eta_\lambda$ [-]	$\alpha$ [-]	$\eta_\alpha$ [-]
Clarke et al. [22]	1.3	100	500	100	25	0.25	0	30.0	46.7	0.78	0.64		38.5	5	0.78	0.50	1.06
	1.4	100	500	100	25	0.25	0	34.7	46.7	0.90	0.74		38.5	5	0.78	0.50	1.06
	1.5	100	500	100	25	0.25	15	33.2	46.7	0.86	0.71		38.5	5	0.78	0.50	1.06
	1.6	100	500	100	25	0.25	15	31.8	46.7	0.83	0.68		38.5	5	0.78	0.50	1.06
	1.7	100	500	100	25	0.25	30	31.9	46.7	0.83	0.68		38.5	5	0.78	0.50	1.06
	1.8	100	500	100	25	0.25	30	31.6	46.7	0.82	0.68		38.5	5	0.78	0.50	1.06
	1.9	100	500	100	25	0.25	45	32.6	46.7	0.85	0.7		38.5	5	0.78	0.50	1.06
	1.10	100	500	100	25	0.25	45	34.8	46.7	0.90	0.75		38.5	5	0.78	0.50	1.06
	3.3	100	500	100	40	0.40	0	22.4	48.2	0.56	0.46		39.8	5	0.78	0.50	1.06
	3.4	100	500	100	40	0.40	0	21.8	48.2	0.55	0.45		39.8	5	0.78	0.50	1.06
	3.5	100	500	100	40	0.40	15	21.4	48.2	0.54	0.44		39.8	5	0.78	0.50	1.06
	3.6	100	500	100	40	0.40	15	18.7	48.2	0.47	0.39		39.8	5	0.78	0.50	1.06
	3.7	100	500	100	40	0.40	30	23.4	48.2	0.59	0.49		39.8	5	0.78	0.50	1.06
	3.8	100	500	100	40	0.40	30	21.8	48.2	0.55	0.45		39.8	5	0.78	0.50	1.06
	3.9	100	500	100	40	0.40	45	21.1	48.2	0.53	0.44		39.8	5	0.78	0.50	1.06
	3.10	100	500	100	40	0.40	45	18.9	48.2	0.47	0.39		39.8	5	0.78	0.50	1.06
	5.3	100	500	100	45	0.45	0	18.4	37.3	0.60	0.49		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	5.5	100	500	100	45	0.45	15	18.3	37.3	0.59	0.49		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	5.6	100	500	100	45	0.45	15	17.9	37.3	0.58	0.48		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	5.7	100	500	100	45	0.45	30	17.6	37.3	0.57	0.47		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	5.9	100	500	100	45	0.45	45	18.0	37.3	0.58	0.48		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	5.10	100	500	100	45	0.45	45	17.3	37.3	0.56	0.46		30.8	5	0.78	0.50	1.06

Tabelle A.1 Fortsetzung

Quelle	Prisma	$b_w$ [mm]	$h$ [mm]	$c$ [mm]	$\varnothing_D$ [mm]	$\delta$ [-]	$\beta$ [°]	$\sigma_c$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$\eta_D'$ [-]	$\eta_D$ [-]	Bem.	$f_{c,exp}$ [MPa]	$\lambda$ [-]	$\eta_\lambda$ [-]	$\alpha$ [-]	$\eta_\alpha$ [-]
Chitnuyanondh et al. [21, 17, 18]		152	406	152	62	0.41	0			0.39		(3)					
		152	406	152	64	0.42	0			0.40		(3)					
		152	406	152	89	0.59	0			0.21		(3)					
		102	305	102	25	0.25	0			0.73		(3)					
		102	305	102	51	0.50	0			0.34		(3)					
		102	305	102	57	0.56	0			0.30		(3)					
	A.1	152	305	152	76	0.50	0	7.9	30.0	0.25	0.26		30.0	2	1	1	1
	A.2	152	305	152	76	0.50	0	7.7	30.0	0.25	0.26		30.0	2	1	1	1
	A.3	152	305	152	76	0.50	0	8.8	30.0	0.28	0.29		30.0	2	1	1	1
	C.1	152	305	152	76	0.50	0	7.5	34.8	0.26	0.21		34.8	2	1	1	1
	C.2	152	305	152	76	0.50	0	7.3	34.8	0.26	0.21		34.8	2	1	1	1
	E.1	152	305	152	76	0.50	0	10.0	26.5	0.40	0.38		26.5	2	1	1	1
	E.2	152	305	152	76	0.50	0	9.9	26.5	0.39	0.37		26.5	2	1	1	1
	Ganz et al. [58]	1.2	254	500	251	50	0.20	0	33.4	43.7	0.92	0.76		51.4	1	1.24	0.50
2.2		251	500	253	50	0.20	0	33.7	51.9	0.81	0.65		61	1	1.24	0.50	1.06

Tabelle A.2: Versuche an Prismen mit injizierten Hüllrohren (berechnete Werte *kursiv*)

Quelle	Prisma	$b_w$ [mm]	$h$ [mm]	$c$ [mm]	$\varnothing_D$ [mm]	$\delta$ [-]	$\beta$ [°]	$\sigma_c$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$\eta'_D$ [-]	$\eta_D$ [-]	Bem.	$f_{c,exp}$ [MPa]	$\lambda$ [-]	$\eta_\lambda$ [-]	$\alpha$ [-]	$\eta_\alpha$ [-]
Gaynor [60]	1/2-1.A	152	305	152	12.7	0.11	0	35.4	37.7	0.94	0.94	(4)	37.7	2	1	1	1
	1/2-1.B	152	305	152	12.7	0.11	0	34.2	38.1	0.90	0.9	(4)	38.1	2	1	1	1
	1/2-1.C	152	305	152	12.7	0.11	0	35.5	39.3	0.90	0.9	(4)	39.3	2	1	1	1
	1/1-1.A	152	305	152	25.4	0.21	0	34.6	37.9	0.91	0.91	(4)	37.9	2	1	1	1
	1/1-1.B	152	305	152	25.4	0.21	0	33.1	37.1	0.89	0.89	(4)	37.1	2	1	1	1
	1/1-1.C	152	305	152	25.4	0.21	0	33.8	38.4	0.88	0.88	(4)	38.4	2	1	1	1
	1/2-3.A	152	305	152	12.7	0.11	0	36.0	37.7	0.96	0.96	(4), (5)	37.7	2	1	1	1
	1/2-3.B	152	305	152	12.7	0.11	0	34.8	38.1	0.91	0.91	(4), (5)	38.1	2	1	1	1
	1/2-3.C	152	305	152	12.7	0.11	0	36.1	39.3	0.92	0.92	(4), (5)	39.3	2	1	1	1
	1/1-3.A	152	305	152	25.4	0.21	0	35.3	37.9	0.93	0.93	(4), (5)	37.9	2	1	1	1
	1/1-3.B	152	305	152	25.4	0.21	0	36.3	37.1	0.98	0.98	(4), (5)	37.1	2	1	1	1
	1/1-3.C	152	305	152	25.4	0.21	0	37.1	38.4	0.97	0.97	(4), (5)	38.4	2	1	1	1
Chitnuyanondh et al. [21, 17, 18]		152	406	152	62.5	0.41	0			0.79		(3)					
		152	406	152	64.0	0.42	0			0.73		(3)					
		152	406	152	89.2	0.59	0			0.70		(3)					
		102	305	102	25.4	0.25	0			0.86		(3)					
		102	305	102	50.8	0.50	0			0.64		(3)					
		102	305	102	56.6	0.56	0			0.67		(3)					
	B.1	152	610	152	76.2	0.50	0	20.8	32.2	0.70	0.65		32.2	2	1	1	1
	B.2	152	610	152	76.2	0.50	0	23.4	32.2	0.79	0.73		32.2	2	1	1	1
	B.3	152	610	152	76.2	0.50	0	23.0	32.2	0.78	0.71		32.2	2	1	1	1
	D.1	152	610	152	76.2	0.50	0	19.8	34.8	0.70	0.57		34.8	2	1	1	1
	F.1	152	610	152	76.2	0.50	0	18.8	26.5	0.75	0.71		26.5	2	1	1	1

Tabelle A.2 Fortsetzung

Quelle	Prisma	$b_w$ [mm]	$h$ [mm]	$c$ [mm]	$\varnothing_D$ [mm]	$\delta$ [-]	$\beta$ [°]	$\sigma_c$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$\eta'_b$ [-]	$\eta_D$ [-]	Bem.	$f_{c,exp}$ [MPa]	$\lambda$ [-]	$\eta_\lambda$ [-]	$\alpha$ [-]	$\eta_\alpha$ [-]
Leonhardt [98]	1	150	680	300	50	0.33	0	15.5	26.8	0.73	0.58	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	2	150	680	300	50	0.33	0	24.1	26.8	0.95	0.9	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	3	150	680	300	50	0.33	0	20.2	26.8	0.88	0.76		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	4	150	680	300	50	0.33	0	22.5	26.8	0.98	0.84		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	5	150	680	300	50	0.33	0	19.8	26.8	0.86	0.74		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	6	150	680	300	50	0.33	30	15.1	26.8	0.71	0.56	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	7	150	680	300	50	0.33	30	23.8	26.8	0.94	0.89	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	8	150	680	300	50	0.33	30	20.2	26.8	0.88	0.76		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	9	150	680	300	50	0.33	30	22.3	26.8	0.97	0.83		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	10	150	680	300	50	0.33	30	18.9	26.8	0.82	0.7		31.5	1	1.24	1.99	0.95
	11	150	680	300	50	0.33	0	19.2	26.8	0.86	0.72	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	12	150	680	300	50	0.33	0	22.0	26.8	0.82	0.82	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	13	250	680	300	2 × 50	0.40	0	18.9	26.8	1.00	0.71	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	14	250	680	300	2 × 50	0.40	0	20.9	26.8	0.78	0.78	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	15	250	680	300	2 × 50	0.40	0	19.6	26.8	0.87	0.73	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	16	250	680	300	2 × 50	0.40	0	19.6	26.8	0.87	0.73	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	17	250	680	300	2 × 50	0.40	0	18.5	26.8	0.82	0.69	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	18	250	680	300	2 × 50	0.40	0	16.1	26.8	0.85	0.6	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	19	250	680	300	2 × 50	0.40	0	24.1	26.8	0.90	0.9	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	20	250	680	300	2 × 50	0.40	0	14.9	26.8	0.79	0.56	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	21	250	680	300	2 × 50	0.40	0	24.1	26.8	0.90	0.9	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	22	250	680	300	2 × 50	0.40	0	19.6	26.8	0.87	0.73	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	23	250	680	300	2 × 50	0.40	0	21.6	26.8	0.96	0.81	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	24	250	680	300	2 × 50	0.40	0	19.6	26.8	0.87	0.73	(2)	31.5	1	1.24	1.99	0.95



Tabelle A.2 Fortsetzung

Quelle	Prisma	$b_w$ [mm]	$h$ [mm]	$c$ [mm]	$\varnothing_D$ [mm]	$\delta$ [-]	$\beta$ [°]	$\sigma_c$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$\eta'_D$ [-]	$\eta_D$ [-]	Bem.	$f_{c,exp}$ [MPa]	$\lambda$ [-]	$\eta_\lambda$ [-]	$\alpha$ [-]	$\eta_\alpha$ [-]
Leonhardt [98]	25	150	680	300	50	0.33	0	13.8	26.8	0.65	0.52	(1), (4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	26	150	680	300	50	0.33	0	22.8	26.8	0.90	0.85	(1), (4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	27	150	680	300	50	0.33	0	20.2	26.8	0.88	0.76	(4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	28	150	680	300	50	0.33	0	20.0	26.8	0.87	0.75	(4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	29	150	680	300	50	0.33	0	20.5	26.8	0.89	0.77	(4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	30	150	680	300	50	0.33	30	13.0	26.8	0.61	0.48	(1), (4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	31	150	680	300	50	0.33	30	20.8	26.8	0.82	0.78	(1), (4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	32	150	680	300	50	0.33	30	20.3	26.8	0.96	0.76	(4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	33	150	680	300	50	0.33	30	20.3	26.8	0.96	0.76	(4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	34	150	680	300	50	0.33	30	20.0	26.8	0.95	0.75	(4)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
Rezai-Jorabi et al. [132]	35	150	680	300	50	0.33	0	23.8	26.8	0.94	0.89	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	36	150	680	300	50	0.33	0	17.9	26.8	0.80	0.67	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	37	150	680	300	50	0.33	0	23.3	26.8	0.87	0.87	(1)	31.5	1	1.24	1.99	0.95
	C5.G	200	200	200	100	0.50	0	35.0	38.3	0.94	0.91		47.2	1	1.24	1.12	0.99
	D1.G	200	600	200	100	0.50	0	26.4	39.3	0.74	0.67		48.5	1	1.24	1.12	0.99
	D2.G	200	600	200	75	0.38	0	29.6	33.7	0.97	0.88		41.6	1	1.24	1.12	0.99
	D3.G	200	600	200	32	0.16	0	30.0	33.7	0.98	0.89		41.6	1	1.24	1.12	0.99
Ganz et al. [58]	1.4	249	500	251	50	0.20	0	41.1	43.7	1.14	0.94		51.4	1	1.24	0.50	1.06
	2.4	251	500	253	50	0.20	0	40.8	51.9	0.98	0.79		61	1	1.24	0.50	1.06
	1.5	252	500	250	50	0.20	0	38.9	43.7	1.07	0.89		51.4	1	1.24	0.50	1.06
	2.5	250	500	254	50	0.20	0	38.5	51.9	0.92	0.74		61	1	1.24	0.50	1.06
	2.3	100	500	100	25	0.25	0	26.3	35.2	0.91	0.75		29.1	5	0.78	0.50	1.06
Clarke et al. [22]	2.4	100	500	100	25	0.25	0	27.5	35.2	0.95	0.78		29.1	5	0.78	0.50	1.06
	2.5	100	500	100	25	0.25	15	28.7	35.2	0.99	0.82		29.1	5	0.78	0.50	1.06

Tabelle A.2 Fortsetzung

Quelle	Prisma	$b_w$ [mm]	$h$ [mm]	$c$ [mm]	$\varnothing_D$ [mm]	$\delta$ [-]	$\beta$ [°]	$\sigma_c$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$\eta'_D$ [-]	$\eta_D$ [-]	Bem.	$f_{c,exp}$ [MPa]	$\lambda$ [-]	$\eta_\lambda$ [-]	$\alpha$ [-]	$\eta_\alpha$ [-]
Clarke et al. [22]	2.6	100	500	100	25	0.25	15	26.2	35.2	0.90	0.74		29.1	5	0.78	0.50	1.06
	2.7	100	500	100	25	0.25	30	27.7	35.2	0.95	0.79		29.1	5	0.78	0.50	1.06
	2.8	100	500	100	25	0.25	30	23.8	35.2	0.82	0.68		29.1	5	0.78	0.50	1.06
	2.9	100	500	100	25	0.25	45	25.3	35.2	0.87	0.72		29.1	5	0.78	0.50	1.06
	2.10	100	500	100	25	0.25	45	26.0	35.2	0.90	0.74		29.1	5	0.78	0.50	1.06
	4.3	100	500	100	40	0.40	0	20.8	35.6	0.71	0.58		29.4	5	0.78	0.50	1.06
	4.4	100	500	100	40	0.40	0	21.6	35.6	0.73	0.61		29.4	5	0.78	0.50	1.06
	4.5	100	500	100	40	0.40	15	21.0	35.6	0.71	0.59		29.4	5	0.78	0.50	1.06
	4.6	100	500	100	40	0.40	15	27.2	35.6	0.93	0.76		29.4	5	0.78	0.50	1.06
	4.7	100	500	100	40	0.40	30	20.8	35.6	0.71	0.58		29.4	5	0.78	0.50	1.06
	4.8	100	500	100	40	0.40	30	22.7	35.6	0.77	0.64		29.4	5	0.78	0.50	1.06
	4.9	100	500	100	40	0.40	45	23.2	35.6	0.79	0.65		29.4	5	0.78	0.50	1.06
	4.10	100	500	100	40	0.40	45	21.2	35.6	0.72	0.59		29.4	5	0.78	0.50	1.06
	6.3	100	500	100	45	0.45	0	24.3	37.3	0.79	0.65		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	6.4	100	500	100	45	0.45	0	23.5	37.3	0.76	0.63		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	6.5	100	500	100	45	0.45	15	24.8	37.3	0.81	0.67		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	6.6	100	500	100	45	0.45	15	17.2	37.3	0.56	0.46		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	6.7	100	500	100	45	0.45	30	20.8	37.3	0.68	0.56		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	6.8	100	500	100	45	0.45	30	24.3	37.3	0.79	0.65		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	6.9	100	500	100	45	0.45	45	22.1	37.3	0.72	0.59		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	6.10	100	500	100	45	0.45	45	22.3	37.3	0.73	0.6		30.8	5	0.78	0.50	1.06
	7.3	100	500	100	40	0.40	0	19.9	29.8	0.81	0.67	(6)	24.6	5	0.78	0.50	1.06
	7.4	100	500	100	40	0.40	0	19.6	29.8	0.80	0.66	(6)	24.6	5	0.78	0.50	1.06
	7.5	100	500	100	40	0.40	0	22.2	29.8	0.90	0.74	(6)	24.6	5	0.78	0.50	1.06
	7.6	100	500	100	40	0.40	0	22.2	29.8	0.90	0.74	(6)	24.6	5	0.78	0.50	1.06

# **Essais à l'effort tranchant sur des poutres précontraintes à âme mince**

## **Schubversuche an Spannbetonträgern mit dünnem Steg**



**Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne  
Institut des Structures  
Laboratoire de Construction en Béton (IS-BETON)**

**Eckart Hars  
Prof. Dr Aurelio Muttoni**

**Rapport 01.03-R1**

**Juin 2006**

**Cette recherche a été soutenue par l'OFROU (Office Fédéral des Routes) et le Canton du Tessin**

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Introduction . . . . .	1
1.2	Remerciements . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Poutres d'essai</b>	<b>3</b>
2.1	Provenance . . . . .	3
2.2	Dimensions et armature . . . . .	6
2.3	Matériaux . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Gestion des essais</b>	<b>21</b>
3.1	Bâti d'essai . . . . .	21
3.2	Mesures . . . . .	25
3.3	Exécution de l'essai . . . . .	32
3.4	Variation de paramètres . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Résultats</b>	<b>37</b>
4.1	Dépouillement . . . . .	37
4.2	Chargement et déformée . . . . .	37
4.3	Fissuration et rupture . . . . .	52
4.4	Déformations du béton . . . . .	60
4.5	Câbles de précontrainte . . . . .	86
<b>5</b>	<b>Résumé et conclusions</b>	<b>93</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>94</b>
<b>A</b>	<b>Déformations de l'âme</b>	<b>97</b>



# 1 Introduction

## 1.1 Introduction

La résistance à l'effort tranchant d'une poutre précontrainte dépend d'une part de la résistance effective à la compression de l'âme et d'autre part de la reprise d'effort tranchant par les câbles de précontrainte inclinés et probablement par l'aile comprimée.

La résistance effective de l'âme dépend de la fissuration due à l'effort tranchant.

De plus, les câbles de précontrainte situés dans l'âme occupent souvent une partie considérable de son épaisseur. Ceux-ci constituent un obstacle pour les bielles de compression dans l'âme, réduisant ainsi l'épaisseur effective pour la reprise de l'effort tranchant par des bielles de compression dans le béton. Il peut en résulter une fissuration interne de l'âme le long des câbles qui, sous effort tranchant important, pourrait causer la rupture par éclatement du béton le long des câbles.

L'interaction entre la fissuration due à l'effort tranchant et la fissuration interne est peu connue.

Lorsqu'il s'agit des câbles de précontrainte injectés, alors l'adhérence influence le comportement à l'effort tranchant.

Il existe un vrai besoin d'étudier ces phénomènes à échelle réelle. L'interaction entre eux est difficile à reproduire sur des échantillons de taille réduite qui représentent seulement une partie de la structure.

Le but de cette campagne d'essais est d'investiguer ces phénomènes et leur interaction sur des poutres précontraintes à âme mince à échelle réelle. De cette manière, des effets d'échelle peuvent être évités.

Le pont "Viadotto Sopra le Cantine" a été construit au Tessin, Suisse, en 1967 et démolé en 2003. Cinq poutres ont été extraites et transportées à l'EPFL pour être testées au laboratoire de l'Institut de Structures. Elles ont une longueur de 16.5 m, une hauteur de 1.33 m, et une section en I avec une largeur de 0.75 m pour l'aile supérieure. Elles contiennent deux câbles de précontrainte paraboliques, qui forment la seule armature tendue continue au milieu de la poutre, où se situe un joint de construction. Pour extraire les poutres du viaduc, les têtes d'ancrage ont été coupées.

Six essais ont été réalisés sur les cinq poutres. Il s'agit d'essais en flexion à quatre points avec une charge horizontale de compression excentrée introduite afin d'augmenter la résistance à la flexion, dans le but de provoquer la rupture par effort tranchant. La position des charges verticales et des appuis, qui a été variée au cours de la série, constitue le paramètre principal varié.

### 1.2 Remerciements

Cette recherche a été réalisée au Laboratoire de Construction en Béton (IS-BETON) de la faculté ENAC, section de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, sous la direction du Professeur A. Muttoni. Je tiens à lui exprimer mes plus sincères remerciements pour ses conseils, sa disponibilité et son enthousiasme pour cette recherche.

Pour la réalisation des essais en laboratoire, je remercie Messieurs G. Oreiller, S. Demierre, H. Reist, R. Gysler, G. Pidoux et F. Perrin.

Au niveau financier, ce travail a été rendu possible en grande partie grâce au soutien de l'OFROU (Office Fédéral des Routes).



## 2 Poutres d'essai

### 2.1 Provenance

Le pont autoroutier "Viadotto Sopra le Cantine" se situe à Capolago au Tessin, Suisse (fig. 2.1). Avant sa démolition, l'ancien ouvrage était formé de deux ponts distincts composés eux-mêmes de 4 ponts de type poutre continue, habituellement d'une longueur de 80 m avec quatre travées de 20 m. Le pont situé en aval, vers la culée côté Chiasso, comportait en outre une poutre continue de 100 m de longueur (figures 2.2 et 2.3).

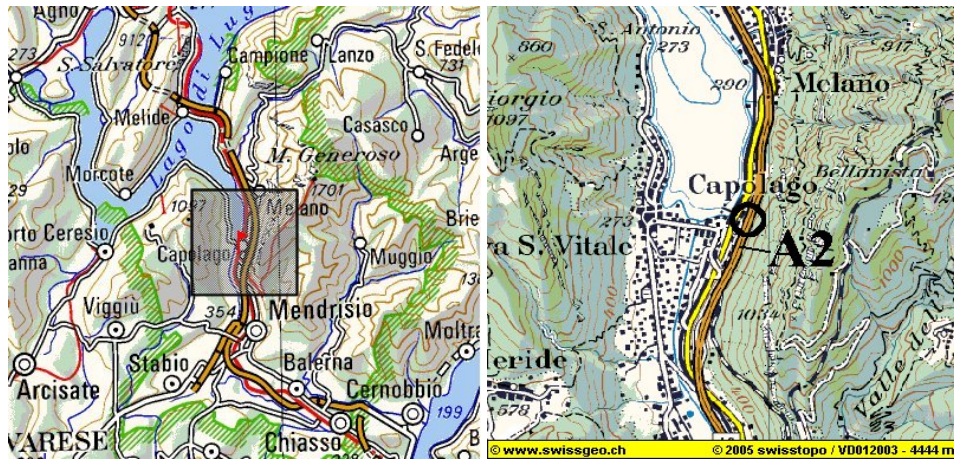


Figure 2.1: Viaduc "Sopra le Cantine" de l'autoroute A2 à Capolago, TI

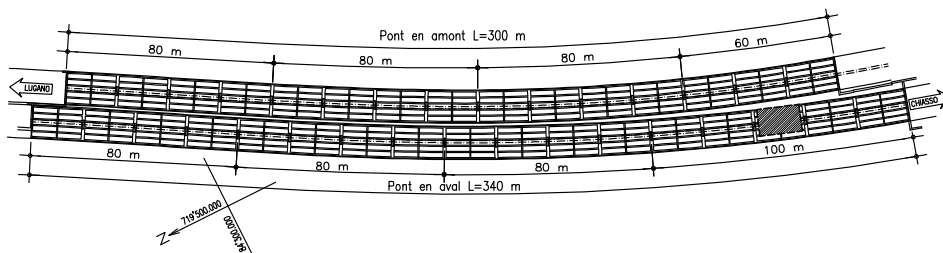
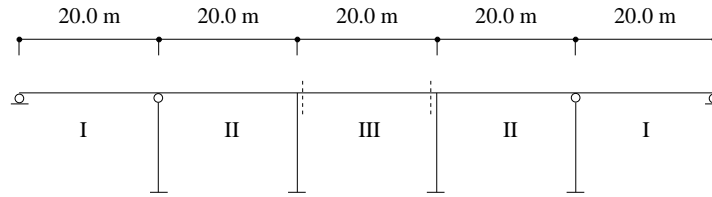


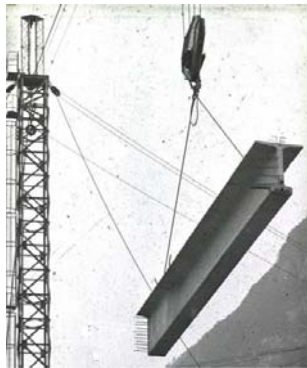
Figure 2.2: Situation du viaduc "Sopra le Cantine" et emplacement des poutres SH1 à SH5

Lors de la construction, des éléments préfabriqués avec une section en I ont été mis en place en utilisant un blondin (fig. 2.4). Pour cette raison, leur poids a été limité. De ce fait, leur âme est très mince – environ 125 mm – et leur longueur est d'environ 10 m, ce qui avait nécessité un étayage à mi-travée ainsi qu'un joint de construction en plus de ceux sur appui. La section transversale de chacun des deux ponts est formée de six de ces éléments préfabriqués (fig. 2.5), prétendus par des fils adhérents dans l'aile inférieure, et de la dalle de roulement rajoutée sur des coffrages perdus. Une entretoise lie les poutres à



**Figure 2.3: Système statique du pont de 100 m en aval ; travée III contient les poutres SH1 à SH5**

mi-travée. La continuité sur appui et en travée est assurée par deux câbles de précontrainte paraboliques avec adhérence (fig. 2.6). Le diamètre des câbles représente environ la moitié de l'épaisseur de l'âme.



**(a) élément préfabriqué**

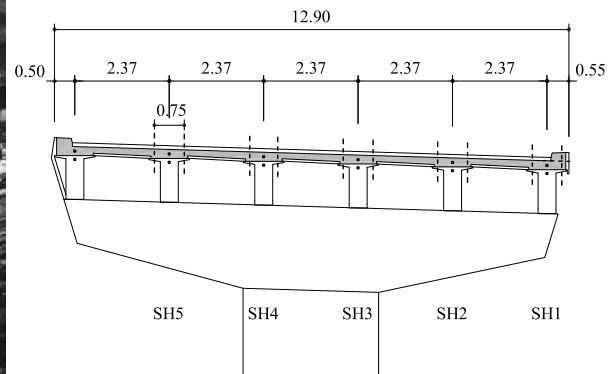


**(b) étayage à mi-travée**

**Figure 2.4: Construction du viaduc "Sopra le Cantine" en 1967**



**(a) travée avec entretoise ; piliers**

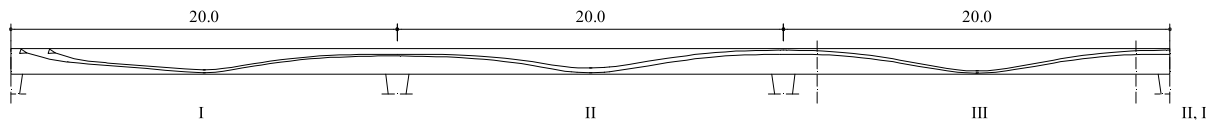


**(b) section sur appui**

**Figure 2.5: Viaduc "Sopra le Cantine"**

Pour des raisons liées à la fatigue et à la corrosion, et en vue d'un élargissement de la chaussée, le viaduc a été remplacé entre 2003 et 2005, (fig. 2.7). L'ancien viaduc est typique des ponts routiers réalisés en Suisse à l'époque de sa construction (1967)[4, 7].

Dans le cadre du projet ZEBRA, cinq poutres ont été extraites par sciage et transportées à l'EPFL (figures 2.8 et 2.9). Cinq poutres ont également été envoyées à l'EMPA (Eidgenössische Materialprüfanstalt) [1]. Les poutres livrées à l'EPFL proviennent du pont aval, plus précisément de la travée centrale de la poutre continue d'une longueur de 100 m. Le tracé des câbles est ainsi symétrique (figures 2.6). Des six poutres



**Figure 2.6: Poutre continue de 100 m du pont en aval avec tracé des câbles symétrique par rapport à la travée III**

par section, toutes sauf celle côté aval (qui contenait une protection en béton) ont été choisies (fig. 2.5). Celle en amont (SH1) se distingue des autres par la bordure, qui a été enlevée avant livraison. Leur mise en place au laboratoire de l'IS à l'EPFL a nécessité des appareils de levage spéciaux, notamment la présence d'une autogruue dans le laboratoire.

Le sciage transversal a été fait au voisinage des appuis, alors que le sciage longitudinal a été effectué de part et d'autre de l'aile supérieure (figures 2.5 et 2.8). L'espacement des éléments préfabriqués dans le pont était de 2.37 m. En raison des capacités de levage limitées du laboratoire à l'EPFL, l'aile supérieure a été sciée à une largeur  $b \approx 0.75$  m.

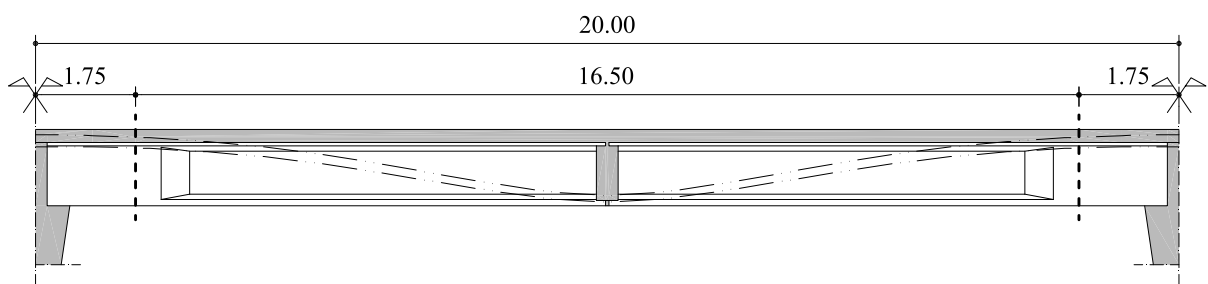


**(a) élévation**



**(b) sur appui**

**Figure 2.7: Démolition du pont en aval en 2003**



**Figure 2.8: Elevation de la travée III ; emplacement des coupes transversales**





Figure 2.9: Manipulation des poutres

## 2.2 Dimensions et armature

### Dimensions

Les cinq poutres SH1 à SH5 obtenues par sciage ont une longueur de 16.5 m, une hauteur de 1.33 m, une largeur d'environ 0.75 m et un poids de 18 t (figures 2.10 et 2.11). Elles ont été placées au laboratoire selon l'axe Nord-Sud (ou N-S). Il s'agit de cinq poutres en béton précontraint avec une section en I relativement élancée (élancement de l'âme :  $750/125 = 6$ ), avec un élargissement de l'âme aux extrémités. Le joint de bétonnage de 60 mm et l'entretoise de 0.38 m se situent à mi-travée. Dans le cas des poutres SH1 et SH3, l'entretoise a été enlevée avant l'essai. Toutes les poutres ont été testées avec deux forces verticales égales appliquées entre deux appuis. Une force horizontale de compression  $H$  a été appliquée de manière excentrée, dans le but d'éviter une rupture en flexion non souhaitée, avant d'atteindre la rupture par effort tranchant. Une précontrainte extérieure verticale  $F_{p,ext} = 1.0 \text{ MN}$  a été introduite à chaque extrémité afin d'éviter une rupture locale due à l'introduction de la charge horizontale. Le poids propre est admis comme une charge uniformément répartie :

$$g = 10.9 \text{ kN/m} \quad (2.1)$$

Le tableau 2.1 montre les paramètres géométriques des essais. Six essais ont pu être réalisés car la poutre SH4 a pu être testée deux fois. Les charges verticales et l'appui Nord ont été déplacés après le premier essai (SH4a) pour faire un deuxième essai sur la partie de la poutre restée intacte (SH4b).

Tableau 2.1: Géométrie des essais

Essai	$b_N$	$a_N$	$c$	$a_S$	$b_S$	$\ell$	$b$	$e_y$	$e_z$
[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[mm]	[mm]	[mm]
SH1	3.03	4.44	1.56	4.44	3.03	10.44	740	48	52
SH2	1.83	4.44	3.96	4.44	1.83	12.84	745	51	37
SH3	3.03	4.44	1.56	4.44	3.03	10.44	750	50	43
SH4a	1.00	3.23	0.84	10.73	0.70	14.80	705	55	33
SH4b	4.25	8.38	0.84	2.33	0.70	11.55	705	55	33
SH5	2.43	4.80	2.04	3.60	3.63	10.44	750	55	54

L'axe du viaduc était curviligne, d'où le dévers de l'aile supérieure et l'excentricité  $e_y$  de l'âme et de l'aile inférieure par rapport à l'aile supérieure (figures 2.12 et 2.13). L'excentricité  $e_y$  qui sera discutée

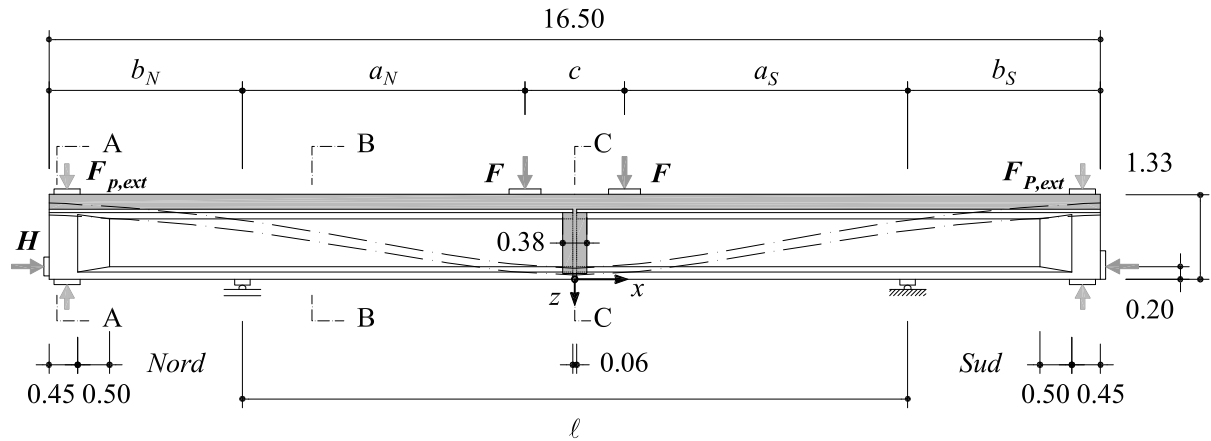


Figure 2.10: Géométrie et dimensions des poutres SH1 à SH5 (SH1 et SH3 sans entretoise)

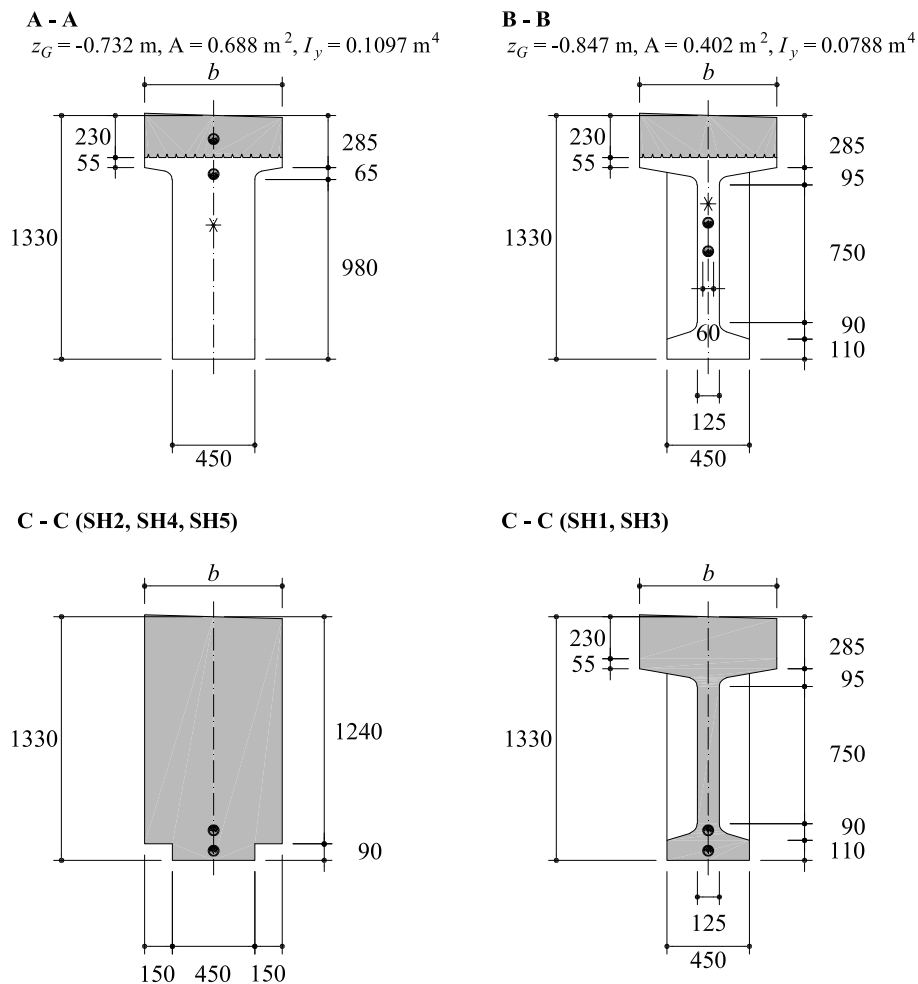
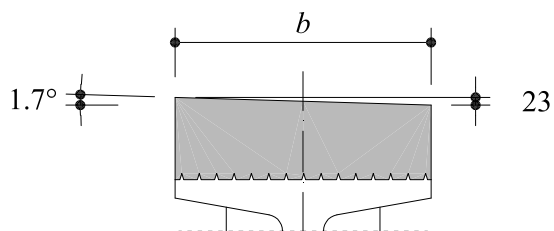
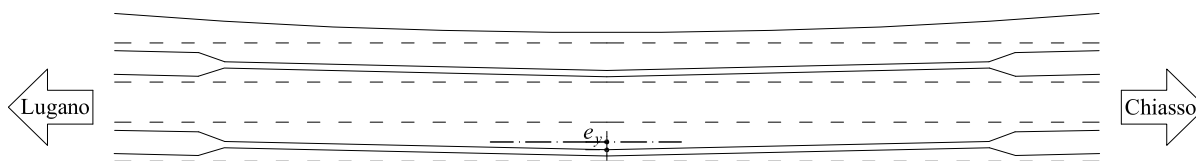


Figure 2.11: Section des poutres

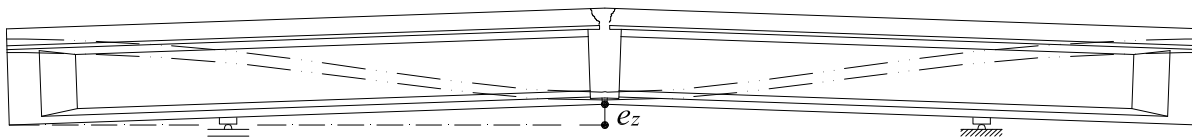
dans le chapitre 3 n'est pas montrée dans la figure 2.11. L'enlèvement de la majeure partie de la dalle de roulement a considérablement réduit le poids propre, ce qui a causé une contreflèche  $e_z$  due à la précontrainte, et une fissuration de l'aile supérieure à mi-travée (fig. 2.14). Le tableau 2.1 montre les valeurs de  $e_y$  et  $e_z$ .



**Figure 2.12: Inclinaison de l'aile supérieure due au dévers du viaduc**



**Figure 2.13: Excentricité due à l'axe curviligne du viaduc**



**Figure 2.14: Contreflèche des poutres**

## Armature

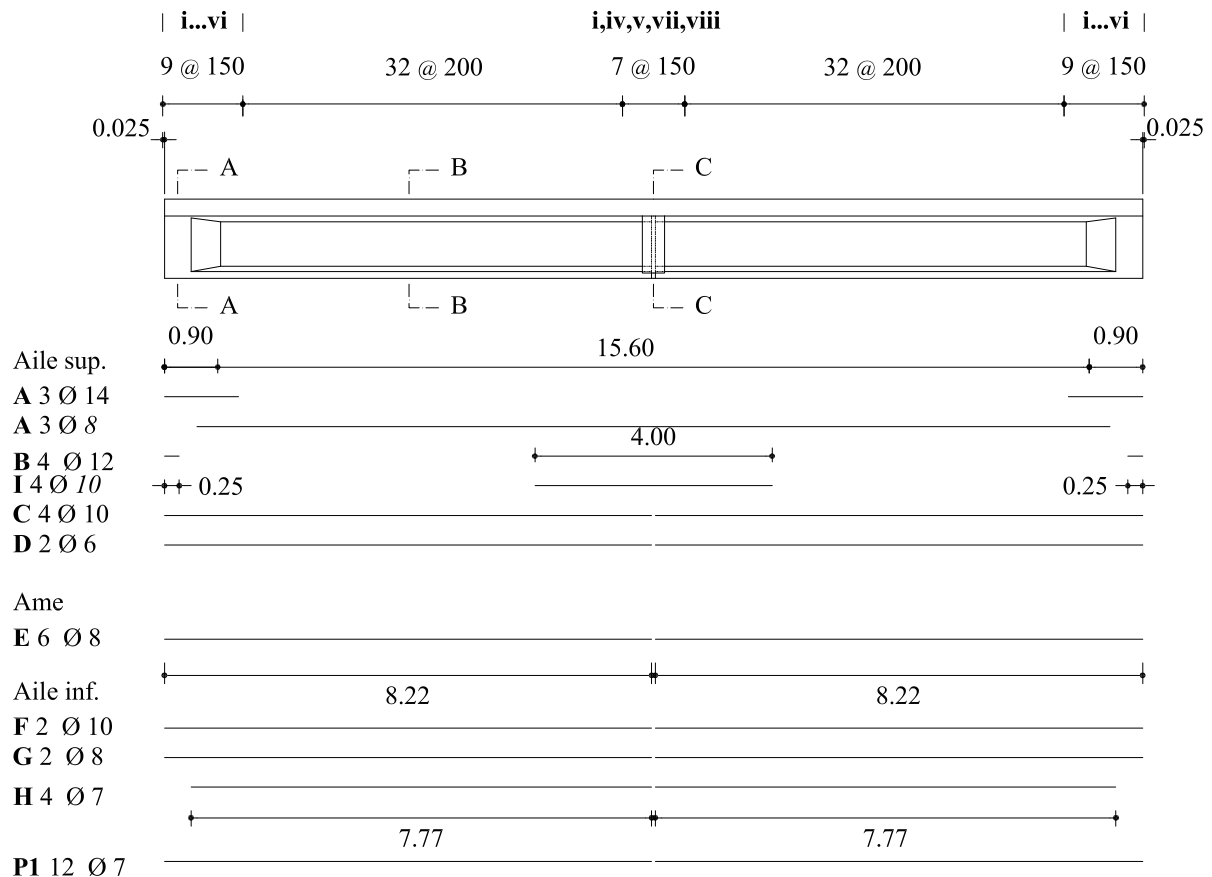
Les figures 2.15 et 2.16 montrent l'armature des poutres. Elle consiste en une armature passive longitudinale, qui est continue au milieu de la poutre uniquement dans la partie bétonnée in-situ, c'est-à-dire la plus grande partie de la dalle (positions **A** et **I**), mais interrompue dans la partie préfabriquée (positions **C** à **H**). Ceci provient du mode de construction.

Les 12 fils  $\varnothing 7$  adhérents prétendus dans l'aile inférieure (position **P1**) s'arrêtent également de part et d'autre du joint.

L'armature de l'aile inférieure consiste en une armature passive (Pos. **F**, **G**, **H**) de  $A_s = 412 \text{ mm}^2$ , dont le centre de gravité se situe à 58 mm du bord inférieur de la section, et en les fils adhérents de  $A_{p1} = 462 \text{ mm}^2$ , à une distance moyenne de 48 mm du bord inférieur. L'armature de l'aile supérieure (Pos. **A**, **C**, **D**) a une section de  $A_s = 522 \text{ mm}^2$ , et son centre de gravité se situe à 1.138 m du bord inférieur.

Les étriers de  $\varnothing 10$  (Pos. **ii**, **iii** / **vii**) ont un espacement de  $s = 200 \text{ mm}$ , pour un taux d'armature de  $\rho = 0.63\%$ . Au joint et aux extrémités, les étriers ont un espacement réduit de  $s = 150 \text{ mm}$  pour reprendre l'effort tranchant important dû à l'état de construction et final. Ils sont fermés en bas, et forment en haut un angle droit vers l'extérieur. Ils n'ont pas été soudés avec l'armature longitudinale passive.

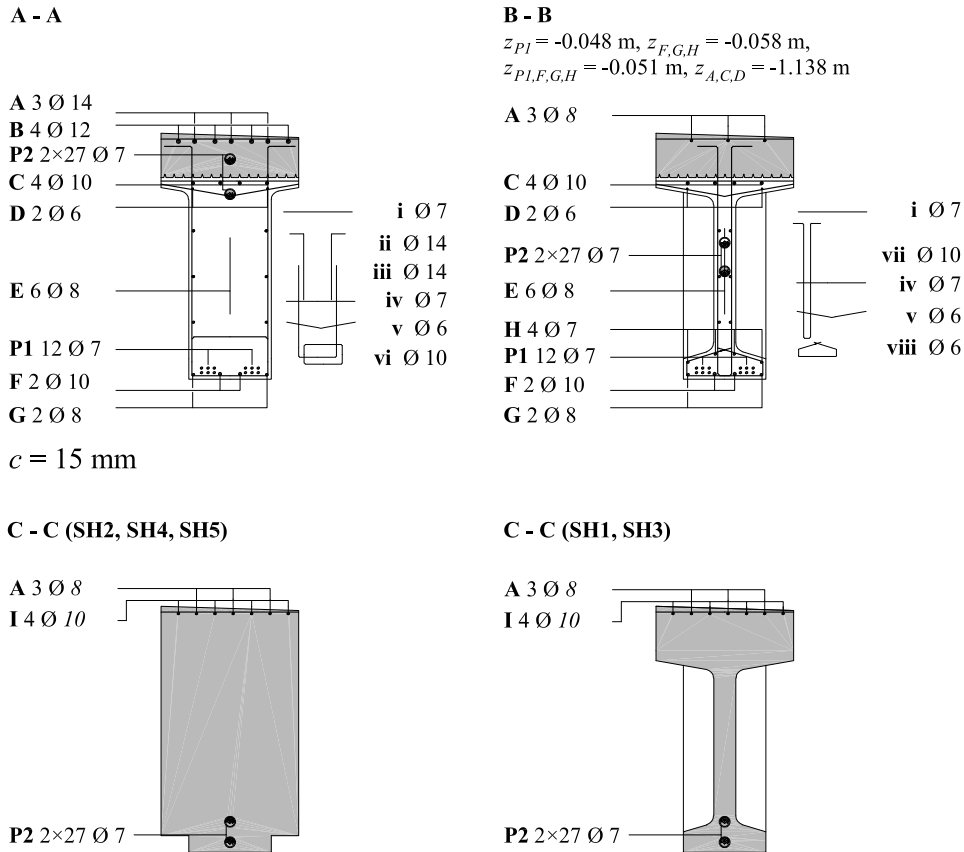
L'enrobage vaut  $c \approx 15 \text{ mm}$ .



Joints de recouvrement : Dalle in-situ :  $36\varnothing$ ; éléments préfabriqués : inconnu

**Figure 2.15: Poutres SH1 à SH5 : armature passive et fils adhérents précontraints**

Les deux câbles de précontrainte (position **P2**) sont chacun formés de 27 fils  $\varnothing 7$  ( $1039 \text{ mm}^2$ ). Les câbles ont un tracé inhabituel, avec une zone très étendue où la courbure produit des efforts de déviation vers le bas et où l'excentricité des fils est orientée vers le bas (figures 2.17, 2.18 et tab. 2.2). Ceci était



**Figure 2.16: Poutres SH1 à SH5 : armature passive et fils adhérents précontraints - section ; position du centre de gravité de l'armature inférieure (pondérée avec  $f_s$ )**

probablement dans le but d'obtenir une précontrainte concordante.

Le positionnement de la gaine lors de la construction était assuré par des barres placées chaque mètre en-dessus et en-dessous des gaines. Ces barres ont été retirées durant la prise du béton lors de la fabrication, et les trous remplis par du mortier.

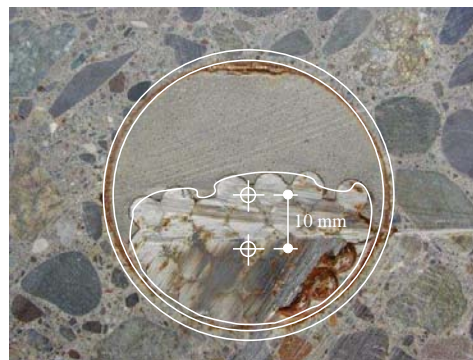
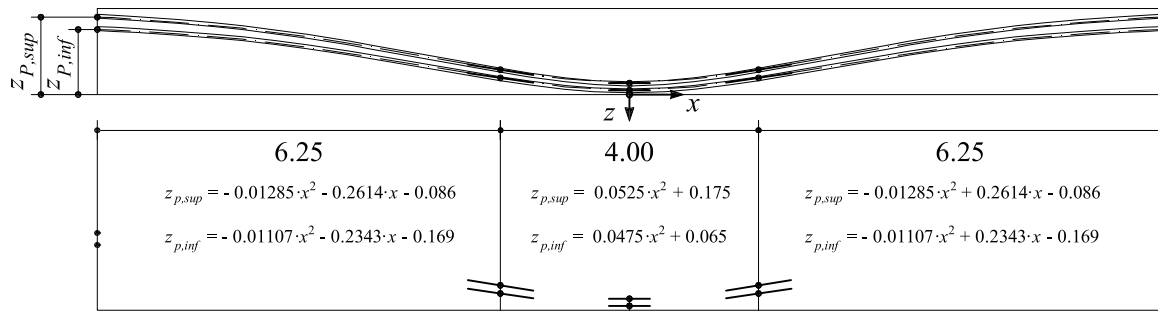
Les indications des plans de l'époque de la construction du viaduc (*en italique* au tab. 2.2) ont été comparées avec des mesures faites sur toutes les poutres (en normal au tab. 2.2).

Le centre de gravité des fils de précontrainte  $z_{p,sup}, z_{p,inf}$ , décrit par trois paraboles symétriques par rapport au milieu de la poutre, est montré avec la position de la gaine dans la figure 2.18. A part des exceptions mentionnées, ce rapport se réfère à la position des fils déterminée par ces paraboles.

## Renforcement à mi-travée de la poutre SH2

Pour pouvoir solliciter davantage à la flexion la poutre de part et d'autre du joint, l'armature de l'aile inférieure de la poutre SH2 a été renforcée au niveau du joint (fig. 2.19). Le béton de l'aile inférieure a été enlevé sur une longueur d'environ 1 m. Six torons à haute résistance avec  $A_s = 150$  mm<sup>2</sup> chacun ont ensuite été enfilés dans la cage d'armature, à une distance de 48 mm du bord inférieur de la poutre. Aux extrémités, les fils de ces torons ont été séparés et déformés, afin d'améliorer leur ancrage. Le tout a été bétonné avec un béton fibré à ultra haute performance autoplaçant.





**Tableau 2.2: Géométrie du câble mesurée / selon plan : Axe de la gaine, excentricité des fils, axe des fils**

$x$ [m]	-8.25	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0.03	0
<i>sup</i>											
$z_{gaine}$ [m]	1.206	1.200	1.130	1.035	0.909	0.745	0.558	0.375	0.230	0.165	0.165
$e_{z,p}$ [mm]	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	10	10	10	10
$z_{p,sup}$ [m]	1.196	1.190	1.120	1.025	0.899	0.735	0.548	0.385	0.240	0.175	0.175
<i>inf</i>											
$z_{gaine}$ [m]	1.020	1.010	0.950	0.865	0.746	0.589	0.417	0.245	0.110	0.055	0.055
$e_{z,p}$ [mm]	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	10	10	10	10
$z_{p,inf}$ [m]	1.010	1.000	0.940	0.855	0.736	0.579	0.407	0.255	0.120	0.065	0.065

## 2.3 Matériaux

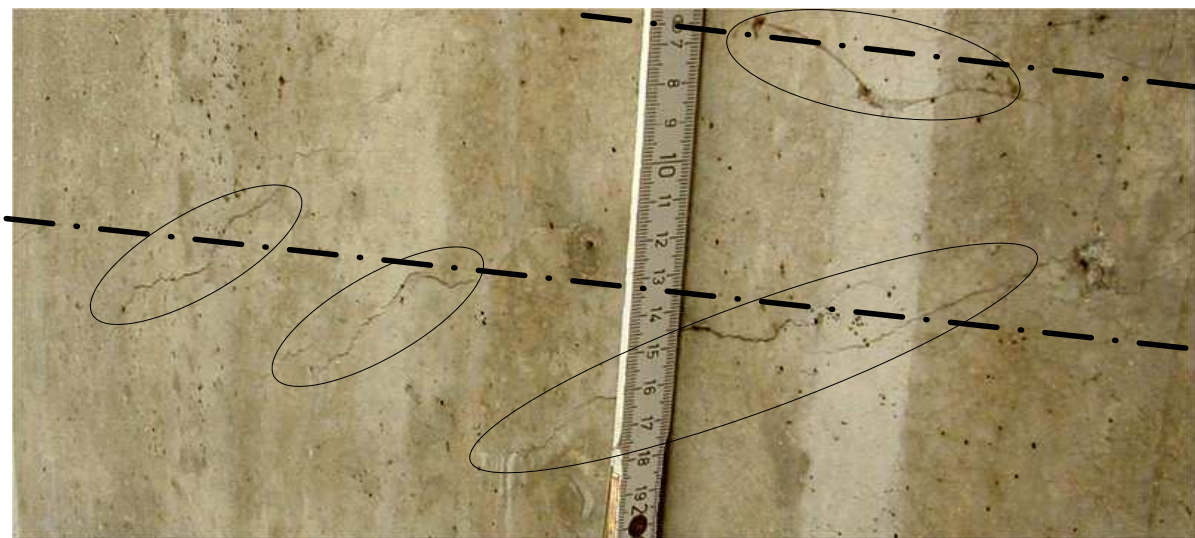
L'état des poutres est généralement bon.

L'âme ne montre pas de fissuration visible, à part le long du câble supérieur (fig. 2.20). Celle-ci est probablement due à la mise en place du béton lors de la fabrication. Vu la précontrainte importante, aucune fissuration n'a été constatée sur l'aile inférieure des poutres. Deux fissures induites par la précontrainte sont présentes dans l'aile supérieure au milieu de la poutre (fig. 2.14).

A en juger d'après les coupes effectuées, les gaines de précontrainte ont été injectées sans créer de



**Figure 2.19: Renforcement pour la poutre SH2 à mi-travée par des torons, confinés par du béton fibré à ultra haute performance**



**Figure 2.20: Etat du béton : fissuration de l'âme le long des câbles de précontrainte**

vides (fig. 2.18). Les fils forment un groupement compact, ce qui a probablement réduit la qualité de l'adhérence. Aux extrémités des poutres, la coupe des fils lors de l'extraction par sciage a provoqué un glissement des fils de plusieurs millimètres (fig. 2.21 (a)). La figure 2.21 (b) montre la gaine ouverte après essai, extraite dans la zone de rupture.

Les échantillons utilisés pour déterminer le comportement des matériaux ont été prélevés sur les cinq poutres par carottage, sciage et extraction par marteau piqueur (fig. 2.22). Il s'agit de cylindres et de prismes en béton, des barres d'armature et des câbles, dont des fils ont été extraits. Le fait que chaque poutre est formée de deux éléments préfabriqués a nécessité des prélèvements de béton dans la partie Nord et Sud de l'âme. Lors du carottage des cylindres de l'aile supérieure, la couche du béton préfabriqué ne s'est pas séparée de la partie bétonnée in-situ. Pour les essais sur cylindre, cette couche a été enlevée.

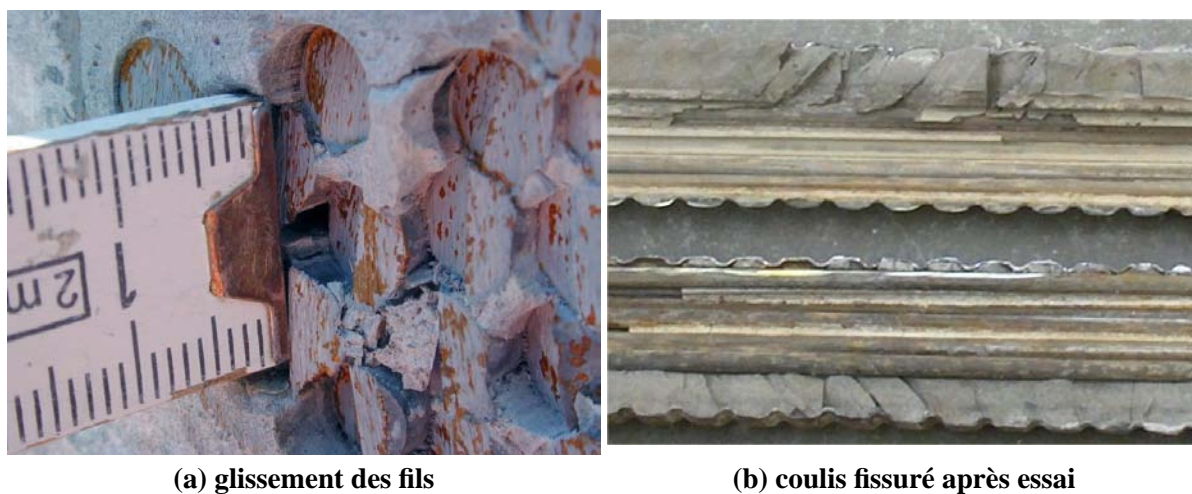


Figure 2.21: Etat des câbles de précontrainte

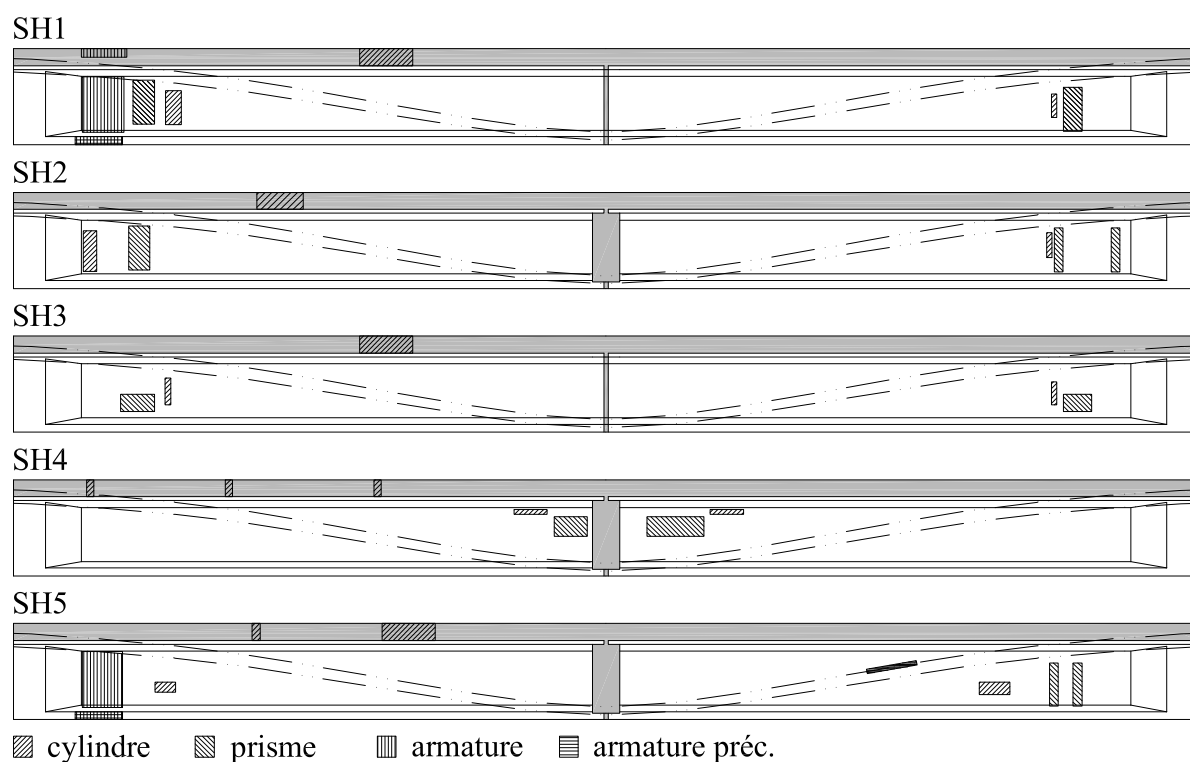


Figure 2.22: Prélèvement des échantillons sur les poutres

**Tableau 2.3: Caractéristiques des bétons (selon plan sauf granulométrie)**

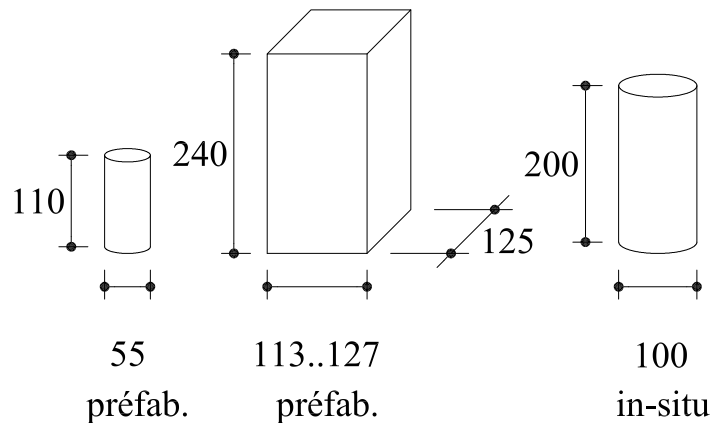
Partie [-]	Type [-]	Teneur en ciment [kg/m <sup>3</sup> ]	Granulométrie [mm]	$\beta_{w,nom,28}$ [MPa]
In-situ	BH300	300	0/32	30
Préfabriqué	BS325	325	0/16	>37.5

## Béton

Selon la documentation disponible, le béton est du type BH 300 à haute résistance pour la dalle de roulement et du type BS 325 aux exigences spéciales pour la partie préfabriquée, selon la norme SIA 162 de 1968 [5]. Cette norme n'est entrée en vigueur qu'en 1968, alors que le pont a été construit en 1967. Des versions préliminaires ont dû être à disposition.

Cette norme exige des contrôles de la résistance sur cube et des granulats pour les deux types de béton. La résistance nominale sur cube  $\beta_{w,nom,28}$  doit être atteinte par 5/6 des cubes testés. Pour un béton BS, il faut en outre prouver par des essais préliminaires que la qualité requise peut être atteinte lors de la fabrication. Les caractéristiques des bétons sont données dans le tableau 2.3. La granulométrie a été déterminée sur les échantillons.

Les propriétés du béton ont été mesurées sur des cylindres et prismes dans le cas du béton préfabriqué, et sur des cylindres dans le cas du béton fabriqué in-situ (fig. 2.23 et tab. 2.4 à 2.6). Les résultats sont montrés ainsi que le nombre d'essais (entre parenthèses).

**Figure 2.23: Echantillons en béton prélevés sur les poutres ; dimensions approximatives**

La dimension latérale des prismes correspond à l'épaisseur de l'âme  $b_w$ . Pour leur taille, les résultats obtenus sur les prismes ont été jugés plus représentatifs pour la résistance en compression  $f_{cm}$  des éléments préfabriqués que ceux obtenus sur les cylindres.

Les résultats sont supérieurs aux exigences de la norme, dû au vieillissement du béton. Les valeurs sont comparables à celle de Zwicky et Vogel, qui ont fait des essais sur des poutres issues d'un pont similaire [7].

La résistance  $f_{cm}$  vaut entre 47..60 MPa pour l'âme et entre 45..60 MPa pour la dalle de roulement.

Le module sécant  $E_c$  a été mesuré sur des cylindres, sous des conditions variables. C'est pour cette raison que sa valeur est de qualité indicative. La résistance à la traction a été mesurée par des essais de traction axiale sur les cylindres de l'âme seulement.

**Tableau 2.4: Résistance du béton mesurée sur cylindre pour les éléments préfabriqués**

Poutre [-]	Partie [-]	$h$ [mm]	$d$ [mm]	$f_{cm}$ (#) [MPa] [-]	$E_{cm,sec}$ (#) [GPa] [-]	$\Delta\sigma_{c,sec}$ [MPa]	$f_{ctm,ax}$ (#) [MPa] [-]
SH1	Nord	110	55	67.0 (3)	35.5 (1)	4.5	3.2 (3)
SH1	Sud	110	55	59.3 (2)	33.0 (1)	4.5	-
SH2	Nord	110	55	49.1 (3)	26.5 (1)	4.5	3.0 (3)
SH2	Sud	110	55	62.3 (3)	36.0 (1)	20.5	-
SH3	Nord	110	55	59.2 (3)	31.0 (1)	4.5	-
SH3	Sud	110	55	63.0 (3)	35.5 (1)	4.5	-
SH4	Nord	110	55	62.4 (3)	34.0 (1)	4.5	-
SH4	Sud	110	55	70.7 (3)	36.0 (1)	4.5	-
SH5	Nord	110	55	42.9 (3)	35.8 (3)	7.5	-
SH5	Sud	110	55	43.1 (3)	33.8 (3)	9	2.5 (3)

**Tableau 2.5: Résistance du béton mesurée sur prisme pour les éléments préfabriqués**

Poutre [-]	Partie [-]	$h$ [mm]	$b_w$ [mm]	$d$ [mm]	$f_{cm}$ (#) [MPa] [-]
SH1	Nord	239	124	119	53.4 (4)
SH1	Sud	240	125	120	48.0 (2)
SH2	Nord	239	125	113	52.3 (4)
SH2	Sud	234	125	119	53.9 (4)
SH3	Nord	238	124	127	55.8 (2)
SH3	Sud	239	124	117	56.5 (2)
SH4	Nord	240	127	117	49.5 (3)
SH4	Sud	243	127	117	60.0 (2)
SH5	Sud	240	125	119	47.2 (4)

**Tableau 2.6: Résistance du béton mesurée sur cylindre pour la dalle de roulement**

Poutre [-]	$h$ [mm]	$d$ [mm]	$f_{cm}$ (#) [MPa] [-]	$E_{cm,sec}$ (#) [GPa] [-]	$\Delta\sigma_c$ [MPa]	$f_{ctm,ax}$ (#) [MPa] [-]
SH1	191	94	48.2 (3)	33.5 (1)	14	-
SH2	191	94	44.9 (3)	36.0 (1)	14	-
SH3	191	94	53.7 (3)	35.5 (1)	14	-
SH4	191	94	59.2 (2)	37.0 (1)	14	-
SH5	206	103	46.2 (3)	36.2 (3)	10	-

## Armature

Selon la documentation disponible, l'acier passif de la dalle de roulement est du type IIIa, alors que l'acier passif des éléments préfabriqués est du type IIIb selon la norme [5] de l'époque (fig. 2.24). La corrosion de l'armature extraite est faible (fig. 2.25).

### Exigences requises pour les aciers d'armature

Groupe	Désignation de l'acier	d <sup>2)</sup> mm	Limite apparente d'élasticité (2%) $\sigma_{2.0}$ en kg/cm <sup>2</sup>		Résistance à la traction en kg/cm <sup>2</sup> minimum	Allonge- ment de rupture en % minimum	Dépliage après pliage et vieillesse- ment	Pliage simple	Cisail- lement	Rapport $\sigma_{2.0}/\beta_z$ à titre indicatif
			valeur nominale <sup>1)</sup>	valeur minimum						
I	Acier d'armature	6-30	—	2400	3700	25	—	—	—	—
II	Acier d'armature	n'est plus normalisé								
III	Acier d'armature IIIa de dureté naturelle	6-30	4600	4300	5600	16	selon directive N° 10	—	—	—
	IIIb écroui à froid	6-30	4600	4300	4800	13	selon directive N° 10	—	—	max. 0,95
IV	Treillis d'armature fil sans soudure	4-12	5400	5000	5700	8	selon directive N° 10	—	—	max. 0,95
	au point de sou- dure		—	—	5400	—	—	selon direc- tive N° 11	selon direc- tive N° 12	—

<sup>1)</sup> Valeur nominale: 5% au plus de l'ensemble de la production peut être inférieur à la valeur nominale. Les valeurs inférieures à la valeur nominale ne doivent toutefois pas descendre au-dessous de la valeur minimum. Pour une très grande série de résultats, on peut admettre quelques valeurs isolées inférieures au minimum, pour autant que la sécurité de l'ouvrage ne soit pas mise en danger.

<sup>2)</sup> Les aciers de diamètre supérieur à 30 mm ne sont plus normalisés.

Figure 2.24: Acier d'armature passive selon la norme SIA 162 de 1968 [5]

L'acier "Box" de la dalle de roulement est un acier qui présente un palier d'écoulement faiblement marqué (fig. 2.26 et tab. 2.7). Ceci peut venir de la sollicitation dans le pont existant.

L'acier utilisé pour les éléments préfabriqués est du type "Tor", un acier tordu à froid sans palier d'écoulement et avec peu d'allongement ultime (tab. 2.8).

Par rapport à la norme [5], les résultats d'essais montrent que le type "Box" est à peu près conforme au groupe IIIa, mais avec un rapport  $f_t/f_{s,0.2\%}$  très élevé, ce qui caractérise aussi le type "Tor". Celui-ci est nettement plus résistant que tous les groupes d'acier proposés par la norme, et aussi plus fragile.

Avec la résistance des étriers, le taux d'armature mécanique d'étriers suivant est obtenu pour toutes les poutres :

$$\omega_z = \rho_z \cdot \frac{f_{sm}}{f_{cm}} = \frac{2 \cdot 10^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{125 \cdot 200} \cdot \frac{582}{47 \cdot 60} = 0.078 \cdot 0.061 \quad (2.2)$$





Figure 2.25: Armature (du haut en bas) : acier passif "Box" (dalle de roulement), acier passif "Tor" (éléments préfabriqués), acier de précontrainte "1500/1700" (éléments préfabriqués)

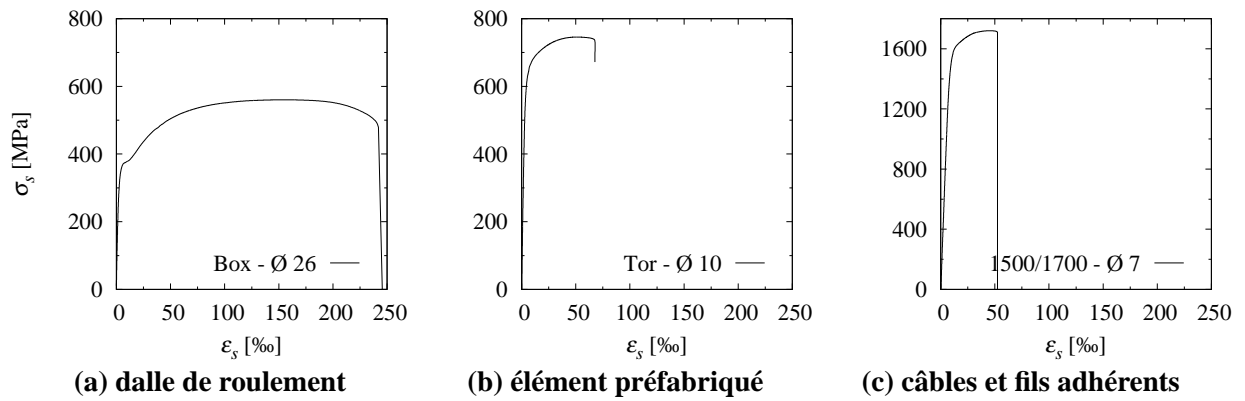


Figure 2.26: Contrainte et déformation mesurées pour les barres d'armature (longueur de mesure : 100 mm)

Tableau 2.7: Propriétés mesurées de l'acier passif de type "Box" de la dalle de roulement

Ø [mm]	$f_{sm,0.2\%}$ [MPa]	$f_{tm}$ [MPa]	$f_{tm}/f_{sm,0.2\%}$ [-]	$\epsilon_u$ [%]	(#)
12	392	544	1.39	15.2	3
20	374	521	1.39	11.5	1
26	371	560	1.51	15.5	1

Tableau 2.8: Propriétés mesurées de l'acier passif de type "Tor" des éléments préfabriqués

Ø [mm]	$f_{sm,0.2\%}$ [MPa]	$f_{tm}$ [MPa]	$f_{tm}/f_{sm,0.2\%}$ [-]	$\epsilon_u$ [%]	(#)
8	624	747	1.20	5.7	5
10	582	730	1.25	4.9	5

L'acier de précontrainte est du type VSL mit  $f_{pk,0.1\%}/f_{pk} = 1500/1700$  pour les câbles et les fils adhérents, sans palier d'écoulement et avec un allongement ultime caractéristique pour ce genre d'aciers (tableaux 2.9 et 2.10). Il s'agit de fils lisses sans profil. Les fils issus des câbles sont plus résistants que les fils de l'aile inférieure. Ceci provient probablement d'une meilleure protection contre la corrosion. La gaine utilisée est en acier avec un diamètre de 60 mm (fig. 2.27). La gaine supérieure est particulièrement rouillée à l'endroit des fissures préexistantes dans l'âme (fig. 2.20).

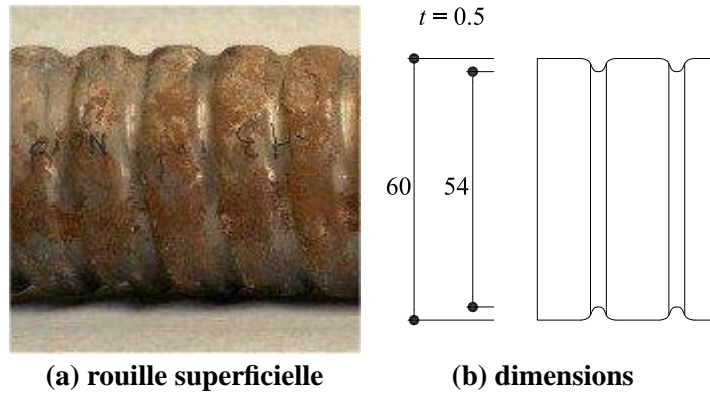


Figure 2.27: Gaine de précontrainte

Tableau 2.9: Propriétés mesurées de l'acier précontraint de type "1500/1700" des câbles de précontrainte

$\varnothing$ [mm]	$f_{pm,0.1\%}$ [MPa]	$f_{pm}$ [MPa]	$f_{pm}/f_{pm,0.1\%}$ [-]	$\varepsilon_u$ [%]	(#) [-]
7	1457	1738	1.19	4.5	3

Tableau 2.10: Propriétés mesurées de l'acier précontraint de type "1500/1700" des fils adhérents

$\varnothing$ [mm]	$f_{pm,0.1\%}$ [MPa]	$f_{pm}$ [MPa]	$f_{pm}/f_{pm,0.1\%}$ [-]	$\varepsilon_u$ [%]	(#) [-]
7	1340	1707	1.27	4.6	5

## Précontrainte

Les fils des câbles ont été précontraints in-situ par une contrainte initiale  $\sigma_{p0} = 1190$  MPa et les fils adhérents de l'aile inférieure en atelier sur un banc de précontrainte par  $\sigma_{p0} = 1150$  MPa, ce qui correspond à respectivement  $0.7 \cdot f_{pk}$  et  $0.68 \cdot f_{pk}$ .

Les fils adhérents s'arrêtent au joint de clavage au milieu de la poutre. Sur le viaduc, la précontrainte des câbles a été appliquée sur une longueur totale de 100 m, probablement depuis les deux extrémités des câbles. Ensuite les câbles ont été injectés avec du coulis de ciment par des buses d'injection placées à mi-travée (précontrainte par post-tension avec adhérence). Les poutres extraites viennent de la travée centrale par rapport au câblage de 100 m, ce qui fait qu'elle ne contiennent aucune tête d'ancrage. L'ancrage aux extrémités des poutres d'essai se fait alors par adhérence ; en conséquence les fils ont glissé aux extrémités après la coupe (fig. 2.21 (a)).



Les pertes de précontrainte dues au frottement lors de la mise en tension, dues aux effets différés et dues à l'extraction sont certainement importantes. Lors d'un essai réalisé à l'EMPA sur une poutre du même viaduc [1], l'âme a été ouverte à plusieurs endroits et les fils des câbles coupés, tout en mesurant leur raccourcissement. A  $\ell/4$ , celui-ci est de  $\varepsilon_p = 3.4\text{‰}$  ; au joint à mi-travée il vaut moins, environ  $\varepsilon_p = 2.6\text{‰}$ . La précontrainte des fils adhérents de part et d'autre du joint avait probablement réduit la précontrainte dans le câble à cet endroit par fluage.

Le fait que les câbles sont la seule armature tendue continue à mi-travée a conduit à une concentration de la fissuration flexionnelle au droit du clavage, avec une ouverture importante en état de service. Le problème de fatigue par frottement des fils sous l'amplitude de la variation de contrainte dans les câbles a mené au remplacement du viaduc.



## 3 Gestion des essais

### 3.1 Bâti d'essai

Le bâti d'essai est composé de deux systèmes fondamentaux : la partie qui permet d'introduire les charges (bâti de charge, fig. 3.1), et celle qui permet de reprendre les efforts dus à l'excentricité de l'âme et de l'aile inférieure  $e_y$  par rapport à l'aile supérieure, au milieu de la poutre (bâti de fourche, fig. 3.2). Cette excentricité est due à la curvilinearité de l'axe du viaduc.

#### Bâti de charge

Les poutres ont été testées à l'intérieur du laboratoire de l'Institut de Structures de l'EPFL, sur le sol de réaction (fig. 3.1). L'ancrage se fait par des barres précontraintes insérées dans des trous traversant la dalle du laboratoire. Celle-ci contient  $2 \times 2$  trous, espacés de 360 mm, chaque 1.20 m dans les axes Nord-Sud et Est-Ouest.

Les poutres ont été placées dans le laboratoire selon l'axe Nord-Sud. La poutre repose sur deux appuis. L'appui Nord autorise la rotation (demi-cylindre en acier à haute résistance) et permet le déplacement horizontal dans le sens longitudinal grâce à un plan de glissement (teflon entre deux plaques d'acier). L'appui Sud est du même type, mais fixe. Le mouvement hors plan est empêché pour les deux appuis.

Les deux charges verticales  $F$  d'intensité égale sont appliquées par deux cadres métalliques qui contiennent chacun deux vérins (fig. 3.1 coupe B-B). Les quatre vérins sont branchés sur le même système hydraulique. Les cadres s'appuient contre des barres en acier à haute résistance ancrées dans le sol de réaction. L'introduction de la force se fait par des plaques métalliques, sous lesquelles une couche de mortier est appliquée. Un appui basculant (demi-cylindre en acier à haute résistance) se trouve entre chaque cadre et les plaques métalliques. Une traverse disposée entre les deux cadres de réaction assure la stabilité.

La charge horizontale  $H$  est introduite à chaque extrémité de la poutre par deux vérins (fig. 3.1 coupe C-C). Ceux-ci s'appuient contre des barres horizontales en acier à haute résistance qui relient les deux extrémités de la poutre, permettant ainsi d'exercer un effort normal de compression excentré sur celle-ci, et au cadre de réaction de "flotter" avec la poutre. Durant la partie du chargement où la charge  $H$  était nulle, le cadre de réaction ainsi que les barres reposent sur des supports en bois de hauteur ajustée, libérant la poutre de ce poids. L'effort normal excentré est nécessaire pour pouvoir atteindre une rupture par effort tranchant en évitant la ruine par flexion. Pour garantir la stabilité des cadres de réaction, les barres horizontales sont encastées dans les cadres et leur position exacte assurée par un chablon de précision épousant la forme des vérins et des barres.

Deux vérins ont été nécessaires à chaque extrémité de la poutre pour garantir une course de vérin suffisante pour la charge  $H$ . Ces quatre vérins sont alimentés par le même système hydraulique. Durant le chargement, seulement les vérins d'une extrémité sont sortis à la fois. Ce système hydraulique est

indépendant du système de mise en charge verticale.

Aux extrémités, une précontrainte externe orientée verticalement est appliquée en prétendant des barres d'acier à haute résistance contre la structure, à une force de  $F_{p0,ext} = 1.0\text{ MN}$  par extrémité de poutre (fig. 3.1, coupe A-A). Ces "étriers externes" sont nécessaires afin d'assurer l'introduction de la charge  $H$  sans provoquer la ruine locale par défaillance de l'armature verticale. Une couche de mortier est également appliquée ici, entre des plaques métalliques et la poutre.

Pour l'essai SH4a, les charges  $F$  sont introduites proche de l'extrémité Nord (chap. 2). Le joint au milieu de la poutre est soumis à un effort tranchant non négligeable, alors qu'il constitue un point faible par rapport à l'effort tranchant. Pour éviter sa rupture, des cadres de réaction selon le même principe et avec la même fonction que les "étriers externes" ont été placés à 250 mm de part et d'autre du joint, chacun précontraint avec 0.7 MN.

Pour l'essai SH4b, qui a été réalisé sur la même poutre après la rupture de SH4a, l'appui Nord et le cadre de réaction des charges  $F$  ont été déplacés vers le Sud, mettant ainsi la zone rompue hors sollicitation par effort tranchant. Le reste du bâti est identique à l'essai SH4a.

La figure 3.1 indique le poids de chaque cadre, qui comprend la moitié du poids des barres dans le cas de chaque cadre de réaction de la charge  $H$ . Les charges  $g$  due au poids propre et  $g'$  due au bâti sont simplifiées comme des charges réparties constantes :

$$g = 10.9 \text{ kN/m}, g' = 8.7 \text{ kN/m} \quad (3.1)$$

### Bâti de fourche

L'axe du viaduc étant curviligne, les éléments préfabriqués ont été posés avec un angle entre les plans de leur âme ; l'axe longitudinal de ces éléments (et donc celui des âmes et de l'aile inférieure) possède donc un "coude" à mi-travée.

Par contre, l'aile supérieure des poutres avait été découpée de manière droite dans la dalle de roulement du viaduc. Il en résulte une excentricité  $e_y$  de l'âme et de l'aile inférieure par rapport à l'aile supérieure à mi-travée qui varie entre 48 et 55 mm pour les cinq poutres testées (chap. 2). Comme les poutres sont placées au laboratoire selon l'axe Nord-Sud, l'âme et l'aile inférieure sortent du plan vers l'Ouest (figures 3.1 et 3.2).

Lors de l'essai, la charge  $H$  induit ainsi à mi-travée une poussée vers l'Ouest. Un appui transversal est chargé de reprendre cet effort au milieu de la poutre (figures 3.2 coupe E-E). Il n'entrave pas le mouvement vertical de la poutre.

Les charges  $F$  sont appliquées de manière centrée par rapport au plan de l'âme, de même que les réactions d'appui (fig. 3.1). Or, à cause de l'excentricité  $e_y$ , les charges et les réactions ne se situent pas dans le même plan. Il en résulte des moments de torsion qui sont repris par des appuis à fourche sur les appuis (figures 3.2 coupe D-D) et par l'appui transversal, qui empêchent la rotation de la poutre autour de son axe longitudinal.

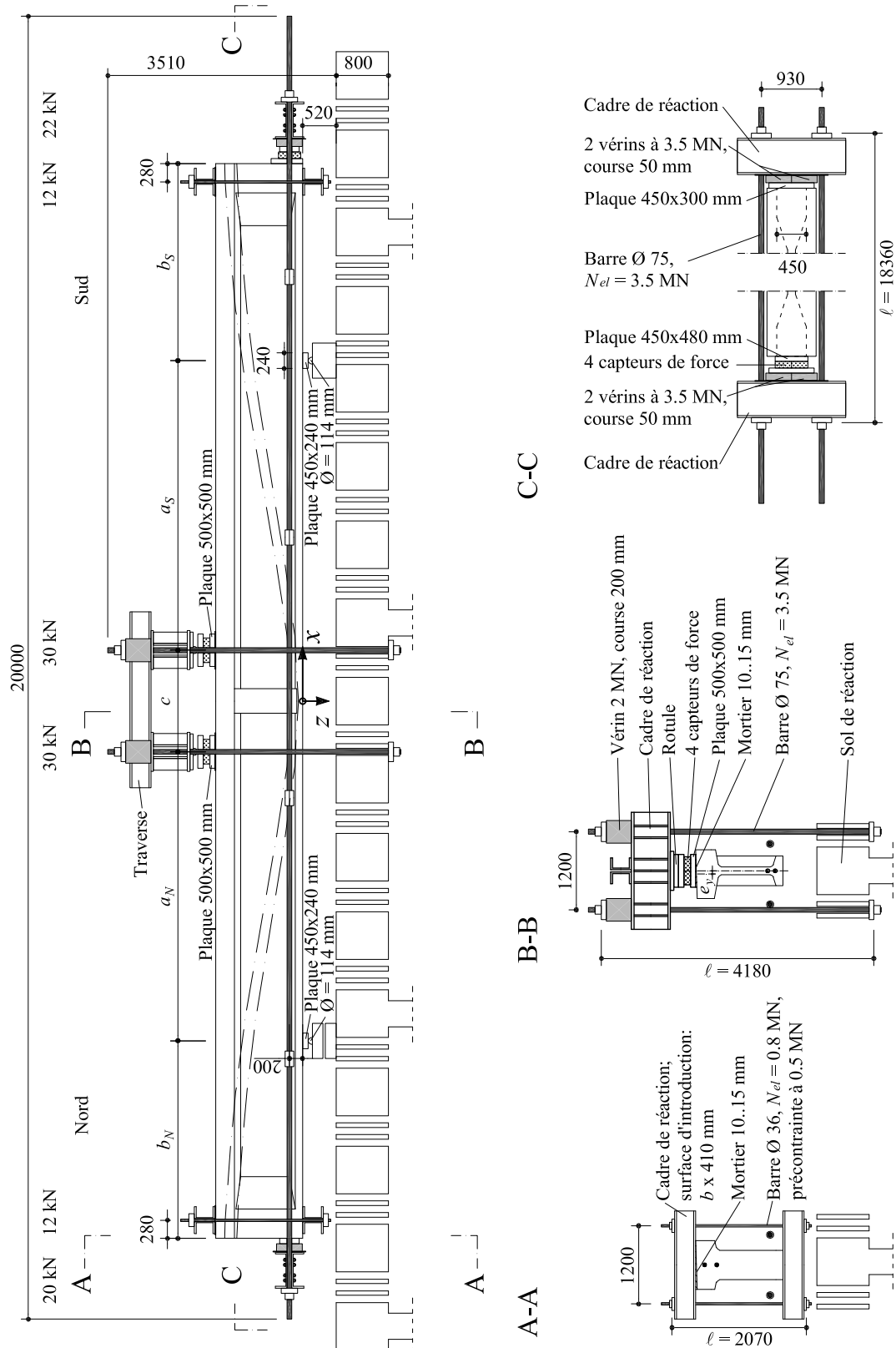


Figure 3.1: Partie du bâti pour appliquer les charges : "étriers externes" (A-A), introduction des charges  $F$  (B-B) et de la charge  $H$  (C-C) ; position des appuis et des charges : voir tab. 2.1

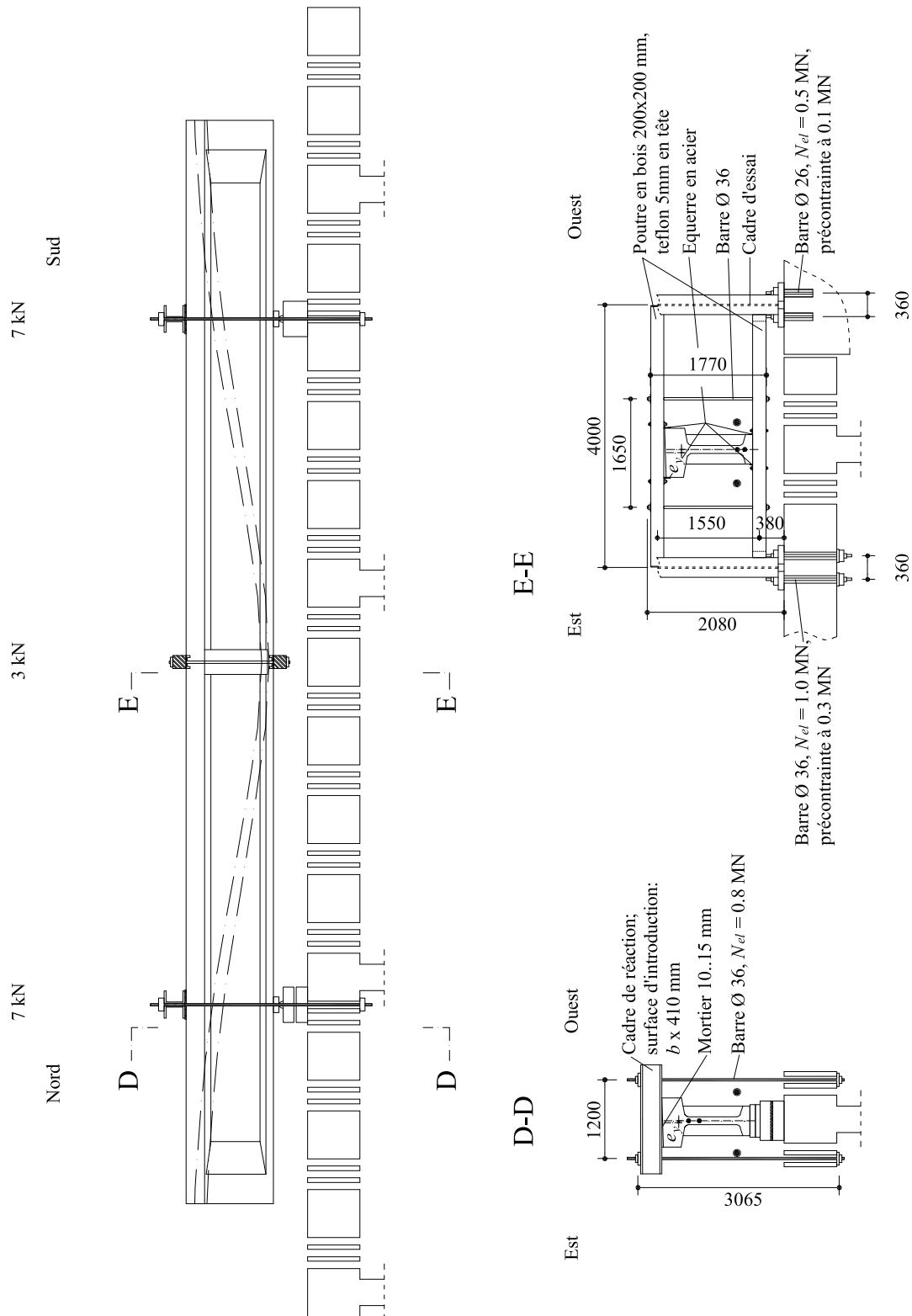


Figure 3.2: Partie du bâti pour reprendre les efforts hors du plan et de torsion dus à l'excentricité  $e_y$  : l'appui à fourche aux appuis (D-D) et l'appui transversal au milieu de la poutre (E-E)

## 3.2 Mesures

### Mesures en continu

Toutes les mesures en continu ont été faites sur la face Est des poutres. Les types de capteurs suivants sont utilisés :

- Capteur de force
- Capteur de pression
- Capteur inductif (déplacement)
- Jauge oméga (déplacement)
- Jauge d'extensométrie (déformation)
- Inclinomètre (rotation)
- Thermomètre (température au laboratoire)
- Horloge de l'ordinateur (temps)

Les capteurs inductifs ont une non-linéarité du signal de 0.4 % de la plage. Une jauge oméga est une jauge d'extensométrie montée sur un support dont la déformation est corrélée au déplacement de ses deux extrémités, donnant ainsi un signal de déplacement. Les jauges oméga ont une non-linéarité de 1 %. Jusqu'à 160 mesures sont enregistrées à la fois. Deux amplificateurs de mesures sont actionnés avec une fréquence maximale de 0.05 Hz par le logiciel Labview 6, ce qui permet d'afficher les données pour piloter l'essai et de les enregistrer sur le disque dur de l'ordinateur. Les canaux du premier amplificateur vont de 00 à 99, et ceux du deuxième, uniquement utilisé pour les jauges oméga, de 6000 à 6059. Les inclinomètres sont actionnés depuis un deuxième ordinateur.

La position et le canal des capteurs qui mesurent des valeurs en axes globaux sont montrés à la figure 3.3. Le numéro du canal  $y$  est indiqué ('I' indique 'inclinomètre').

Quatre capteurs de force avec une capacité de 2 MN chacun sont placés en disposition  $2 \times 2$  sous chaque charge  $F$ , et la charge horizontale  $H$  (côté Sud).

Sur les canaux 00 et 01 un manomètre mesure respectivement la pression du circuit des charges  $F$ , et la pression du circuit de la charge  $H$ .

Des capteurs inductifs mesurent la flèche de la poutre et son déplacement longitudinal aux appuis. La position verticale des barres à l'Est et Ouest des barres qui servent à introduire l'effort  $H$  est mesurée sauf pour l'essai SH5.

Les inclinomètres (I-1, I-2, I-3, I-4, I-6) mesurent la rotation de la poutre autour de l'axe  $y$ , ou de l'axe  $x$ , pour contrôler le comportement torsionnel. La plage des inclinomètres est de  $\pm 175$  mrad (I-6 :  $\pm 17.5$  mrad).

La température est mesurée près de la poutre, à environ 2 m de part et d'autre du milieu de la poutre.

Après l'essai SH4a et pour l'essai SH4b, les capteurs inductifs 42 et 20 sont déplacés avec l'appui Nord. Le cadre des charges  $F$  est déplacé sans les capteurs de force, car d'autres capteurs d'une capacité de 1 MN chacun étaient déjà en place à l'endroit prévu pour le cadre. Après le déplacement du cadre, ces capteurs sont branchés dans les canaux auparavant occupés par les capteurs de force devenus inutiles.

La position, le canal et la longueur de base de mesure des capteurs qui mesurent des valeurs en axes locaux sont montrés à la figure 3.4. L'instrumentation pour les essais SH4a et SH4b est la même.

Des capteurs inductifs ainsi que des jauges oméga sont utilisés pour mesurer l'allongement longitudinal du béton, en particulier de l'aile inférieure, sur appui et dans les zones de moment maximal. L'emplacement et la longueur de base de mesure sont généralement choisis en concordance avec la grille des mesures par déformètre, indiquée par l'ordonnée  $z_1, z_2, \dots, z_7$ . (section 3.2).

Pour les poutres SH3 et SH4, l'âme a été ouverte pour accéder aux fils des câbles de précontrainte à l'endroit de la tension maximale dans les câbles. Des capteurs inductifs fixés sur des fils ont permis de mesurer le glissement par rapport au béton adjacent de part et d'autre de l'ouverture. Vu la taille de l'ouverture, une certaine longueur de mesure était nécessaire pour fixer les capteurs, si bien que les fils





étaient à nu sur une certaine longueur. La figure 3.4 donne la longueur de mesure et la longueur sur laquelle les fils étaient à nu (dans cet ordre-ci). Des jauges d'extensométrie (canaux 90 à 95) sont collées sur les fils au même endroit pour mesurer leur allongement.

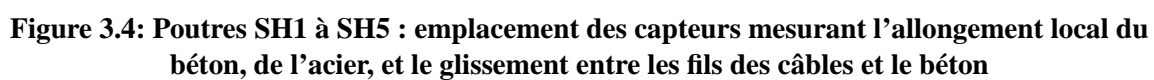
Pour tous les essais, le glissement entre les fils des câbles et le béton adjacent est mesuré aux extrémités des poutres, là où les câbles avaient été coupés lors de l'extraction du viaduc.

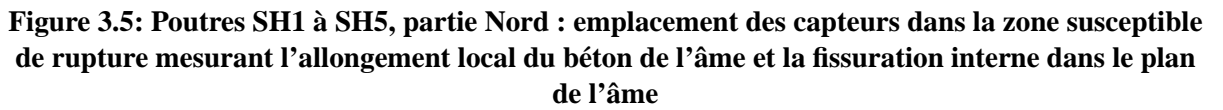
Vu que les fils se sont déplacés en bloc durant les essais, les mesures de glissement sont en général représentatives de la totalité des fils des câbles de précontrainte.

Des capteurs sont disposés dans la zone susceptible de rupture, entre les appuis et les charges  $F$  et proche des câbles de précontrainte (figures 3.5 et 3.6). Ils mesurent la déformation de l'âme dans le plan et la fissuration interne dans son plan. L'instrumentation pour les essais SH4a et SH4b est identique.

Des jauges oméga sont alignées sur la grille triangulaire à  $60^\circ$  des mesures ponctuelles faites avec le déformètre (voir plus loin), avec une longueur de mesure de 270 mm. Pour la poutre SH1, la grille est deux fois plus grande (540 mm) que celle du déformètre, ce qui a nécessité un décalage de la fixation des jauges oméga en cas d'intersection avec d'autres jauges du même type (mesures 6027 à 6031 pour SH1). Pour la poutre SH5, ces mesures n'ont pas été faites.

Des capteurs inductifs avec rallonge mesurent la fissuration interne dans le plan de l'âme à travers des trous d'un diamètre de 5 mm percé perpendiculairement dans l'âme avec une longueur qui correspond à  $b_w \approx 125$  mm. Leur position est généralement choisie comme le centre d'un triangle formé par la grille des jauges oméga. En absence de jauges oméga (SH5), la position de la grille du déformètre est indiquée aux figures 3.5 et 3.6.





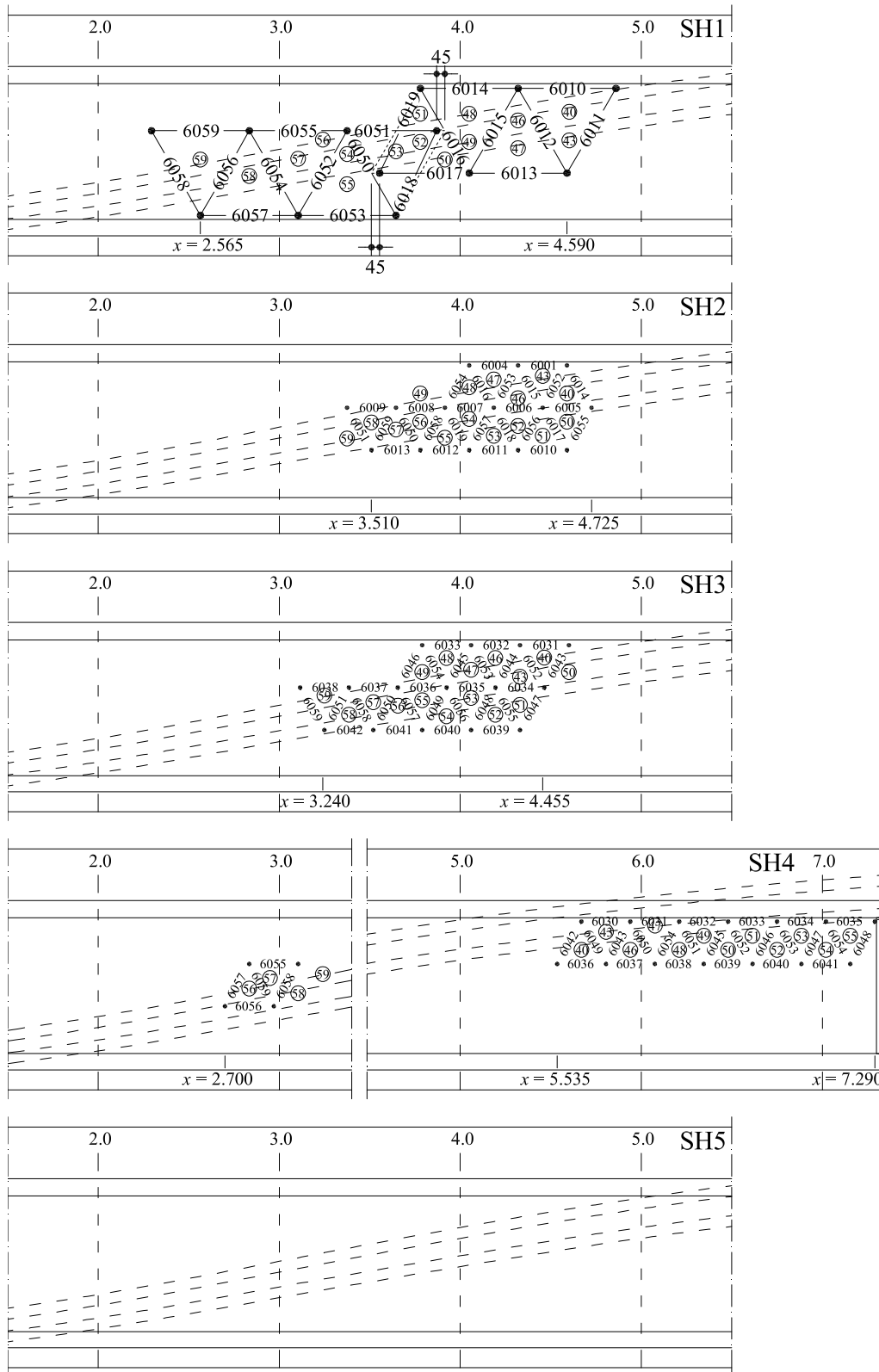


Figure 3.6: Poutres SH1 à SH5, partie Sud : emplacement des capteurs dans la zone susceptible de rupture mesurant l’allongement local du béton de l’âme et la fissuration interne dans le plan de l’âme

## Mesures ponctuelles

Toutes les mesures discontinues sont faites sur la face Ouest des poutres, mises à part les exceptions mentionnées dans la suite concernant la poutre SH5. Les types de mesure suivants sont faits :

- Déformètre (allongement)
- Fissuration (position et ouverture)
- Photogrammétrie (déplacement)
- Protocole

Le déformètre est un appareil portable avec un capteur inductif d'une plage de  $\pm 5$  mm et d'une résolution de  $1\mu\text{m}$ , doté de deux aiguilles aux extrémités et d'un amplificateur de mesure. Durant les essais, une personne pose l'appareil par l'intermédiaire des aiguilles dans des pastilles de mesure en aluminium collées sur la surface du béton, et la mesure est actionnée par un câble par une deuxième personne à l'ordinateur, à l'aide du logiciel Labview 6. L'enregistrement se fait sur le disque dur.

Chacune des 600 à 900 mesures par poutre est faite de cette manière (fig. 3.7). Toutes les 10 à 20 mesures, le déformètre est posé sur un calibre en métal de dilatation thermique très faible, afin d'éliminer l'influence de la température. Ces mesures ponctuelles ont nécessité un chargement par paliers. Une mesure complète dure ainsi entre 1 à 1.5 h par palier de charge.

Le déformètre est utilisé pour mesurer la déformation des ailes et de l'âme. Les pastilles de mesures sont placées dans une grille triangulaire à  $60^\circ$  avec une longueur de base de 270 mm. La position de la grille est identique pour toutes les poutres, alors que l'étendue de la grille et la numérotation varient. Pour les essais SH4a et SH4b, la grille et son étendue sont les mêmes.

Deux rangées de pastilles sont collées sur l'aile supérieure, quatre sur l'âme et une sur l'aile inférieure, au centre de gravité de l'armature. Les positions verticales de ces lignes sont nommées  $z_1, z_2, \dots, z_7$  et montrées au tableau 3.1 et à la figure 3.7. Une mesure ininterrompue de l'âme est possible là où l'entretoise a été enlevée (SH1 et SH3).

**Tableau 3.1: Position des pastilles de mesures  $z_1, \dots, z_7$  et des centres des triangles  $z_I, \dots, z_{VIII}$**

-	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$	-
[m]	-1.312	-1.078	-0.931	-0.697	-0.463	-0.230	-0.050	-
-	$z_I$	$z_{II}$	$z_{III}$	$z_{IV}$	$z_V$	$z_{VI}$	$z_{VII}$	$z_{VIII}$
[m]	-1.234	-1.156	-0.853	-0.775	-0.619	-0.541	-0.385	-0.307

Sur l'âme et l'aile supérieure, trois mesures qui forment un triangle sont utilisées pour calculer l'état de déformation au centre du triangle, en supposant un milieu continu :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{0^\circ}, \quad \varepsilon_z = \frac{1}{3} \cdot (-\varepsilon_{0^\circ} + 2 \cdot (\varepsilon_{60^\circ} + \varepsilon_{-60^\circ})), \quad \frac{\gamma_{xz}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (\varepsilon_{60^\circ} - \varepsilon_{-60^\circ}) \quad (3.2)$$

Les déformations en axes principaux et l'angle  $\theta$  entre l'axe horizontal et la direction principale de  $\varepsilon_3$  se calculent ainsi :

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_z}{2} \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + \gamma_{xz}^2}, \quad \theta = \text{atan}\left(2 \cdot \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_x}{\gamma_{xz}}\right) \quad (3.3)$$

Les centres des triangles forment huit rangées de points  $z_I \dots z_{VIII}$  (tab. 3.1 ; deux pour l'aile supérieure et six pour l'âme). Dans ce rapport, ces résultats sont représentées le long de ces rangées. Dans le cas de  $\varepsilon_x$ , il est par contre préférable de la représenter avec les positions  $z_1 \dots z_7$ , car cette déformation découle

directement des mesures horizontales.

Les numéros des mesures qui correspondent à l'emplacement des jauges oméga (SH5 : ceux qui entourent les capteurs traversants l'âme) ont été mis en **gras** à la figure 3.7.

La fissuration de la poutre est dessinée et photographiée à chaque palier de charge, permettant de déterminer la position des fissures (après correction de la distorsion des images). L'ouverture est déterminée visuellement à des endroits choisis. Les fissures de la poutre SH5 sont observées du côté Est.

Dans la zone de l'âme susceptible de rupture, une grille rectangulaire de cibles noires est placée de manière plus dense que la grille du déformètre. Au moins une fois par palier, une caméra actionnée à distance sur un support rigide prend une photo à haute résolution de cette grille. Des cibles de référence sur un support fixe se trouvent également dans le cadre de la photo. Il s'est avéré que la fissuration dans la zone de rupture était plus dense que la grille du déformètre, et même plus dense que la grille de ces cibles. Les résultats de ces mesures n'ont pas été exploités.

Un procès verbal est également tenu pour documenter les paramètres de contrôle, le comportement, les paliers, la rupture et les événements exceptionnels.

### 3.3 Exécution de l'essai

Le tableau 3.2 montre la date d'entrée au laboratoire, la durée d'essai et l'évacuation des poutres.

**Tableau 3.2: Manipulation des poutres**

Essai	Livraison	Essai	Durée	Evacuation
SH1	02.12.03	16.02.04 - 18.02.04	3 jours	03.03.04
SH2	03.03.04	05.04.04 - 06.04.04	2 jours	21.04.04
SH3	21.04.04	21.06.04 - 25.06.04	5 jours	02.07.04
SH4a	02.07.04	19.07.04	1 jours	30.07.04
SH4b	02.07.04	21.07.04 - 23.07.04	3 jours	30.07.04
SH5	17.07.03	03.09.03 - 05.09.03 08.09.03 - 11.09.03	6 jours	19.09.03

La préparation des essais comprend :

- Mise place des appuis
- Mise en place de la poutre
- Traitement de surface
- Mise en place du bâti
- Instrumentation
- Mesures à zéro

Le traitement de surface inclut le nettoyage, l'application de mortier, le collage des pastilles pour le déformètre, la peinture de la face photographiée et la notation des numéros des mesures du déformètre sur la poutre. Les mesures à zéro sont faites alors que tout le bâti repose déjà sur la structure.

Les forces, déplacements et déformations enregistrés représentent donc uniquement les effets des charges  $F$  et  $H$ . Pour le déformètre, deux mesures à zéro sont faites, dont la deuxième a été retenue.

Le chargement se fait par paliers. Les charges  $F$  sont actionnées par une pompe hydraulique manuelle. La charge  $H$  est actionnée par une autre pompe hydraulique manuelle, de manière indépendante. A chaque palier, un relevé intégral des fissures est réalisé. Après la stabilisation des déformations (environ 15 min.), une mesure par déformètre est faite. Celle-ci est intégrale sauf lors du palier 6 de l'essai SH2, car la poutre s'est rompue pendant la mesure. Les essais ont duré entre 1 et 6 jours. Quand l'essai a duré

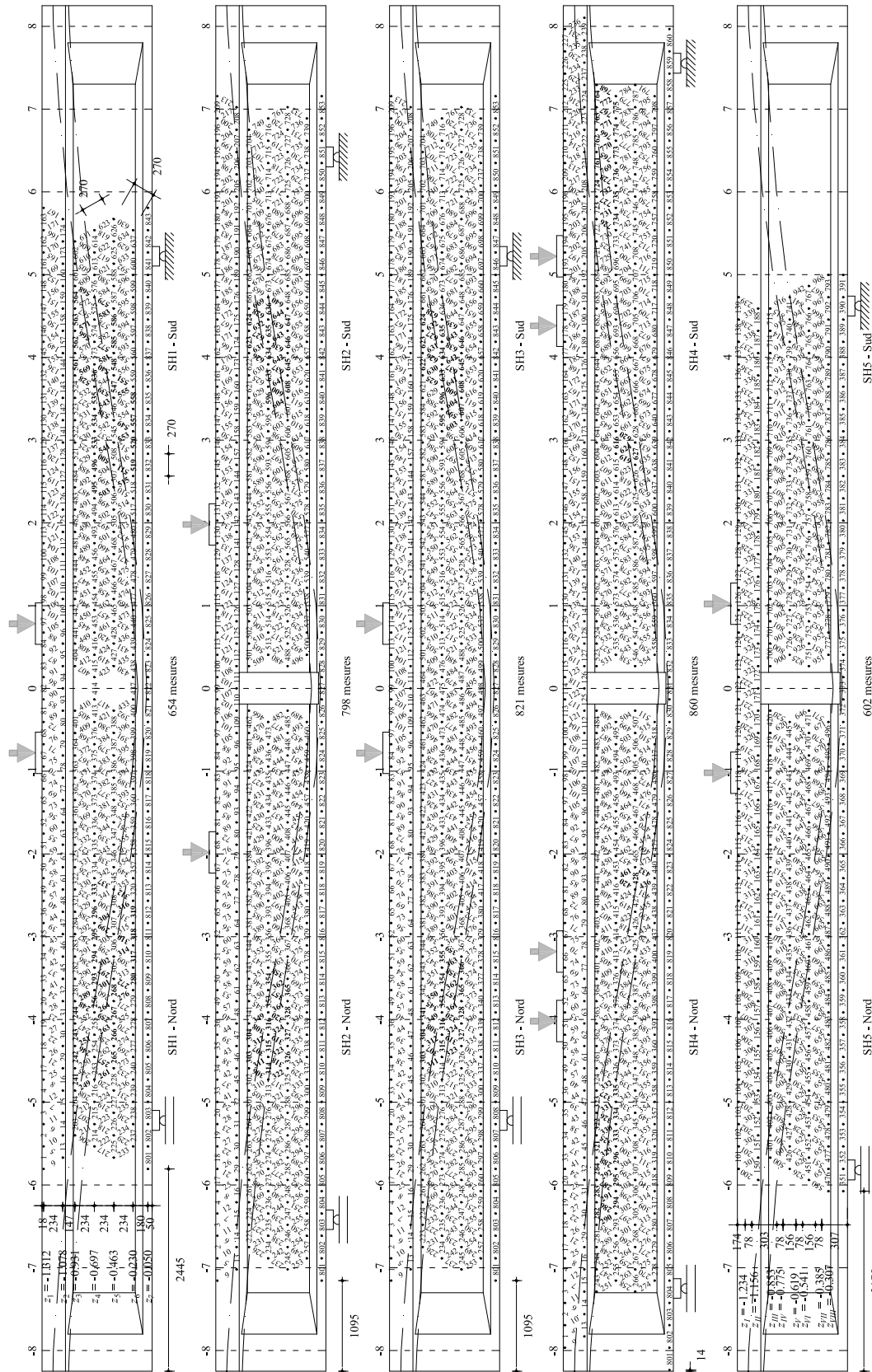


Figure 3.7: Poutres SH1 à SH5 : mesures par déformètre

**Tableau 3.3: Vitesse de chargement : augmentation de la flèche**

Essai	-	SH1	SH2	SH3	SH4a	SH4b	SH5
Vitesse	mm/min	1.6	2.4	2.6	3.4	2.0	0.2

plusieurs jours, les charges ont été maintenues durant la nuit.

L'essai comporte trois phases. Durant la première, seules les charges  $F$  sont actionnées (SH4a et SH5 : augmentation passive de  $H$  due à la déformation de la poutre) et l'essai correspond à un essai de flexion à quatre points. La vitesse moyenne du chargement manuel durant cette phase est donnée dans le tableau 3.3 comme l'augmentation de la flèche mesurée sous la charge  $F$  (SH2 : à mi-travée). Comme l'essai SH5 est le premier essai réalisé, la vitesse a été choisie plus prudemment. A la fin de la première phase, la sollicitation s'approchait de la résistance à la flexion.

Durant la deuxième phase, un paramètre de déformation qui gouverne la flexion est gardé constant en actionnant simultanément les charges  $F$  et  $H$ .

La troisième phase débute pour certains essais par une augmentation du paramètre de contrôle, dans le but de se rapprocher encore plus de la résistance à la flexion. La rupture marque la fin de la troisième phase.

Le chargement est monotone, à part pour les essais SH3 et SH5, qui comprennent un ou deux cycles.

Après l'essai, des échantillons sont prélevés sur les poutres pour les essais sur matériaux. L'évacuation d'une poutre correspond à l'entrée de la suivante, dans le but de minimiser la mobilisation des appareils de levage, notamment de l'autogru.

### 3.4 Variation de paramètres

Le tableau 3.4 tiré du chapitre 2 récapitule les paramètres géométriques des poutres. Vu que les matériaux sont comparables pour toutes les poutres, le type de chargement et ces valeurs géométriques constituent la variation paramétrique de la série d'essais.

L'effort tranchant entre appui et charge  $F$  est  $V_N = V_S = V = F$  pour les chargements symétriques, alors qu'il vaut pour les chargements asymétriques :

$$V_N = 2 \cdot F \cdot \frac{c/2 + a_S}{a_N + c + a_S}, \quad V_S = 2 \cdot F \cdot \frac{c/2 + a_N}{a_N + c + a_S} = 2 \cdot F - V_N \quad (3.4)$$

Les essais SH1 à SH3 sont chargés de manière symétrique. Ils ont le même système statique. La distance  $a_N = a_S = a$  entre l'appui et la charge  $F$  est choisie la plus grande possible, afin de maximiser la sollicitation des étriers et les déformations longitudinales dans cette zone. Sa valeur est limitée par la résistance à la flexion et la capacité du cadre de réaction de la charge  $H$ , qui doit être activée pour reprendre une partie de la flexion.

Le chargement est monotone dans le cas de SH1 et contient deux cycles dans le cas de l'essai SH3. Pour ce dernier, la charge  $H$  est activée seulement à un plus haut niveau d'effort tranchant.

Pour l'essai SH2 l'espacement  $c$  entre les charges  $F$  a été maximisé pour obtenir un moment important là où les câbles ont un bras de levier faible, afin de maximiser les déformations longitudinales dans l'âme. C'est dans ce but que la poutre a été renforcée à la flexion à mi-travée, où seulement les câbles de précontrainte sont continus. La distance  $c$  est alors limitée par l'ancrage des câbles de précontrainte aux extrémités de la poutre.

Les essais SH4a et SH4b sont réalisés avec un chargement asymétrique. La zone de l'effort tranchant maximal est choisie courte (SH4a), voire très courte (SH4b). La longueur entre appuis est choisie très longue pour maximiser l'effort tranchant dans la zone de rupture. Les distances entre appui et extrémité ( $b_N$  pour SH4a et  $b_S$  pour SH4b) sont très faibles, afin d'examiner l'ancrage des câbles de précontrainte.



**Tableau 3.4: Paramètres géométriques des essais**

Essai	$b_N$	$a_N$	$c$	$a_S$	$b_S$	$\ell$
[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
SH1	3.03	4.44	1.56	4.44	3.03	10.44
SH2	1.83	4.44	3.96	4.44	1.83	12.84
SH3	3.03	4.44	1.56	4.44	3.03	10.44
SH4a	1.00	3.23	0.84	10.73	0.70	14.80
SH4b	4.25	8.38	0.84	2.33	0.70	11.55
SH5	2.43	4.80	2.04	3.60	3.63	10.44

L'essai SH5 est fait avec les charges  $F$  placées de manière symétrique par rapport au milieu de la poutre et les appuis placés de manière asymétrique, avec une distance  $a_N$  plus grande que pour SH1, SH3 et SH3, et  $a_S$  plus petite. Ceci est dans le but de créer des déformations en flexion plus importantes dans la partie Nord, avec par contre un effort tranchant plus important dans la partie Sud. La distance entre les charges  $F$  est légèrement plus grande que pour SH1 et SH3.

La charge  $H$  a été appliquée de la même manière durant tous les essais.



## 4 Résultats

### 4.1 Dépouillement

Les amplificateurs de mesure transforment le signal brut des capteurs de l'unité milliVolt dans les unités physiques correspondantes (mm, mm/m = ‰, kN, bar, mrad). Les données enregistrées sur le disque dur sont corrigées en appliquant le signe correspondant aux axes globaux resp. à la convention "allongement = positif". Les charges sont notées avec le signe qui correspond à leur orientation donnée dans le chapitre 2.

Les valeurs erronées ont été supprimées des données. Elles étaient en partie dues à des capteurs tombés ou défectueux. Les capteurs de force sont en général en bonne concordance avec les manomètres des circuits hydrauliques. Lors de la décharge, les capteurs de force avaient un temps de réaction plus long, si bien que les mesures des manomètres ont été retenues.

Pour certains paliers et certaines poutres, la charge  $H$  a été augmentée de manière passive, suite à la déformation de la poutre, alors que les pistons des vérins n'étaient pas sortis et la pression mesurée de manière incorrecte. Dans ces cas, la charge  $H$  est représentée par la mesures des capteurs de force (SH2 et SH5).

La déformation verticale des appuis est inférieure à 0.4 mm. Pour les poutres SH1 et SH5, la mesure est erronée. Pour le calcul de la flèche et de la déformée de toutes les poutres, cette déformation a été négligée.

La grille de mesure du déformètre qui couvre l'âme peut être comprise comme une structure à treillis hyperstatique. Les imprécisions de mesure peuvent alors être éliminées en faisant un calcul avec un programme de statique en appliquant les déformations mesurées comme des déformations imposées. La rigidité des barres est attribuée selon la fiabilité de la mesure. Elle vaut zéro dans le cas d'une pastille décollée avant la mesure. La correction des mesures est faite en additionnant les déformations supplémentaires obtenues par le calcul statique aux déformations mesurées.

Les mesures à zéro de tous les capteurs et toutes les mesures discontinues ont été faites sur la structure déjà chargée par son propre poids et celui du bâti. Les efforts et déformations dans ce chapitre représentent donc uniquement l'effet des charges  $F$  et  $H$ , à part les exceptions mentionnées.

Durant les essais, la température était entre 19 et 22 °C, ce qui est considéré comme constant. Son influence est donc faible et sera négligée dans ce rapport.

### 4.2 Chargement et déformée

#### Paliers de charge et rupture

Les tableaux 4.2 à 4.7 montrent les paliers de charge avec les paramètres de contrôle pour tous les essais. Les valeurs maximales des forces et déformations ainsi que les valeurs après relaxation sont données. La relaxation durant un palier atteint environ 6 % pour l'effort tranchant, et 4 % pour la charge  $H$ . Les déformations sont très stables durant les paliers. La relaxation et le fluage sont moins prononcés

après l'activation de la charge  $H$ . Les poutres n'ont pas été déchargées durant la nuit. Trois phases de chargement peuvent être reconnues :

1.  $F$  active sans  $H$  (augmentation passive de  $H$  : SH4a, SH5) ; décompression et ouverture des fissures
2. Activation de  $H$  : limiter le paramètre de contrôle (ouverture des fissures ou allongement de l'armature)
3. SH1, SH2, SH5 : dépassement du paramètre de contrôle par augmentation surproportionnelle de  $F$  par rapport au  $H$  proche de la rupture

Pour l'essai SH3, la première phase allait plus loin par rapport à la résistance à la flexion que pour l'essai SH1.

Pour l'essai SH4a, le but était d'atteindre un allongement maximal des câbles. La rupture a eu lieu durant la première phase. Quant à l'essai SH4b, dans le but de limiter le glissement des câbles à l'extrémité Sud de la poutre, la troisième phase était en fait marquée par un déchargement des fils des câbles.

La poutre SH3 a subi deux cycles complets de déchargement-rechargement, dont un à la fin de la première phase, et un pendant la deuxième phase. La poutre SH5 a subi un cycle durant la deuxième phase avec un déchargement d'abord partiel, puis complet, suivi par le rechargement, rendu nécessaire par une intervention sur le bâti. Lors des cycles, les mêmes charges ont été atteintes après rechargement, avec une augmentation des déformations.

L'effort tranchant maximal est donné dans le tableau 4.1, avec la charge  $H$  atteinte au même moment. Ni l'effet du poids propre, ni celui du bâti n'est inclus dans ces valeurs. L'effort tranchant atteint est le plus grand pour les essais SH4b et SH5, suivi de SH3, SH1, SH2 et SH4a.

**Tableau 4.1: Effort tranchant maximal dû aux charges  $F$  (sans poids propre ni poids du bâti) et charge  $H$  correspondante**

Essai [-]	$V_{N,R}$ [MN]	$V_{S,R}$ [MN]	$H_R$ [MN]
SH1	1.491	1.491	3.583
SH2	1.260	1.260	2.021
SH3	1.535	1.535	3.758
SH4a	1.116	0.365	0.693
SH4b	0.523	1.673	2.456
SH5	1.315	1.657	2.985

La rupture de tous les essais a eu lieu par éclatement du béton de l'âme le long des câbles de précontrainte dans la zone d'effort tranchant maximal (entre appui la charge  $F$ ), côté Sud dans le cas de SH4b et SH5 et côté Nord lors des autres essais (figures 4.1 et 4.2). Elle était de type fragile.

La rupture s'annonce toujours par une fissuration interne accrue de l'âme au niveau des câbles, qui provoque une chute des charges. Immédiatement après la rupture, la charge  $F$  est baissée activement, afin d'éviter la rupture des câbles de précontrainte en flexion. Ensuite, les poutres sont déchargées en diminuant simultanément les charges  $F$  et  $H$ .

La poutre SH2 s'est rompue sous charge maintenue durant le dernier palier.

L'essai SH4a a dû être arrêté et la poutre déchargée car une augmentation des charges  $F$  et  $H$  n'était plus possible, alors que la flèche continuait à augmenter. Une diminution des charges due à la rupture n'a pas eu lieu.

**Tableau 4.2: Paliers de charge de l'essai SH1**

Palier	$V$	$H$	$u_{16}$	$w_{61}$	Remarque
-	[MN]	[MN]	[mm]	[mm]	-
#1	0.497..0.471	0	1.4..1.5	11.1..11.2	Décompression
#2	0.681..0.645	0	7.9..7.9	26.1..26.3	Fissuration débute
#3	0.935..0.886	1.185..1.127	10.4..10.3	33.8..33.7	Limitation de $u_{16}$ ; nuit
#4	1.102..1.078	1.700..1.637	11.7..11.7	38.6..38.7	2e jour
#5	1.202..1.163	2.208..2.156	12.0..12.0	40.3..40.4	
#6	1.255..1.231	2.435..2.412	12.3..12.3	41.6..41.7	
#7	1.317..1.228	2.712..2.617	12.6..12.5	43.1..42.9	Nuit
#8	1.372..1.340	3.225..3.093	12.5..12.5	43.6..43.6	3e jour
#9	1.439..1.407	3.430..3.333	12.7..12.6	45.0..45.1	
#10	1.491	3.583	13.0	47.5	Rupture Nord

**Tableau 4.3: Paliers de charge de l'essai SH2**

Palier	$V$	$H$	$u_{05+06+07}$	$w_{80}$	Remarque
-	[MN]	[MN]	[mm]	[mm]	-
#1	0.383..0.348	0	1.19..1.23	12.0..12.1	Décompression
#2	0.574..0.546	0	2.19..2.17	31.2..31.8	Fissuration débute
#3	0.794..0.735	0.225..0.202	3.47..3.44	59.8..59.9	Limitation de $u_{05+06+07}$ ; nuit
#4	1.001..0.962	0.902..0.849	4.01..4.10	71.1..71.4	2e jour
#5	1.179..1.130	1.613..1.587	4.59..4.65	80.0..80.2	
#6	1.260..1.143	2.021..1.940	4.81..4.68	84.3..84.4	Rupture Nord sous charge maintenue

**Tableau 4.4: Paliers de charge de l'essai SH3**

Palier	V	H	$\Delta\varepsilon_{P,93}$	$u_{05+08}$	$w_{61}$	Remarque
-	[MN]	[MN]	[‰]	[mm]	[mm]	-
#1	0.474..0.439	0	2.09..1.94	1.7..1.7	10.4..10.2	Décompression
#2	0.669..0.619	0	3.92..3.83	4.2..4.2	22.3..22.4	Fissuration débute ; nuit
#3	0.810..0.782	0.045..0.054	6.86..7.16	8.1..8.4	39.7..40.1	2e jour
#4	0	0.035..0.035	2.08..2.07	0.9 .. 0.9	3.2 .. 3.0	1er cycle : déchargement ; $w_{80}$ tombe
#5	0.811..0.784	0.060..0.080	7.64..7.73	10.0..10.1	43.2..43.3	1er cycle : rechargement
#6	0.968..0.923	1.088..1.035	7.71..7.69	10.1..10.1	44.0..44.0	Limitation de $\Delta\varepsilon_{P,93}$ ; vérins $H_S$ à la limite de course ; nuit
#7	1.068..1.052	1.630..1.571	7.78..7.72	10.2..10.1	44.9..44.9	3e jour
#8	1.221..1.188	2.359..2.218	7.76..7.65	10.2..10.2	46.2..46.2	
#9	0	0	2.70..2.70	1.3..1.2	4.9..4.7	2e cycle : déchargement
#10	1.227..1.177	2.320..2.236	7.72..7.62	10.9..10.8	47.0..47.0	2e cycle : rechargement ; nuit
#11	1.370..1.338	3.052..2.901	7.68..7.63	10.9..10.8	48.2..48.3	4e jour
#12	1.469..1.423	3.325..3.207	7.87..7.73	11.3..11.2	51.0..51.1	
#13	1.535	3.758	7.84	11.4	53.1	Rupture Nord

**Tableau 4.5: Paliers de charge de l'essai SH4a**

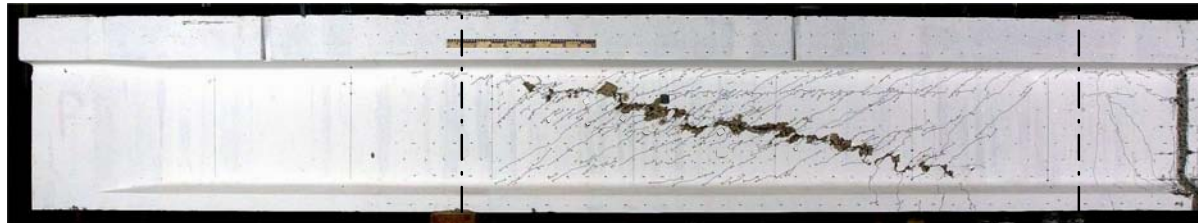
Palier	$V_N$	$V_S$	H	$\Delta\varepsilon_{P,91}$	$u_{03}$	$w_{61}$	Remarque
-	[MN]	[MN]	[MN]	[‰]	[mm]	[mm]	-
#1	0.455..0.387	0.149..0.127	0	0.57..0.53	0.39..0.37	10.4..10.1	Décompression
#2	0.874..0.817	0.286..0.267	0.276..0.257	2.41..2.44	1.43..1.44	43.8..44.1	Fissuration débute ; augmentation passive de H
#3	1.104..1.029	0.362..0.337	0.644..0.612	3.90..3.98	2.24..2.25	64.1..64.3	
#4	1.116	0.365	0.693	4.22	2.39	68.2	Rupture Nord

**Tableau 4.6: Paliers de charge de l'essai SH4b**

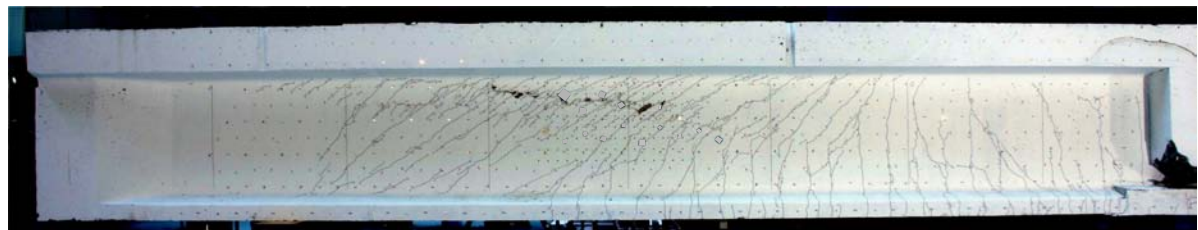
Palier	$V_N$	$V_S$	$H$	$\Delta\epsilon_{P,95}$	$u_{02}$	$w_{11}$	Remarque
-	[MN]	[MN]	[MN]	[‰]	[mm]	[mm]	-
#4	0	0	0	0	0	3.2	Décharge- ment ; nuit
#5	0	0	0	0	0	2.9	2e jour ; dé- placement du cadre $F$ et de l'appui Nord ; nuit
#6	0.080..0.075	0.254..0.241	0	0.04..0.04	0.07..0.06	5.0..5.1	3e jour
#7	0.144..0.131	0.461..0.390	0	0.11..0.10	0.13..0.13	7.3..7.3	
#8	0.205..0.189	0.657..0.606	0	0.69..0.64	0.68..0.66	14.3..14.4	Décom- pression
#9	0.295..0.266	0.945..0.792	0.131..0.126	1.51..1.49	1.47..1.45	29.7..29.8	Limitation de $\Delta\epsilon_{P,95}$ ; nuit
#10	0.362..0.352	1.159..1.126	0.841..0.828	1.54..1.52	1.52..1.51	31.4..31.4	4e jour
#11	0.430..0.416	1.375..1.330	1.389..1.322	1.53..1.48	1.53..1.52	32.6..32.7	
#12	0.475..0.439	1.521..1.406	1.583..1.516	1.64..1.50	1.68..1.64	35.6..36.1	
#13	0.523	1.673	2.456	0.65	1.58	43.2	Rupture Sud

**Tableau 4.7: Paliers de charge de l'essai SH5**

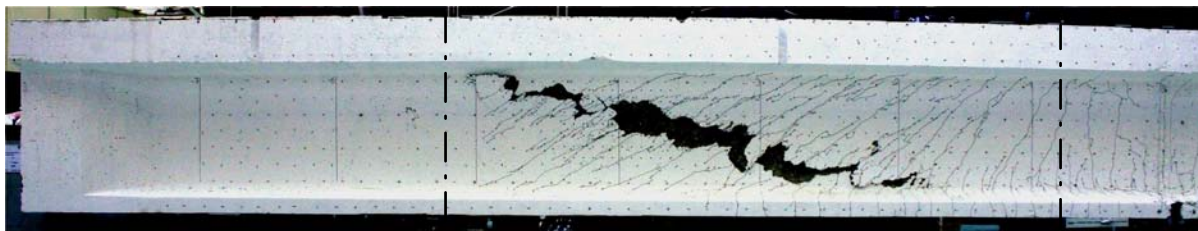
Palier	$V_N$	$V_S$	$H$	$u_{23}$	$w_{61}$	Remarque
-	[MN]	[MN]	[MN]	[mm]	[mm]	-
#1	0.584..0.534	0.736..0.673	0.196..0.191	3.05..3.01	15.8..15.9	Décompression ; nuit
#2	0.745..0.650	0.939..0.819	0.448..0.431	5.27..5.10	27.4..26.4	2e jour ; phase de fissuration ; activa- tion en parallèle de $H$
#3	0.870..0.766	1.095..0.965	0.680..0.644	7.55..7.40	37.8..36.7	Nuit
#4	1.025..0.974	1.291..1.227	1.857..1.845	7.57..7.56	39.0..39.0	3e jour ; weekend
#5	0.671..0.680	0.845..0.796	0.199..0.196	4.33..4.33	21.8..21.8	4e jour ; décharge- ment
#6	0	0	0.029..0.010	0.87..0.68	5.7..4.8	Déchargement ; 2 nuits
#7	1.010..0.968	1.272..1.219	1.749..1.770	8.29..8.25	41.3..41.2	5e jour ; recharge- ment ; nuit
#8	1.125..1.100	1.417..1.386	2.376..2.381	8.28..8.23	42.0..42.0	6e jour ; limitation de $u_{23}$
#9	1.239..1.102	1.561..1.388	2.981..2.841	8.27..7.53	43.1..39.4	
#10	1.315	1.657	2.985	8.72	46.0	Rupture Sud



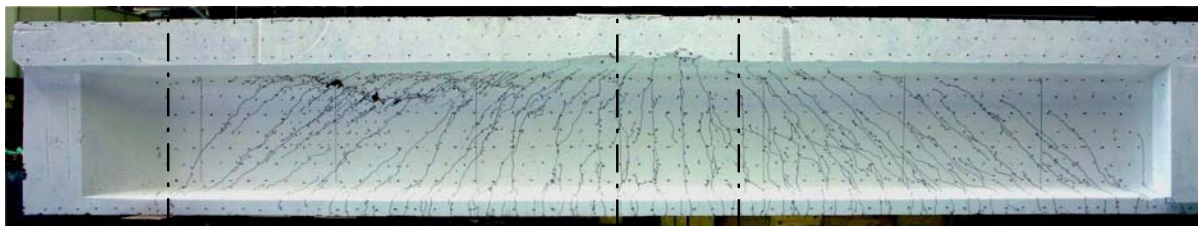
(a) SH1



(b) SH2



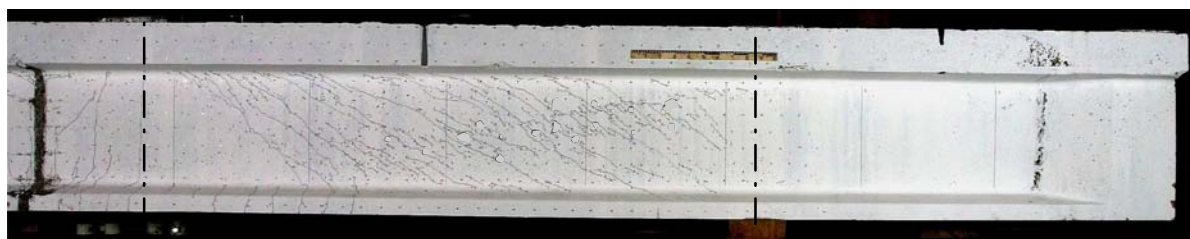
(c) SH3



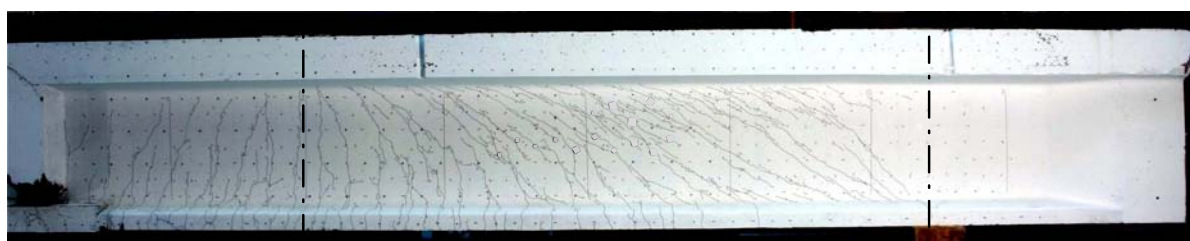
(d) SH4a

**Figure 4.1: Poutres après la rupture, avec emplacement des charges verticales et appuis (dessiné par rapport au plan de l'âme) ; partie Nord, face Ouest (poutre SH5 pas montrée)**

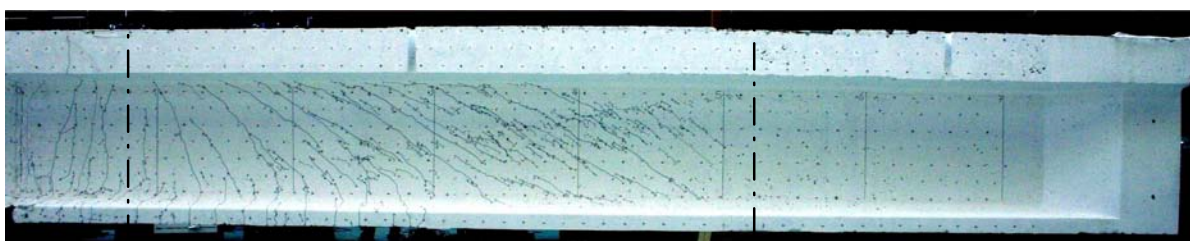




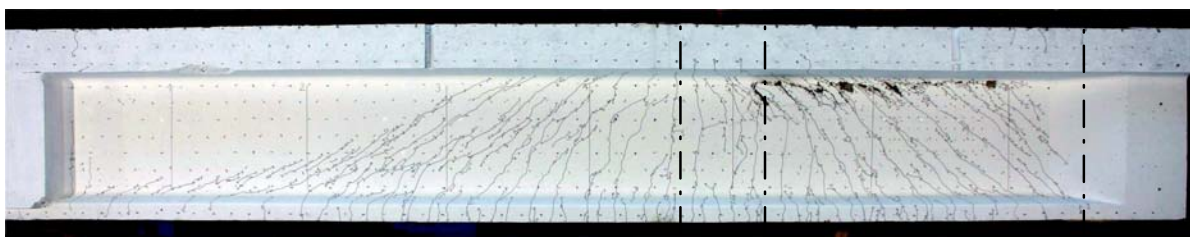
(a) SH1



(b) SH2



(c) SH3



(d) SH4b

**Figure 4.2: Poutres après la rupture, avec emplacement des charges verticales et appuis (dessiné par rapport au plan de l'âme) ; partie Sud, face Ouest (poutre SH5 pas montrée)**

La figure 4.3 montre l'effort tranchant dans la zone de rupture en fonction de la charge horizontale  $H$ . Les paliers sont également indiqués. La première phase est visible avec l'activation de la charge  $F$  uniquement. Avec l'activation de la charge  $H$  en deuxième phase, une relation à peu près linéaire entre  $V$  et  $H$  s'établissait. Durant cette phase, l'ouverture des fissures et l'allongement des câbles ont en général légèrement augmenté, ce qui signifie que l'armature a repris une partie du moment supplémentaire en deuxième phase. Si la charge  $H$  avait entièrement repris le moment supplémentaire causé par  $V$  durant cette phase, la pente aurait valu :

$$\frac{V_N}{H} = \frac{z_N - z_{H,N} + e_z}{a_N}, \quad \frac{V_S}{H} = \frac{z_S - z_{H,S} + e_z}{a_S} \quad (4.1)$$

Les valeurs  $z_N, z_S$  correspondent à la distance entre l'effort intérieur de compression et le bord inférieur de la section sous les charges  $F$ . Les valeurs  $z_{H,N}, z_{H,S}$  correspondent à la distance entre le point d'introduction de la charge  $H$  et le bord inférieur de la section sous la charge  $F$  en question (Nord/Sud).

Pendant le chargement, les extrémités de la poutre se soulèvent, alors qu'à mi-travée, la poutre s'abaisse. Les valeurs  $z_{H,N}, z_{H,S}$  (positives) augmentent donc durant l'essai, alors que le bras de levier diminue. Les valeurs  $z_{H,N}, z_{H,S}$  sont montrées à la figure 4.4. Elles diffèrent aux extrémités pour l'essai SH4a. Pour cet essai, la charge  $H$  était faible. Les valeurs  $z_{H,N}, z_{H,S}$  se calculent par la position de la charge  $H$  avant chargement (0.2 m), moins le déplacement du point d'introduction de  $H$  (positif vers le bas) et plus la flèche sous la charge  $F$  en question (positif vers le bas). L'éq. suivante montre les numéros des canaux des capteurs qui ont mesuré le déplacement (pour la charge  $H$  : moyenne des deux barres) :

$$z_{H,N} = 0.2\text{m} - \frac{(23) + (26)}{2} + (61 ; \text{SH4b} : 22), \quad z_{H,S} = 0.2\text{m} - \frac{(10) + (12)}{2} + (60 ; \text{SH4b} : 11) \quad (4.2)$$

Le déplacement de l'extrémité de la poutre qui a eu lieu sans que le cadre de réaction "flotte" avec la structure (et qui réduit la distance 0.2 m) a été négligé. Pour l'essai SH5, aucun capteur n'a été placé sous l'introduction de la charge  $H$ .

Puisque l'armature a dû reprendre une partie des efforts supplémentaires après l'activation de  $H$ , la pente entre  $V$  et  $H$  est plus importante que selon l'équation (4.1). Elle est similaire pour les essais SH1 à SH3 et SH5, alors qu'elle était la plus importante pour les essais SH4a et SH4b.

La charge de rupture  $V_R$  est la plus grande pour les essais SH4b et SH5, suivis de SH3 et SH1, et de SH2 et SH4a. Deux tendances peuvent être observées :

- Plus la distance entre l'appui le plus chargé et la charge  $F$  est petite ( $\text{SH4b} < \text{SH4a} < \text{SH3} < \text{SH1} = \text{SH2}$ ), plus l'effort tranchant à la rupture est grand
- Plus la fissuration de l'âme et de l'aile inférieure est faible ( $\text{SH5} < \text{SH1} < \text{SH4b} < \text{SH3} < \text{SH2} < \text{SH4a}$ ), plus l'effort tranchant à la rupture est grand

La rupture est accompagnée par une chute des charges  $F$  et  $H$ . La chute est grande dans le cas des essais SH1 et SH3. Elle est faible pour les essais SH4b et SH5, et SH2, pour lequel la poutre s'est rompue sous charge constante. Concernant l'essai SH4a, la décharge active a été commencée avant une chute marquée des charges, vu qu'une augmentation des charges n'était plus possible.

La figure 4.5 montre l'effort normal  $N = -H$  et le moment dû aux charges  $M_{F+H+g+g'}$  par rapport à l'axe moyen de l'aile supérieure, calculé selon l'équation suivante :

$$M_{F+H+g+g'} = V_{F,N/S} \cdot a_{N/S} + M_{g+g'} - M_H, \quad M_H = -H \cdot (h - z_H(x) + e_z(x) - \frac{h_{sup}}{2}), \quad h_{sup} = 0.285\text{ m} \quad (4.3)$$

Vu que l'augmentation de  $z_H$  vers le milieu de la poutre est du même ordre de grandeur que  $e_z$ , une valeur constante de  $z_H = 0.2$  m est adoptée. Le moment maximal a été atteint après la fin de la première phase (pas ou peu d'effort normal) pour les essais SH1, SH3, SH4b et SH5. Dans la suite, le moment a baissé légèrement. Pour l'essai SH2, une augmentation du moment a eu lieu durant la suite, alors que la rupture a eu lieu durant la première phase pour l'essai SH4a.

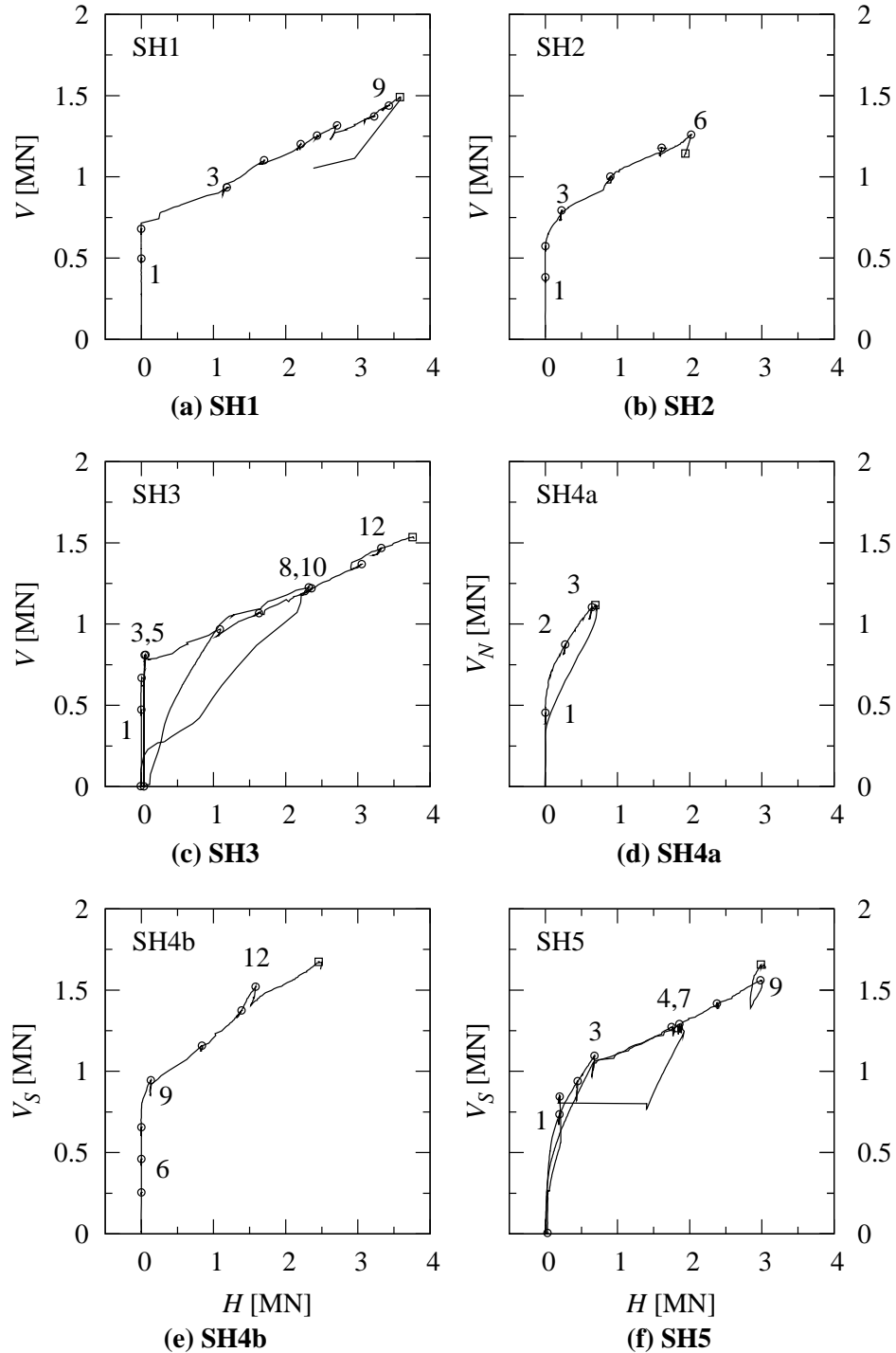
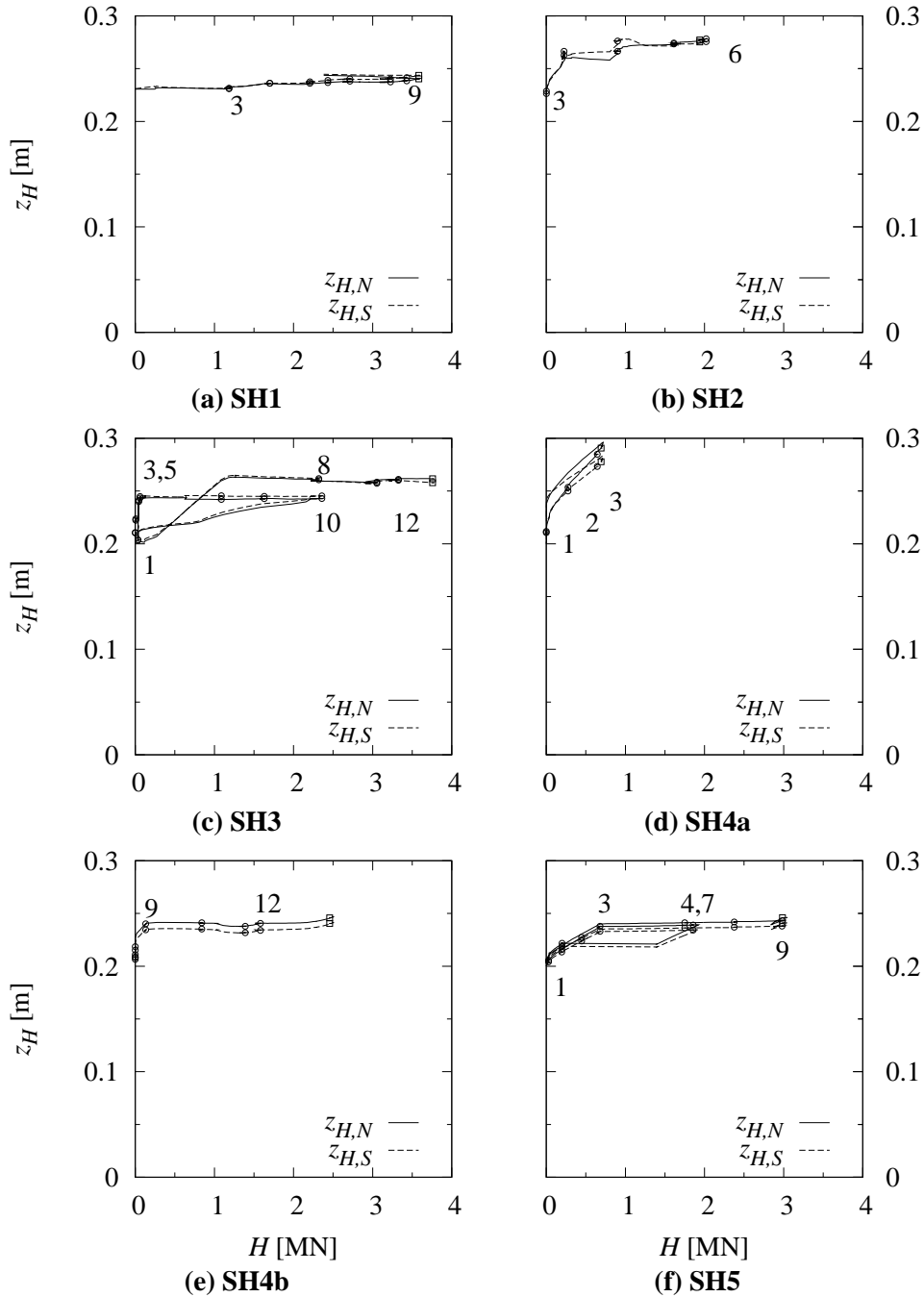


Figure 4.3: Effort tranchant appliqué dans la zone de rupture en fonction de l'effort horizontal appliqué ; les paliers sont indiqués

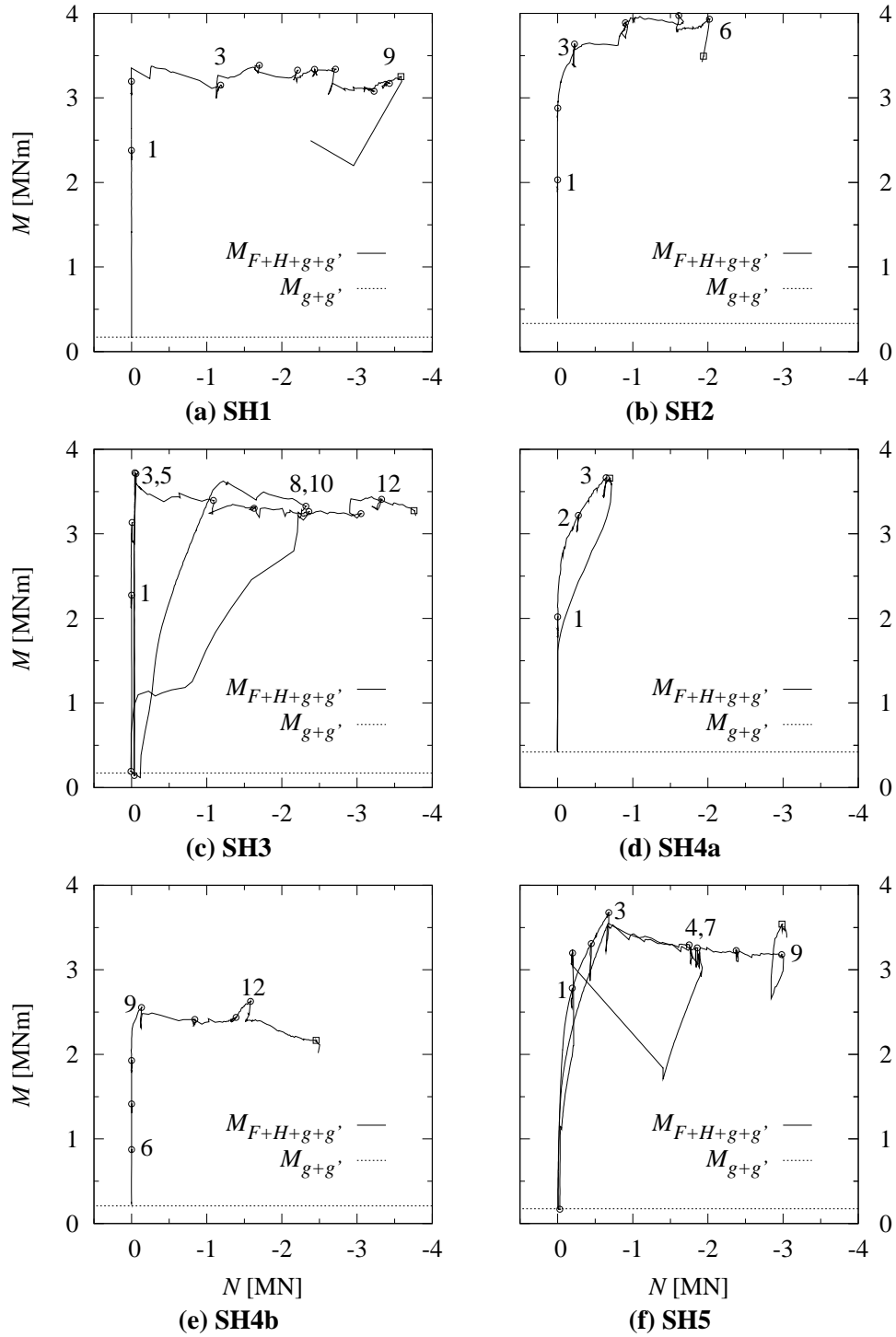


**Figure 4.4:** Charge  $H$  et sa distance par rapport à l'arête inférieure de la section sous les charges  $F$  (SH5 : position des barres non-contrôlée durant l'essai) ; les paliers sont indiqués

La figure 4.6 montre la flèche des poutres en fonction de l'effort tranchant  $V$ , à l'endroit du moment maximal, à part pour la poutre SH2, pour laquelle il s'agit de la flèche à mi-travée. L'essai SH4b a suivi l'essai SH4a, qui avait déformé la poutre.

Une première phase se distingue par un comportement rigide, qui finit par la décompression de la poutre. Celle-ci se fait de manière marquée pour les essais SH2, SH4a et SH4b, et de manière plus progressive pour les autres essais.

Ensuite, après décompression, la flèche augmente 4 à 5 fois plus rapidement par rapport à l'augmentation de l'effort tranchant. Dans les cas des essais SH4b et SH3, le facteur atteint même 6 resp. 7.

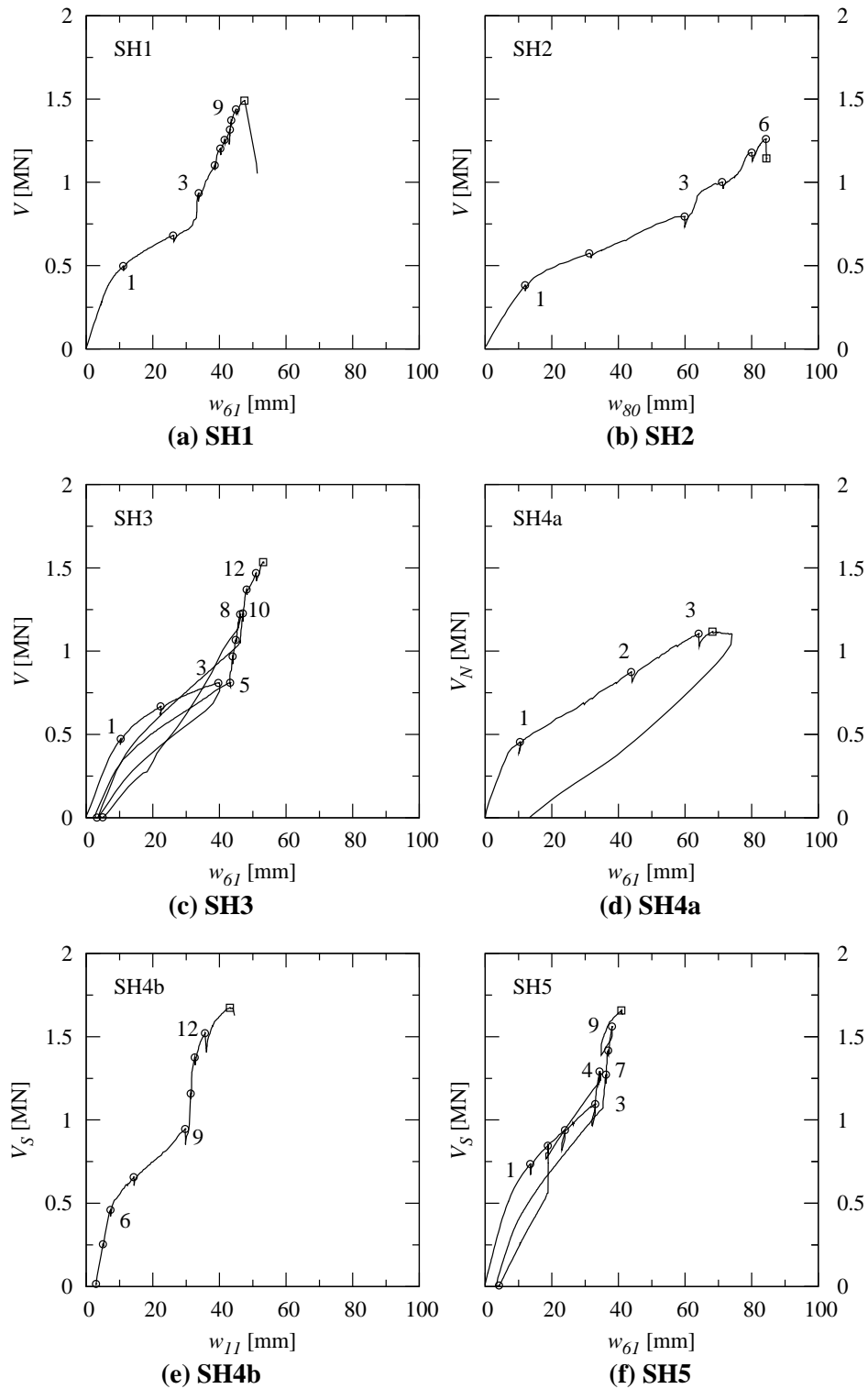


**Figure 4.5: Effort tranchant appliqué dans la zone de rupture en fonction de l'effort horizontal appliqué ; les paliers sont indiqués**

Lors de l'activation de la charge  $H$  et alors que le paramètre de contrôle, l'ouverture des fissures au milieu de la poutre où l'allongement des câbles, reste à peu près constant, la flèche augmente très peu. Lors de l'essai SH3, le chargement cyclique conduit à une augmentation sensible de la flèche lors du premier cycle. Le deuxième cycle avec la charge  $H$  active n'a conduit qu'à une faible augmentation de la flèche. Comparé à celui-ci, le cycle de l'essai SH5, avec une charge  $H$  active, a conduit à une

augmentation plus importante de la flèche.

La rupture a provoqué une augmentation abrupte de la flèche. L'augmentation était proportionnelle à la chute des charges qu'elle accompagnait.



**Figure 4.6: Effort tranchant appliqué dans la zone de rupture en fonction de la flèche dans la zone du moment maximal ; les paliers sont indiqués**

## Diagramme des efforts

Les figures 4.7 et 4.8 montrent l'effort tranchant dû aux charges  $F$  et celui dû au poids propre et au bâti (charges mortes). Le premier peut être calculé selon l'éq. (3.4). L'effet des charges mortes  $g + g'$  est simplifié comme une charge répartie constante qui vaut 19.6 kN/m (eq. (3.1)).

Les figures 4.7 et 4.8 montrent également le moment de flexion. Il s'agit du moment  $M_{g+g'}$  et celui dû à la totalité des charges,  $M_{g+g'+F+H}$ . Le moment  $M_H$  est exprimé avec un bras de levier par rapport à la position de l'effort de compression dans l'aile supérieure. Celle-ci est estimée comme étant égale à la mi-hauteur de l'aile supérieure :

$$M_H = -H \cdot (h - z_H(x) - e_z(x) - \frac{h_{sup}}{2}), \quad h_{sup} = 0.285 \text{ m} \quad (4.4)$$

La valeur  $z_H(x)$  vaut 0.2 m aux extrémités et est égale à  $z_{H,N}, z_{H,S}$  sous les charges  $F$  (fig. 4.4). Elle est approximée de manière linéaire entre ces valeurs. La figure montre également le moment dû au poids propre et au bâti  $M_{g+g'}$ .

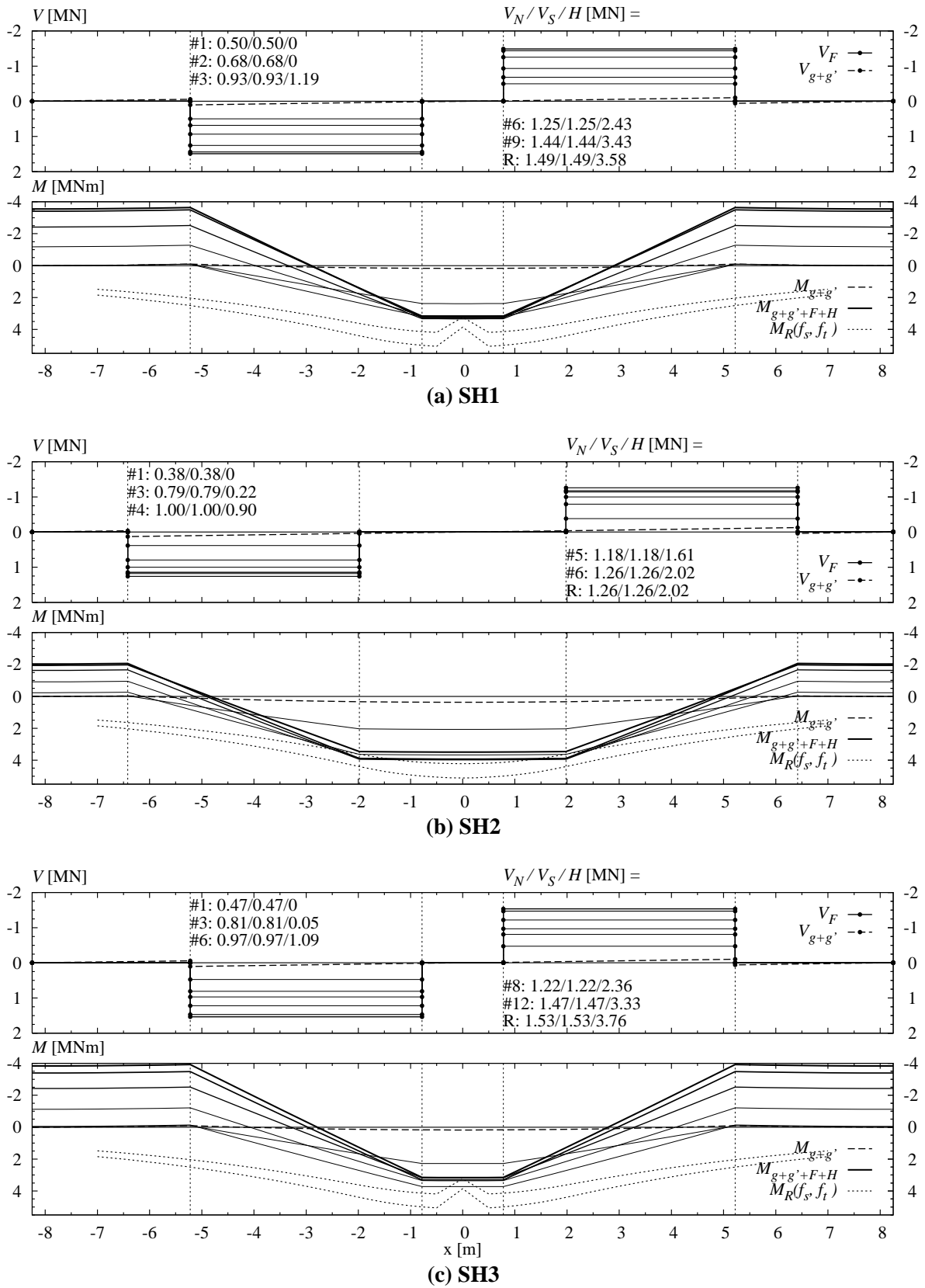
L'effet des charges mortes est faible par rapport à l'effet des charges  $F$  et  $H$ , à part pour l'essai SH4a.

Le moment ultime  $M_R$  peut être calculé sous l'hypothèse sur le bras de levier interne énoncée. Ceci est fait pour l'écoulement du câble ( $f_s$ ) et la résistance à la traction ( $f_t$ ). L'armature passive et précontrainte de l'aile inférieure a été considérée avec la limite d'écoulement seulement. Au joint de bétonnage, sa contribution est nulle. Sa longueur d'ancrage est admise de manière simplifiée  $\ell_b = 0.5 \text{ m}$ . Le renforcement de l'aile inférieure a cependant été considéré pour l'essai SH2 en admettant une valeur équivalente à la résistance de l'armature passive existante. L'armature supérieure faible n'a pas été considérée.

Durant la première phase de l'essai, seules les charges  $F$  ont été activées jusqu'au voisinage de la résistance à la flexion. Ensuite la charge  $H$  a permis une augmentation de la charge  $F$ , alors que le moment maximal augmentait très faiblement.

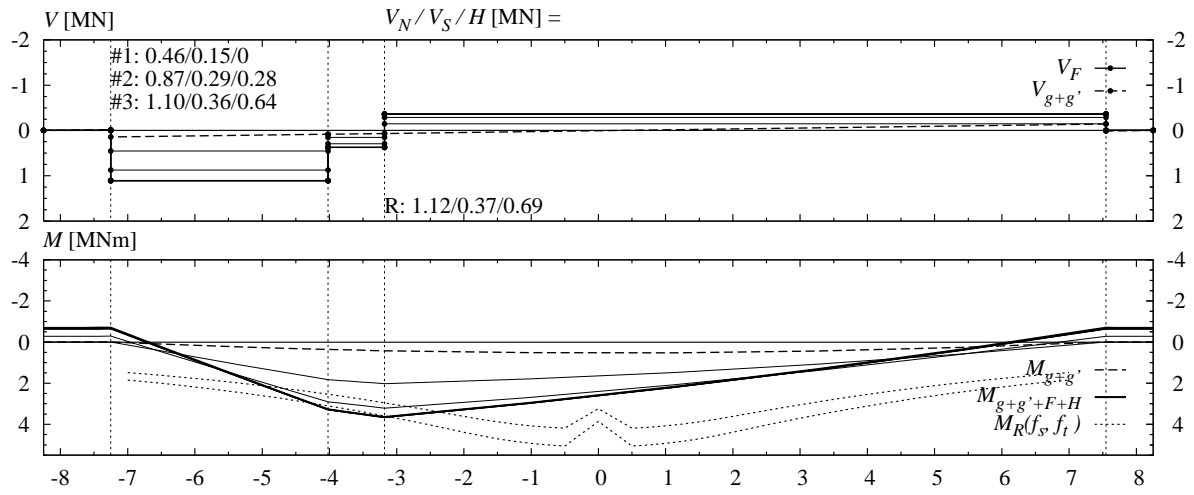
Selon le calcul, les câbles de précontrainte atteignent la limite d'écoulement à la rupture et s'approchent de leur résistance à la traction pour tous les essais. Pendant l'essai SH4b, l'enveloppe des sollicitations épouse la forme de l'enveloppe de la résistance. Ainsi, l'écoulement des câbles est possible dans une zone étendue. Pour l'essai SH4a, le comportement est similaire, mais avec une sollicitation du câble nettement plus élevée, qui, selon le modèle de calcul, dépasse la résistance à la traction des câbles.

La charge  $H$  sollicite les porte-à-faux des poutres par un moment négatif important. Pour tous les essais, la rupture se situe alors dans une zone de moment relativement faible.

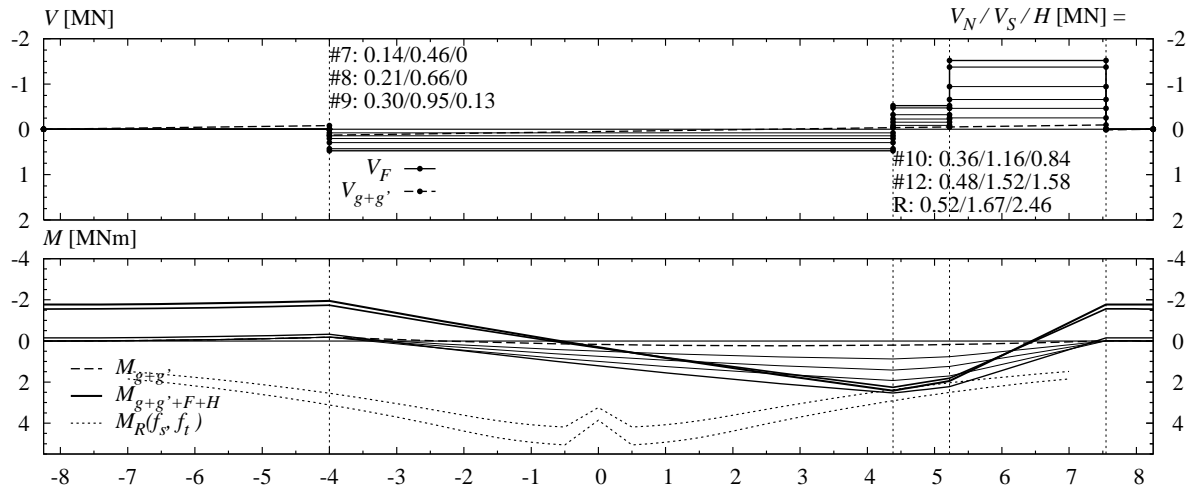


**Figure 4.7: Essais SH1 à SH3 : Diagramme de l'effort tranchant et du moment de flexion (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**

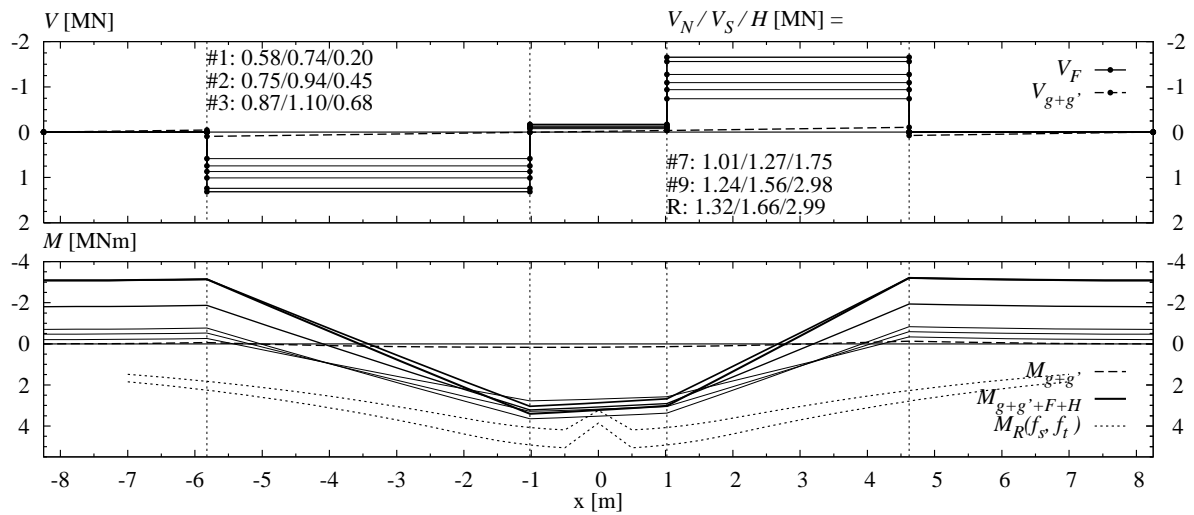




(a) SH4a



(b) SH4b



(c) SH5

Figure 4.8: Essais SH4a à SH5 : Diagramme de l'effort tranchant et du moment de flexion (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )

## Déformée

La figure 4.9 montre la déformée pour des paliers choisis qui représentent entre autres la décompression (en général : palier 1 ; SH4b : 7), le début de la phase de fissuration flexionnelle stabilisée (palier 3 ; SH4a : 2 ; SH4b : 9), la phase avec la charge  $H$  active, le dernier palier et la déformée à la rupture. La base de mesure est la poutre avec contreflèche  $e_z$ . La déformée est similaire pour les essais SH1 et SH3. Elle est plus grande et plus "remplie" pour l'essai SH2, avec une zone de moment maximal plus étendue. La poutre SH4 montre une flèche et une courbure importantes sous l'essai SH4a, et de moindre mesure sous l'essai SH4b. L'essai SH5 montre un comportement similaire à SH1 et SH3. La charge  $H$  provoque une courbure négative sur appui.

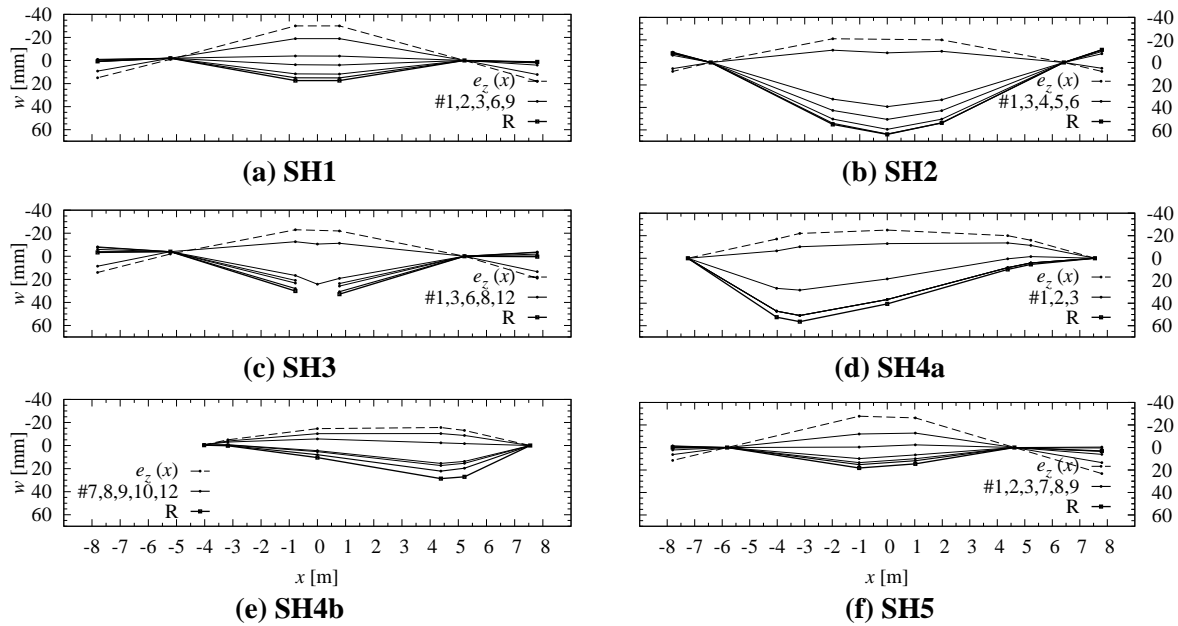


Figure 4.9: Déformée par rapport à la position initiale (avec contreflèche) ; l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$

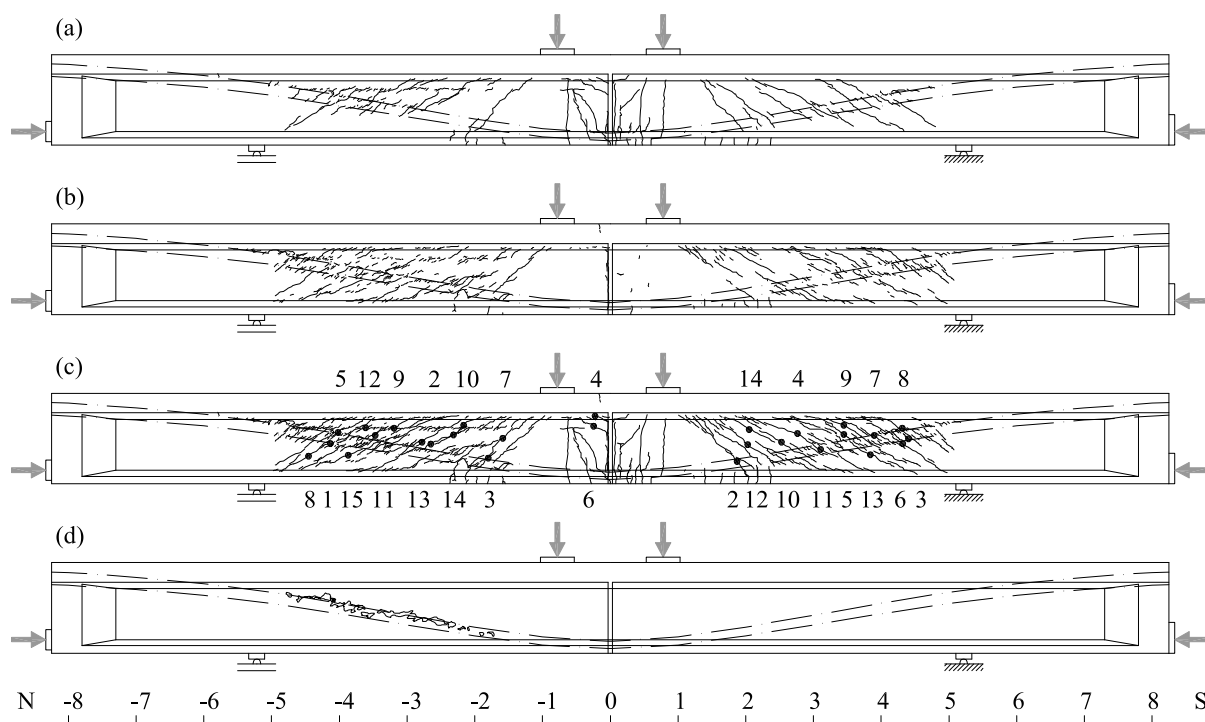
## 4.3 Fissuration et rupture

### Fissuration dans le plan

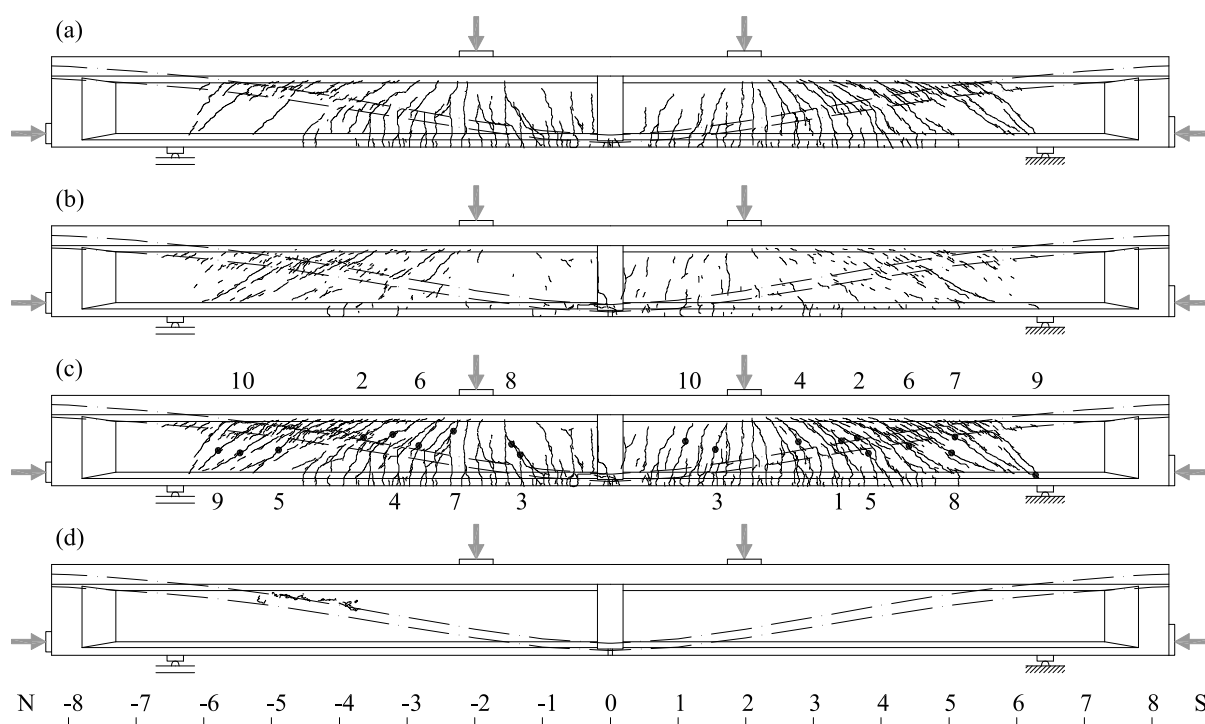
L'inclinaison d'une fissure est définie par l'angle entre sa direction et l'axe longitudinale de la poutre. La fissuration pour des paliers choisis est montrée aux figures 4.10 à 4.14. La partie (d) des figures montre l'éclatement du béton dans la zone de rupture immédiatement après la rupture. Les figures montrent également l'emplacement et la numérotation des mesures d'ouverture des fissures.

#### Première fissuration flexionnelle

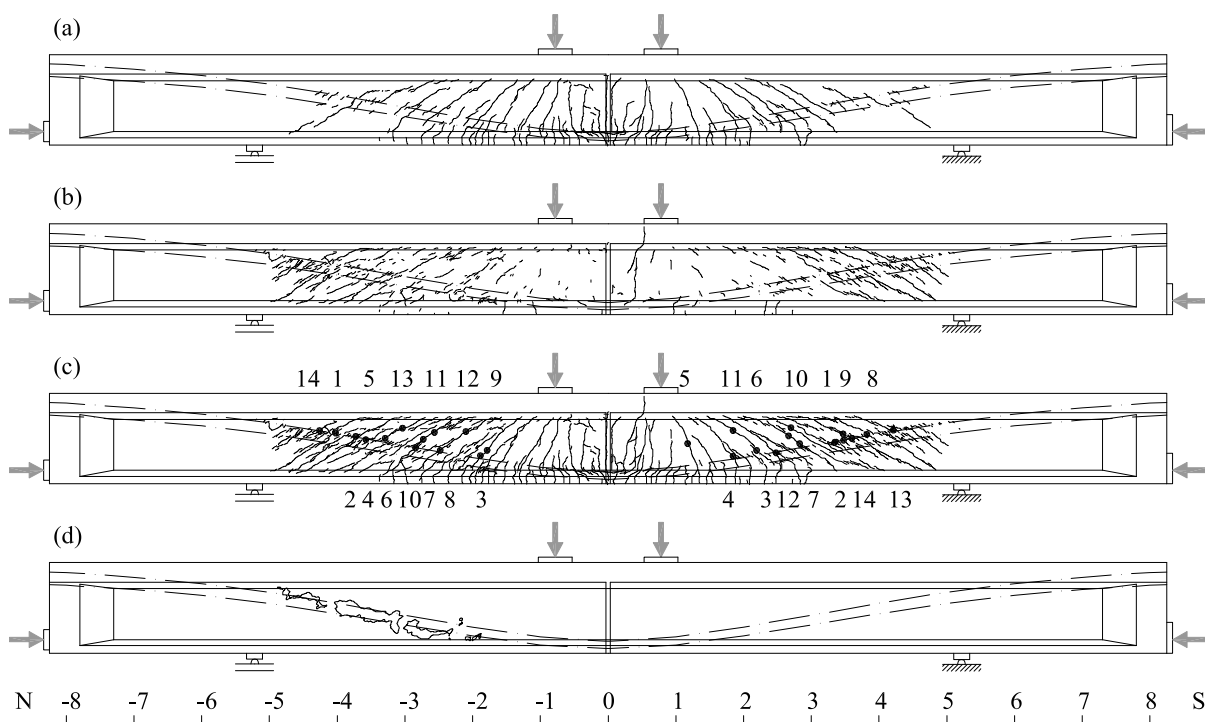
En général, les premières fissures de l'aile inférieure devenaient visibles lors du premier palier (SH3 : 2e ; SH4b : 7e). L'aile inférieure est fissurée dans la zone du moment maximal, dans une zone qui s'étend sur 1 (SH1, SH2) à 2 m (SH4a, SH5), voire 4 m (SH3, SH4b). Leur espacement est de 200 à 500 mm (SH2, SH5). Ces fissures forment des éventails centrés autour des charges  $F$ . Pour les essais où le joint de bétonnage se trouvait dans cette zone, sans renforcement de l'aile inférieure (SH1, SH3 et SH5), une voire deux fissures très larges se sont formées au niveau du joint.



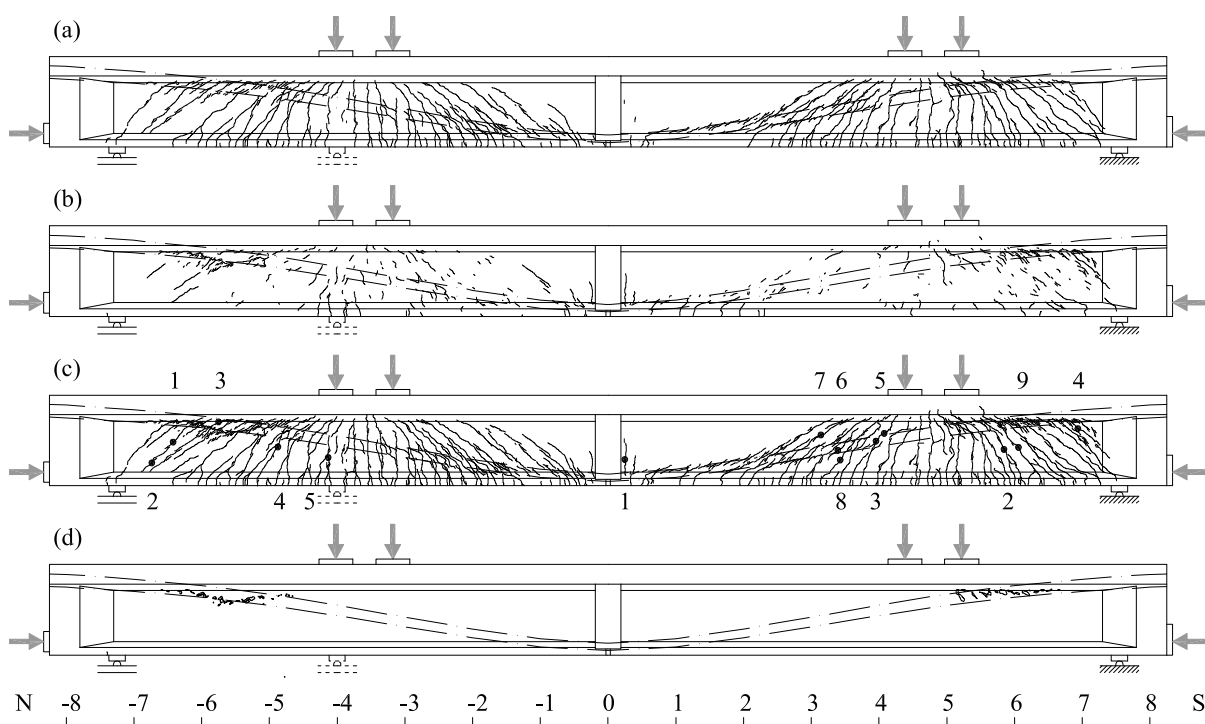
**Figure 4.10: Fissuration de l'essai SH1 : (a) palier 3 (b) fissuration additionnelle entre le palier 3 et la rupture (c) rupture (d) éclatement du béton immédiatement après la rupture**



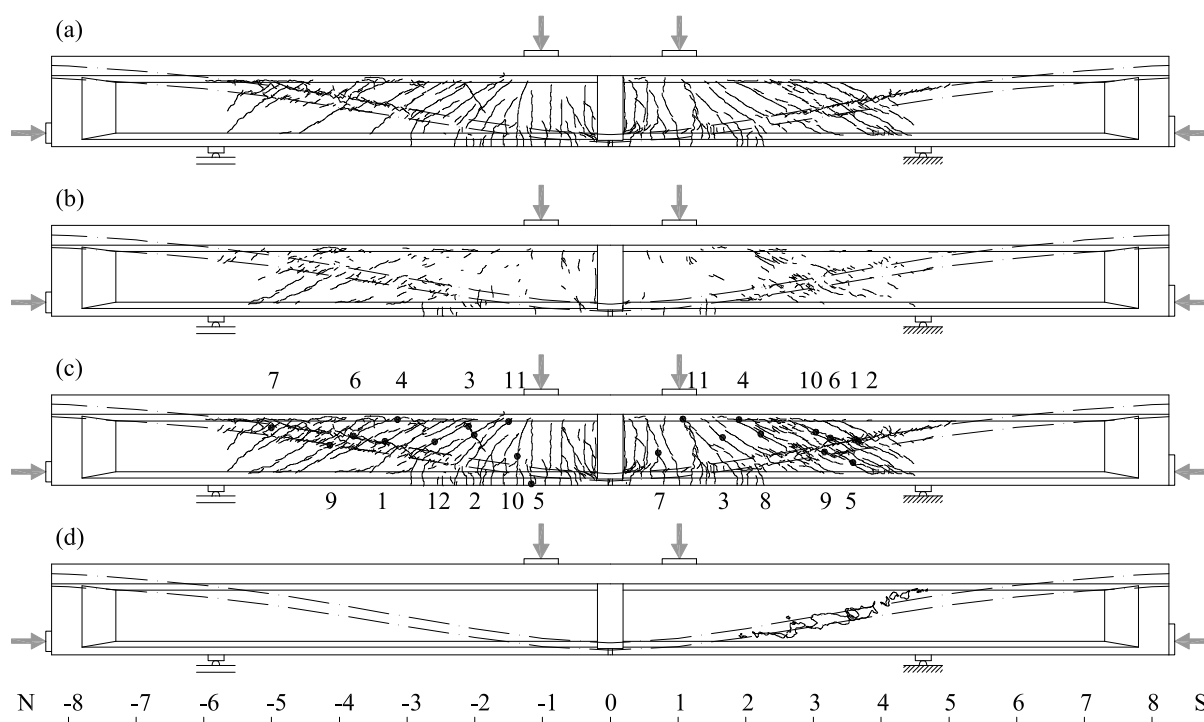
**Figure 4.11: Fissuration de l'essai SH2 : (a) palier 3 (b) fissuration additionnelle entre le palier 3 et la rupture (c) rupture (d) éclatement du béton immédiatement après la rupture**



**Figure 4.12: Fissuration de l'essai SH3 : (a) palier 3 (b) fissuration additionnelle entre le palier 3 et la rupture (c) rupture (d) éclatement du béton immédiatement après la rupture**



**Figure 4.13: Fissuration de l'essai SH4 ; la partie Nord montre l'essai SH4a, la partie Sud l'essai SH4b : (a) palier 2/9 (b) fissuration additionnelle jusqu'à la rupture (c) rupture (d) éclatement du béton immédiatement après la rupture**



**Figure 4.14: Fissuration de l'essai SH5 : (a) palier 3 (b) fissuration supplémentaire entre le palier 3 et la rupture (c) rupture (d) éclatement du béton immédiatement après la rupture**

#### Première fissuration due à l'effort tranchant

La fissuration de l'âme due à l'effort tranchant devenait en général visible lors du 2<sup>e</sup> palier. Quelques fissures (SH5 : plus que les autres), inclinées à 23° (SH1), 30° (SH2), 50° (SH3 ; près de la charge  $F$ ) et 35° (SH5), vont de l'aile supérieure au câble supérieur, alors que d'autres, très courtes, se situent le long d'un câble, normalement le câble supérieur. Dans le cas de l'essai SH4b, au 8<sup>e</sup> palier l'inclinaison des fissures entre les câbles était environ 35°. Pour l'essai SH4a, l'âme est très fissurée de part et d'autre des charges  $F$ . Entre l'appui Nord et la charge  $F$ , l'inclinaison est plus faible au-dessus des câbles (27°), et maximale en-dessous (35°). Dans la partie au Sud des charges  $F$ , l'inclinaison est plus grande (40° en-dessus, et 45° en-dessous).

Des fissures qui longent surtout le câble supérieur sont orientées parallèlement aux câbles et visibles entre l'appui et la charge  $F$  pour tous les essais. Il s'agit de fissures déjà existantes sur le viaduc qui se rouvrent (fig. 2.20).

Une fissuration longe le câble supérieur près du milieu de la poutre et semble indiquer du "splitting" induit par l'adhérence des câbles est visible sur environ 500 mm de part et d'autre du milieu dans le cas des poutres SH3 et SH5 (SH1 : moins marqué ; SH2 : près de la charge  $F$  du Nord).

Dans le cas des essais SH4a et SH4b, entre l'appui moins chargé et la charge  $F$ , près de celle-ci, la fissuration de l'âme rencontre les câbles sous un angle faible. Des problèmes d'adhérence peuvent en résulter.

Une fissuration le long de l'armature passive longitudinale de l'âme est visible au-dessus des câbles dans la partie Nord de SH1. Il s'agit de fissures existantes sur le viaduc.

#### Fissuration flexionnelle stabilisée

La fissuration en flexion est généralement terminée avec l'activation de la charge  $H$ , c'est-à-dire au palier 3 (SH4a : 2<sup>e</sup> ; SH4b : 9<sup>e</sup> ; figures 4.10 à 4.14). Elle s'étend depuis le milieu de la poutre sur 5 (SH1, SH5), 6.5 (SH3) voire 10 m (SH2), avec un espacement de 100 mm (SH2, SH4), 150 mm (SH3, SH5) et 200 mm

(SH1). La partie Nord de la poutre SH5 est légèrement plus fissurée que celle au Sud. Pour les essais SH4a et SH4b, la fissuration couvre toute la longueur depuis l'appui le plus chargé jusqu'au joint au milieu de la poutre.

La fissuration de l'âme est dense et couvre toute la zone entre charge et appui (SH4a et SH4b : seulement la partie de la poutre avec effort tranchant maximal), avec un espacement de 130 mm (SH4a, SH4b : 90 mm). Près des câbles, des fissures d'une longueur de 50 à 100 mm, parallèles aux autres fissures dues à l'effort tranchant, rendent l'espacement encore nettement plus petit. L'inclinaison des fissures au-dessus des câbles est en général plus faible que celle au-dessous, alors qu'entre les câbles elle se situe entre les deux valeurs. Les valeurs moyennes sont données dans le tableau 4.8. Une déviation des bielles de compression a probablement lieu au niveau des câbles. Les figures 4.10 à 4.14 montrent l'endroit et le numéro de la mesure de l'ouverture de la fissure à l'oeil nu. L'ouverture des fissures inclinées vaut entre 0.2 et 0.3 mm pour tous les essais à part SH2 (0.5 mm) ; l'ouverture est plus petite en-dessous des câbles. Les éventails autour des charges et des appuis et la sollicitation de l'âme à l'effort tranchant sont bien visibles.

**Tableau 4.8: Inclinaison moyenne des fissures de l'âme au-dessus/entre/au-dessous des câbles de précontrainte après stabilisation de la fissuration flexionnelle (palier 3 ; SH4a : 2 ; SH4b : 9)**

Position	SH1	SH2	SH3	SH4a	SH4b	SH5
Nord	29/33/33 °	30/40/45 °	33/37/42 °	27/32/35 °	27/35/37 °	28/34/36 °
Sud	29/33/33 °	30/40/45 °	33/37/42 °	40/45/60 °	33/33/70 °	30/31/37 °

#### Fissuration jusqu'à la rupture

En général entre le palier 3 (SH4a : 2 ; SH4b : 9) et la rupture, la fissuration s'est concentrée le long des câbles de précontrainte (figures 4.10 à 4.14, parties (b) et (c)).

Les nouvelles fissures inclinées ont un angle plus plat que les fissures déjà existantes. Elle ne sont plus déviées au niveau des câbles et leur angle est constant sur la hauteur de l'âme. Il vaut 25 ° (SH3 ; SH5 partie Nord) ou 30 ° (SH1, SH2, SH5), voire 35 ° (SH4b, entre l'appui moins chargé et la charge  $F$ ). L'activation de la charge  $H$  et l'augmentation de la sollicitation des étriers permet probablement cette réduction de l'inclinaison. La fissuration généralement faible dans l'éventail de l'appui indique également l'influence de cette charge. En cas de SH4a, peu de nouvelles fissures ne se sont développées, ou sous le même angle qu'auparavant.

Lors du dernier palier, l'ouverture des fissures inclinées a atteint environ 0.4 à 0.5 mm, à part pour l'essai SH4a (0.25 mm). Des fissures avec un grand angle se sont refermées pendant l'essai SH4b dans la partie entre l'appui le moins chargé et la charge  $F$ , près de la charge, et pendant l'essai SH5 dans la partie Nord, près des câbles.

Le premier cycle de charge de l'essai SH3 n'a pas influencé l'ouverture des fissures inclinées. Par contre, l'ouverture a augmenté à la fin du deuxième cycle. A la fin du cycle de l'essai SH5, les fissures inclinées avaient tendance à se refermer.

#### Rupture

La rupture s'annonçait par écrasement des morceaux de béton en surface d'environ  $30 \times 10$  mm et d'une épaisseur de quelques millimètres seulement le long des câbles. Ces morceaux se séparaient parallèlement aux fissures inclinées, le long des fissures parallèles au câble supérieur, resp. inférieur dans le cas de SH4a et SH4b. Pour ceux-ci, le câble supérieur ne traversait pas l'âme dans la zone d'effort tranchant maximal.

Sous un bruit important et de manière fragile, la rupture se poursuivait par un éclatement progressif du béton le long des câbles en grands morceaux, jusqu'à  $100 \times 100$  mm, mettant des parties des câbles à nu. Cet éclatement a débuté à  $x = -4$  m pour les essais SH1 et SH3, à  $x = -5$  m pour l'essai SH2,  $x = 3.5$  m

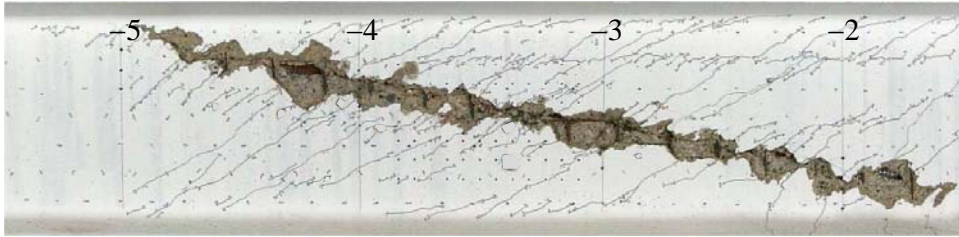
pour SH5,  $x = -5.5$  m pour SH4a et  $x = 6$  m pour SH4b. L'éclatement a duré une à plusieurs secondes. Une chute des charges et une augmentation de la flèche l'accompagnaient.

La zone de rupture couvre entre 2 et 3.5 m. La rupture a eu lieu dans la partie Nord (SH1, SH2, SH3, SH4a) ou Sud (SH4b, SH5), toujours dans la zone d'effort tranchant maximal. Le câble supérieur était en général plus touché, à part dans le cas des essais SH4a et SH4b. Les figures 4.10 à 4.14 montrent la zone d'éclatement de béton. La figure 4.15 montre des photos de l'âme dans la zone de rupture après enlèvement de toutes les pièces de béton détachées, entre l'appui et la charge  $F$ . Les câbles et l'armature passive sont visibles. L'armature horizontale a flambé dans la zone de rupture, au-dessus des câbles.

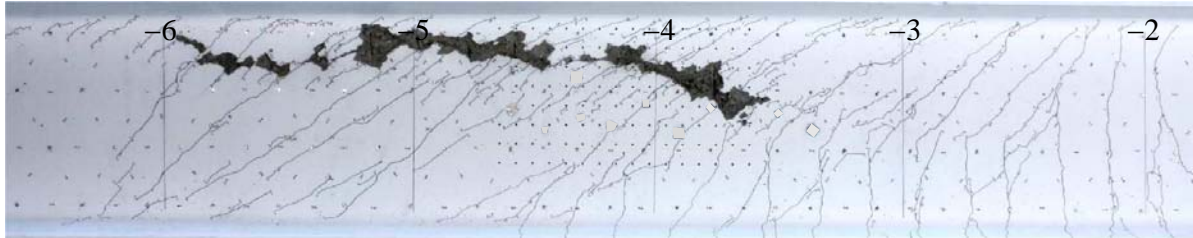
La rupture de la poutre SH2 a eu lieu pendant le dernier palier, sous charge constante. La rupture s'est produite de la même manière que pour les autres essais, mais moins violemment et avec une chute de charge moins importante.

*Des photos faites immédiatement avant et après la rupture de la poutre SH2 montrent que la partie de l'âme au-dessous de la zone de rupture a fait un mouvement relatif de glissement vers le Sud par rapport à la partie au-dessus, qui a fait un mouvement vers le Nord. En même temps celle-ci s'est enfoncée dans l'autre partie.*

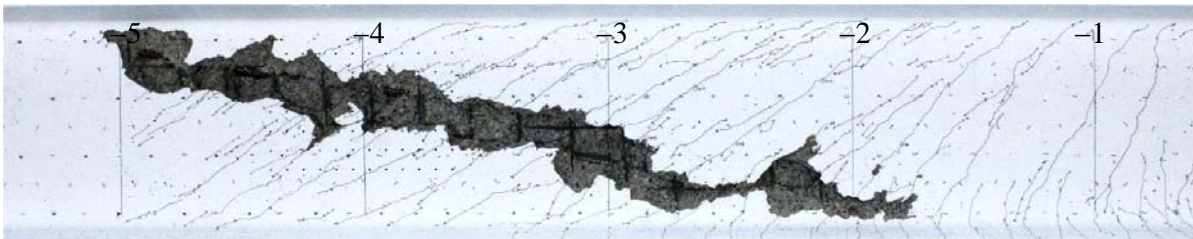
Lors de l'essai SH4a, l'éclatement du béton en grands morceaux a déjà eu lieu de manière progressive pendant plus de 30 minutes avant la rupture, alors que les charges décrivaient un plateau inférieur aux charges maximales déjà atteintes. L'essai a été déchargé activement ensuite. Pour l'essai SH4b, l'endommagement était déjà très fort avant la rupture, quoique plus faible que dans le cas de l'essai SH4a.



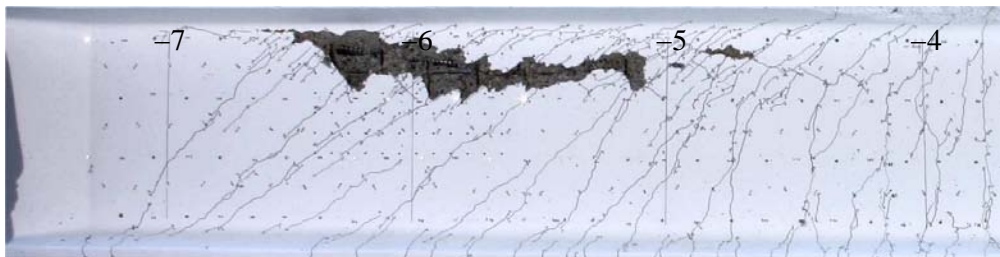
(a) SH1 Nord



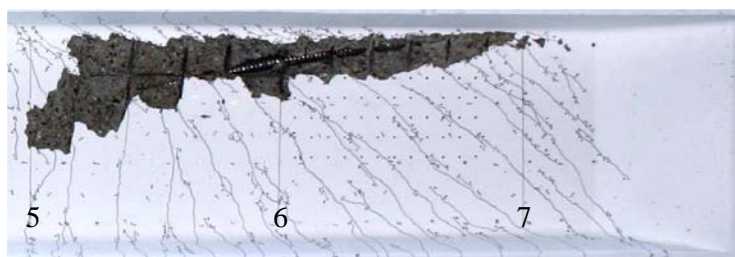
(b) SH2 Nord



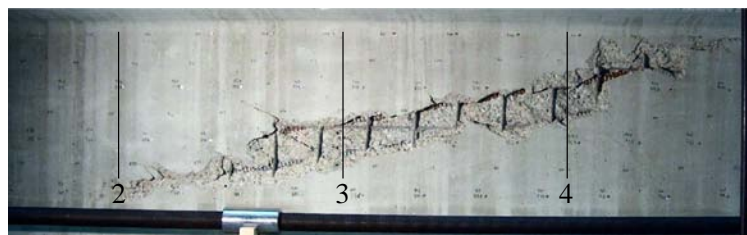
(c) SH3 Nord



(d) SH4a Nord



(e) SH4b Sud



(f) SH5 Sud

Figure 4.15: Zone de rupture après enlèvement des morceaux détachés



### Fissuration interne dans l'âme

L'éclatement en grands morceaux et la mise à nu des câbles suggèrent qu'une fissuration interne de l'âme le long des câbles de précontrainte a eu lieu durant le chargement, et que ceci pourrait être la raison de la rupture. La figure 4.16 montre deux coupes effectuées dans la partie Sud de la poutre SH3, dans la zone d'effort tranchant maximal. La fissuration interne est importante.

Les deux coupes ont été faites à une distance de 140 mm. Lors de la deuxième coupe (fig. 4.16 (a)), les fils des câbles n'ont visiblement plus glissé par rapport au coulis d'injection. La même chose a pu être observée pour des coupes espacées de 600 mm. Ceci indique une qualité d'adhérence plutôt mauvaise.



**Figure 4.16: Essai SH3 : fissuration interne autour des câbles dans la partie Sud avec effort tranchant maximal ; coupes effectuées après l'essai**

## 4.4 Déformations du béton

L'allongement du béton a été mesuré par le déformètre de manière ponctuelle (à chaque palier) et par des capteurs inductifs et des jauges oméga de manière continue. Lorsque les résultats des deux types de mesure sont montrés sous forme de déformation, l'allongement mesuré est divisé par la longueur de mesure. La position des mesures est parfois exprimée par rapport à la grille des mesures par déformètre, expliquée dans le chapitre 3. Les mesures par déformètre étant discontinues, aucune mesure de ce type a été faite lors de la rupture, à part l'essai SH2, où la rupture a eu lieu durant le dernier palier.

### Déformations en axes globaux

Les figures 4.17 à 4.28 montrent les déformations  $\varepsilon_x$  et  $\varepsilon_z$  mesurées durant les essais par le déformètre le long de l'axe longitudinal pour des paliers sélectionnés (indiqués sur les figures). La position des appuis et des charges  $F$  sont indiquées par des traitillés verticales.

#### Déformations $\varepsilon_x$

La déformation longitudinale  $\varepsilon_x$  est montrée pour l'aile supérieure et l'aile inférieure. L'aile supérieure montre une déformation qui augmente de manière régulière et monotone (moins marqué : SH4a et SH5) en s'approchant des charges  $F$ . L'introduction de la charge  $H$  fait augmenter les déformations. Le minimum, qui vaut environ  $-3\text{ ‰}$  pour tous les essais lors du dernier palier, se trouve entre les charges  $F$  (SH1, SH3, SH4b) ou au voisinage de la charge  $F$ . L'aile supérieure semble être proche de sa résistance ultime. Sous l'influence de la charge  $H$ , l'aile supérieure se décomprime dans les porte-à-faux entre l'appui et l'extrémité.

Le maximum de la déformation de l'aile inférieure se situe à l'endroit du moment maximal, ou alors au milieu de la poutre, au niveau du joint de bétonnage du viaduc pour les essais SH1, SH3 et SH5. Pour ces essais, l'aile inférieure est marquée par une concentration des déformations, où l'allongement a atteint 10 mm et plus. A part cette concentration, un deuxième maximum des déformations se situe à une distance d'environ 2 m de part et d'autre du joint. L'ancrage de l'armature passive et des fils adhérents, qui sont discontinus au joint de bétonnage, peut en être la raison.

Pour l'essai SH2, les déformations sont réparties sur une zone plus grande, avec un maximum plus petit, grâce au renforcement de l'armature.

Pour les essais SH4a et SH4b, le joint se trouve dans une zone de faible moment, mais néanmoins dans le cas de SH4a, une certaine concentration de déformation peut être observée.

Pour tous les essais, la zone tendue de l'aile inférieure s'étend d'un appui à l'autre, jusqu'à l'activation de la charge  $H$ . A partir de ce moment, la zone comprimée s'étend depuis les appuis sur une longueur d'environ 2 m vers les charges  $F$  (SH2, SH4b et SH5 Sud : 1 m ; SH4a : 0 m).

Mis à part le joint au milieu de la poutre, les déformations de l'aile inférieure ont été les plus importantes pendant l'essai SH4a, où les déformations atteignent jusqu'à 6 ‰, suivi par SH4b et SH2 (4 ‰). L'armature longitudinale est donc au-delà du domaine élastique. La déformation est comparable pour les essais SH3 et SH5 (2 ‰), et la plus faible pour SH1 (1 ‰). Sous l'influence de la charge  $H$ , la déformation a tendance à croître dans les parties comprimées de l'aile inférieure, et à baisser légèrement dans la zone du moment maximal (exception : SH2) de l'aile inférieure.

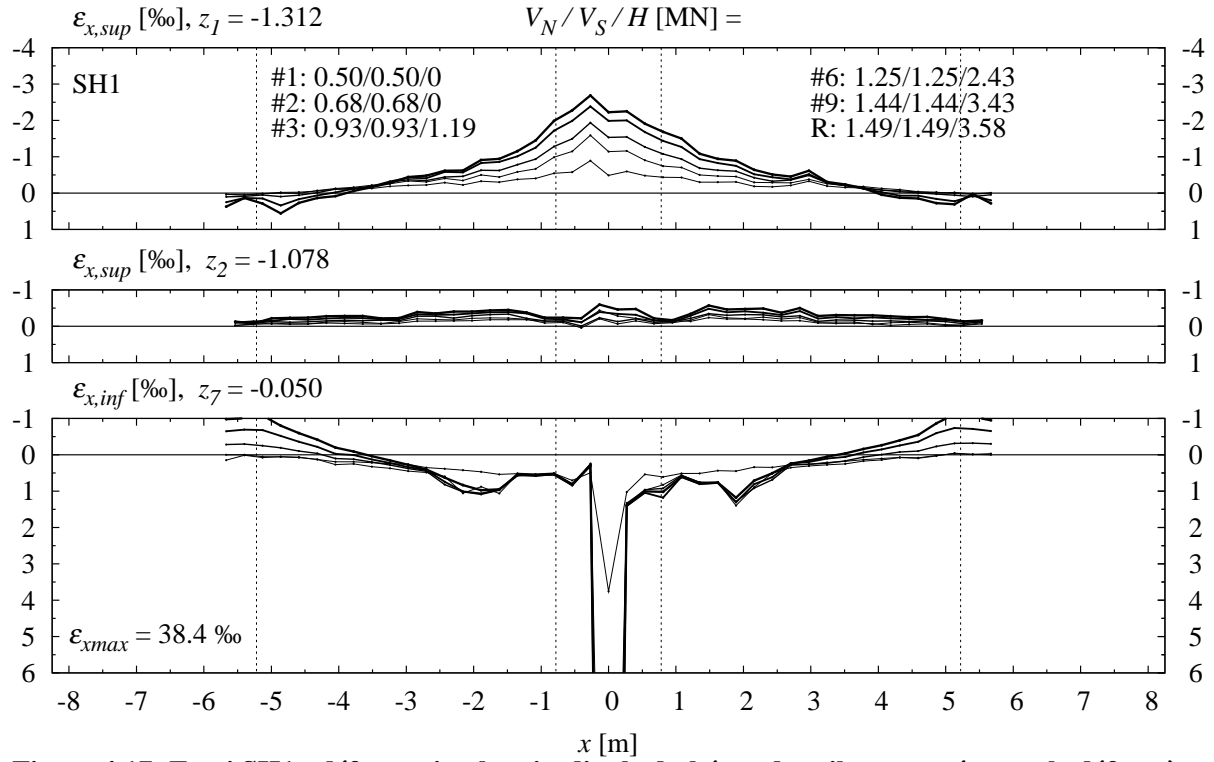
#### Déformation $\varepsilon_z$

La déformation verticale  $\varepsilon_z$  est montrée pour la rangée la plus haute de l'âme, au-dessus des câbles dans la zone de rupture, et l'avant-dernière, au-dessous des câbles. La déformation verticale du béton indique la déformation moyenne des étriers. Ceux-ci ont subi des déformations importantes dans les zones d'effort tranchant maximal, au-delà de leur domaine élastique. Ceci indique que les étriers ont constitué un appui pour l'effort tranchant, qui arrive donc de manière indirecte aux appuis.

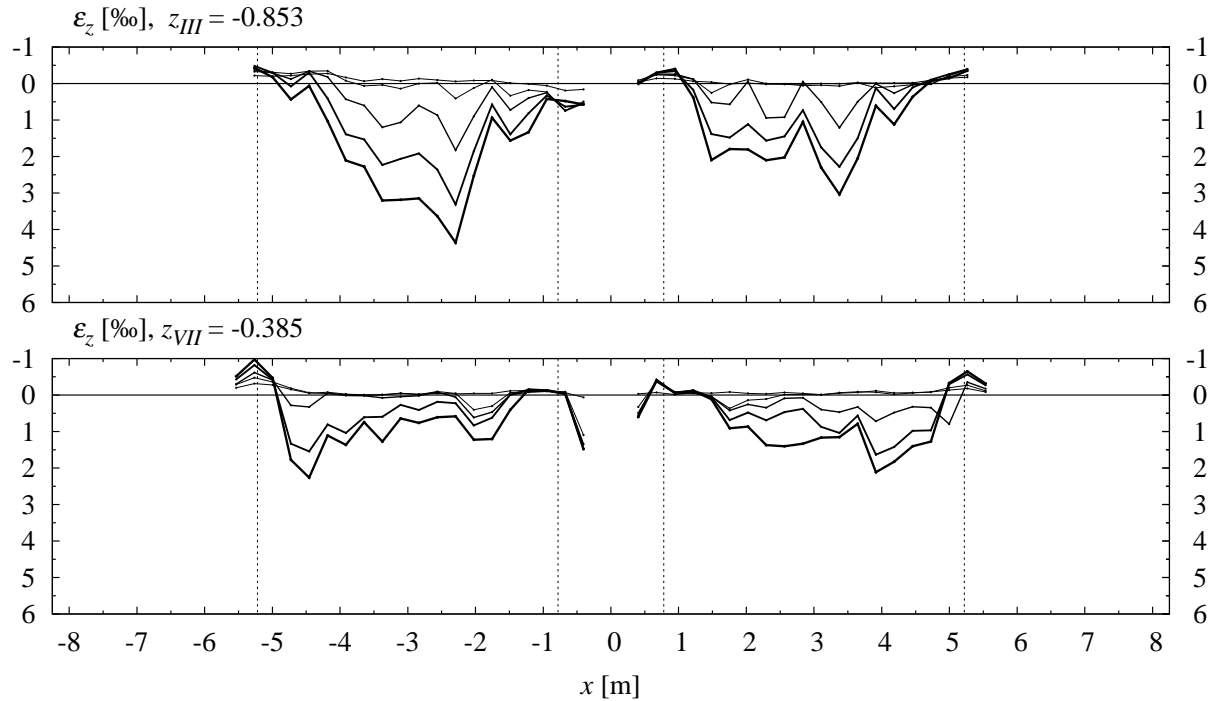
La sollicitation dans les étriers est maximale durant le dernier palier de l'essai SH2 (5..6 ‰), suivi par SH3 (5 ‰), SH1 (4..5 ‰), SH5 (4 ‰), SH4a (3..4 ‰) et SH4b (2..3 ‰). Pour le dernier, la distance entre

l'appui le plus chargé et la charge  $F$  était la plus courte, alors que l'effort tranchant était le plus grand. A la rupture, l'effort tranchant est probablement arrivé en partie directement à l'appui, sans être dévié par les étriers.

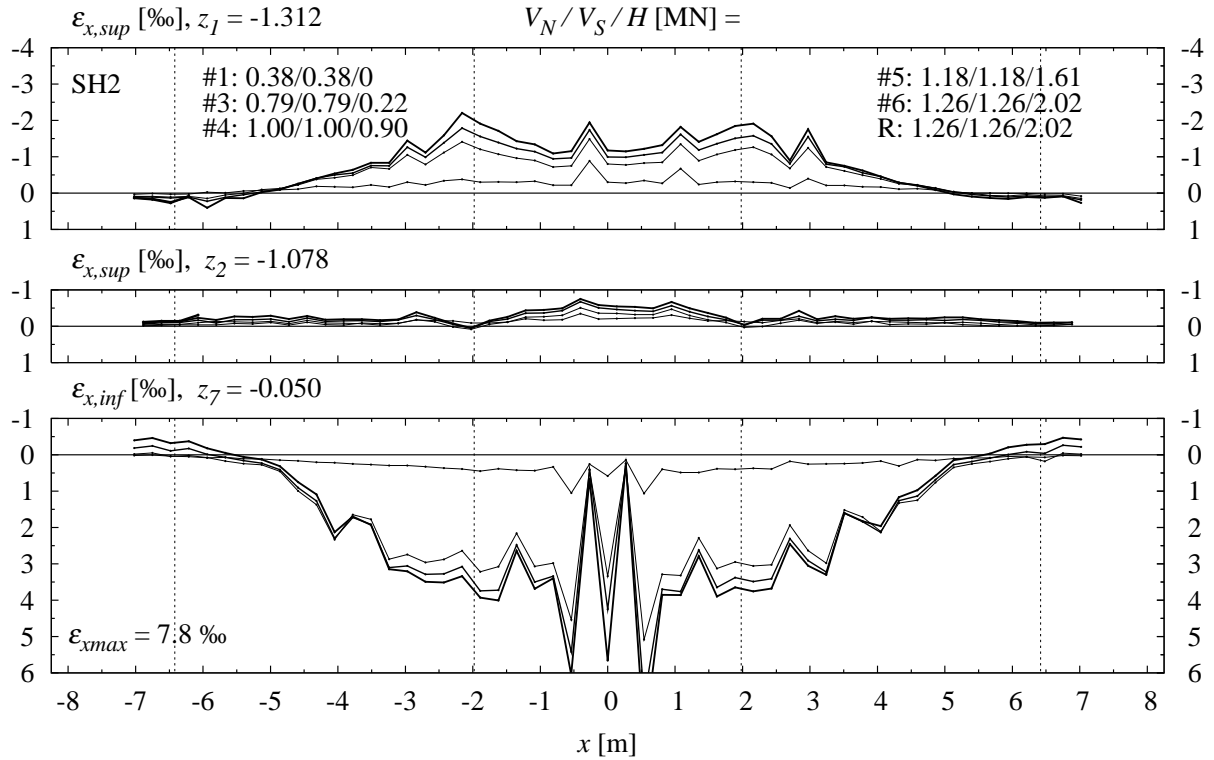
De manière surprenante, proche de la rupture, les étriers sont moins sollicités en bas qu'en haut de l'âme. Ceci indique que l'ancrage des étriers s'est vraisemblablement fait en partie plus haut, au niveau des câbles, et que l'effort tranchant n'atteint pas entièrement le bas de l'âme, dû à l'ancrage de la force dans les câbles de précontrainte.



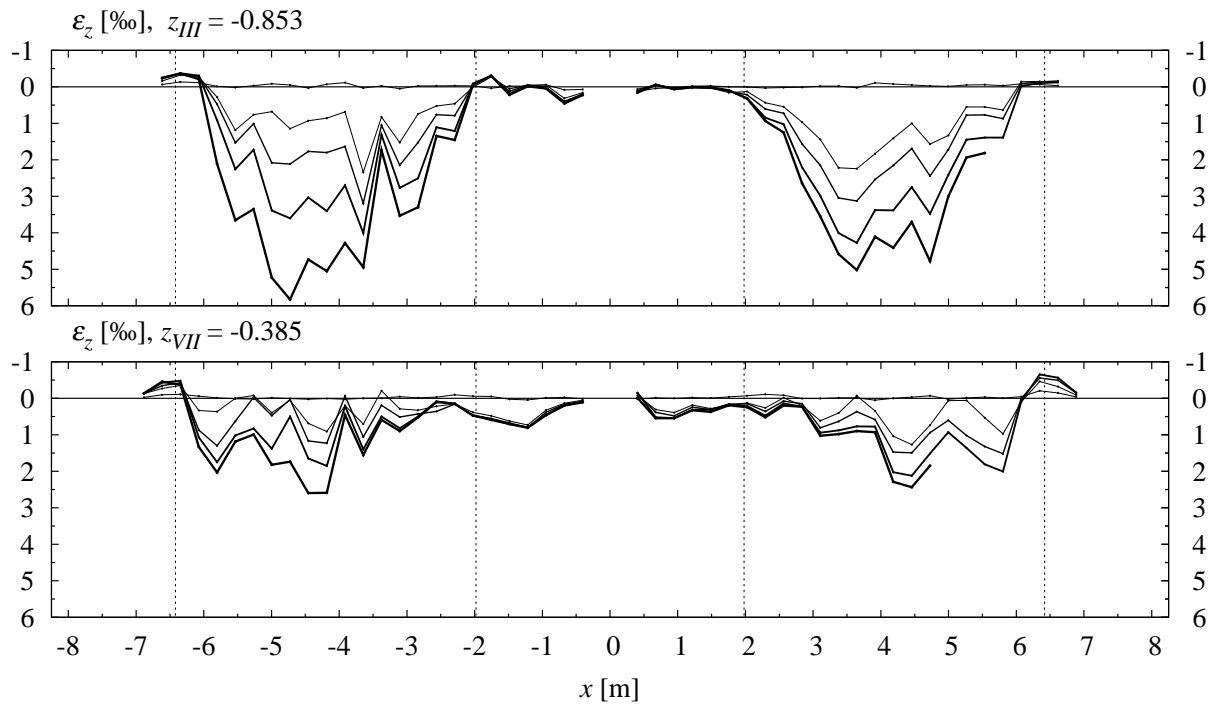
**Figure 4.17: Essai SH1 : déformation longitudinale du béton des ailes mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



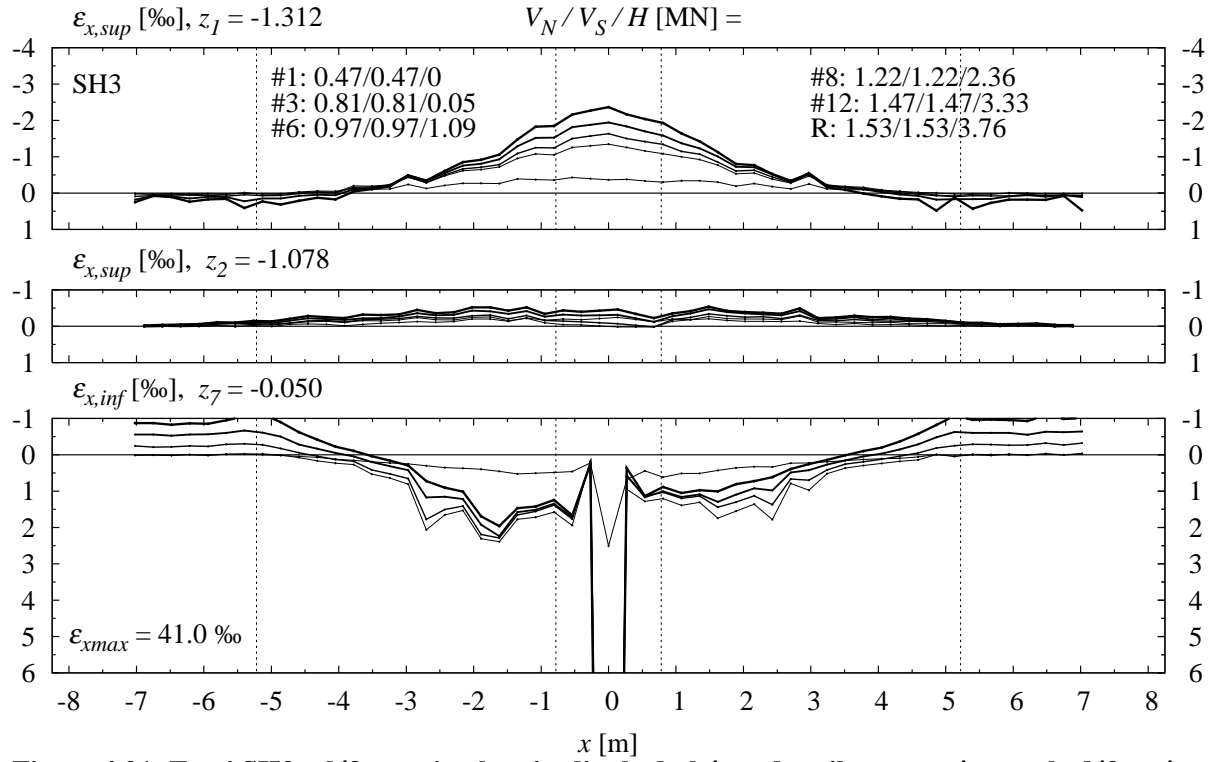
**Figure 4.18: Essai SH1 : déformation verticale du béton en haut et en bas de l'âme mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



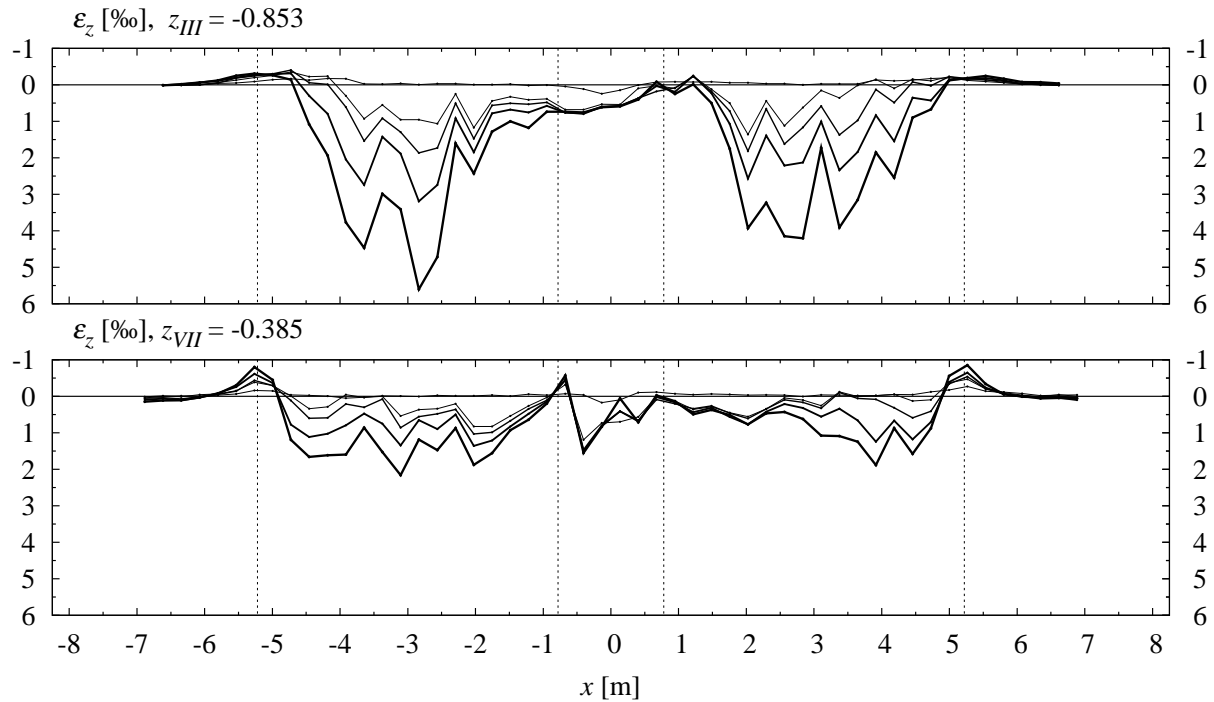
**Figure 4.19: Essai SH2 : déformation longitudinale du béton des ailes mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (palier 6 incomplet ; l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



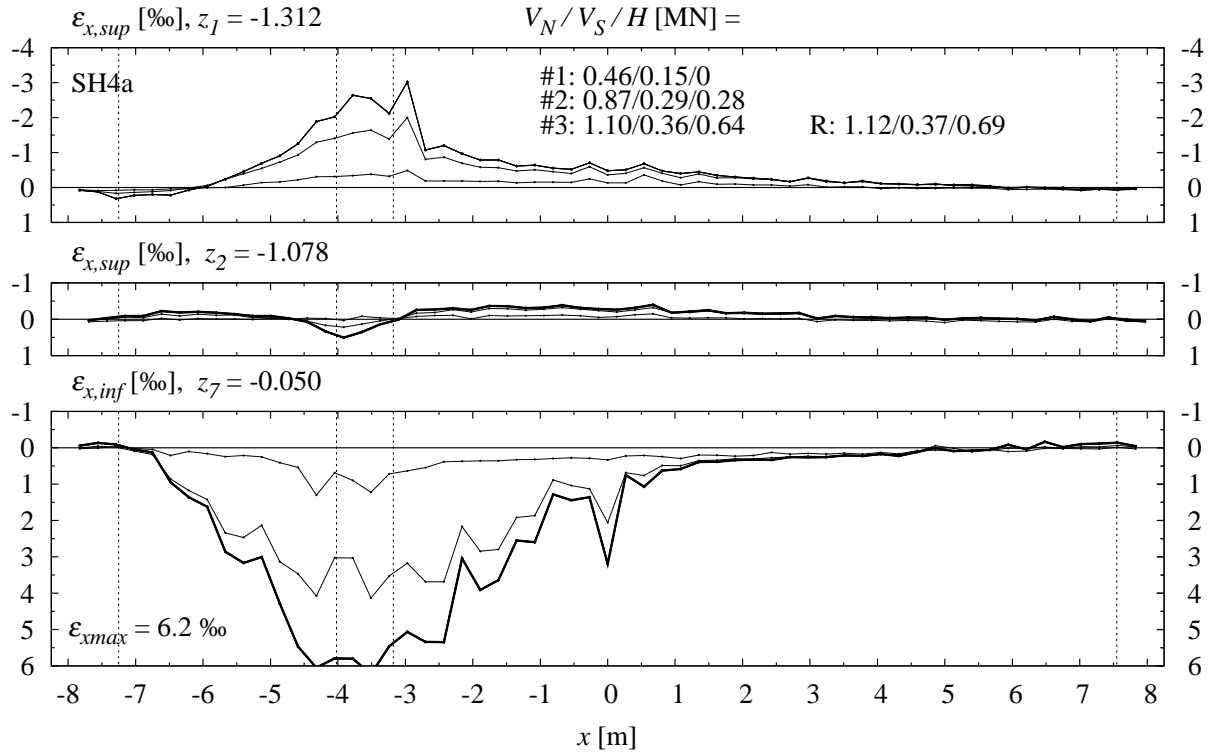
**Figure 4.20: Essai SH2 : déformation verticale du béton en haut et en bas de l'âme mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (palier 6 incomplet ; l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



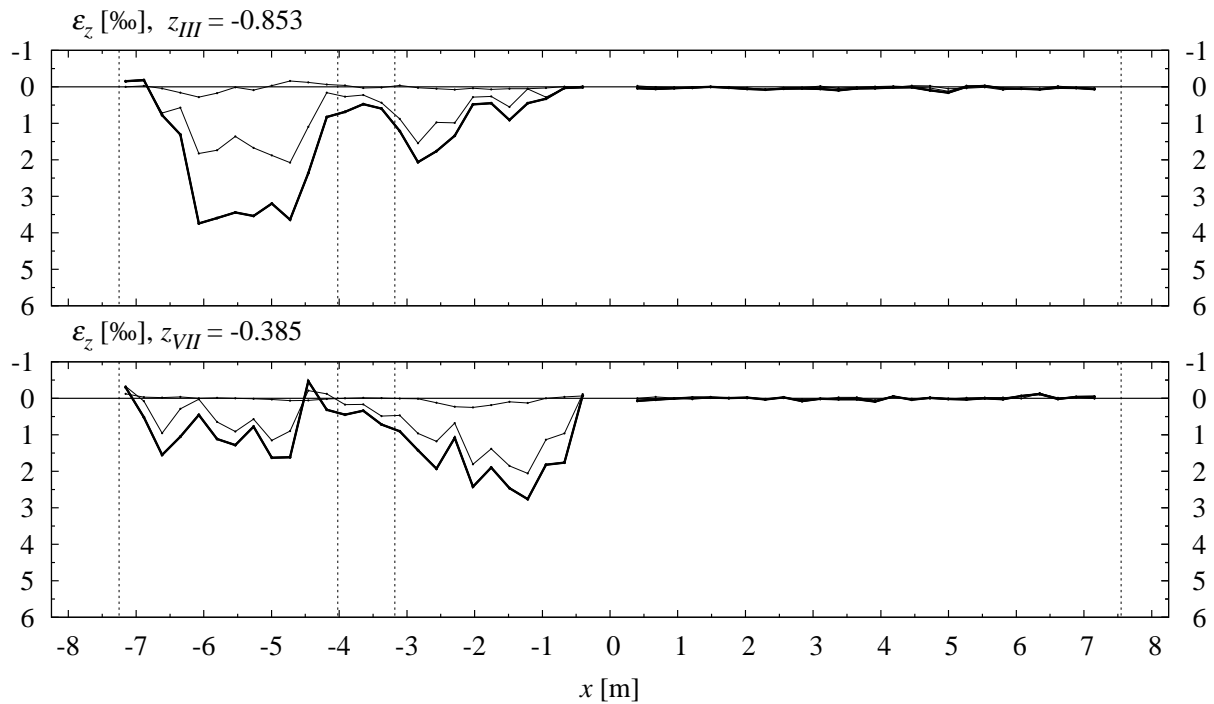
**Figure 4.21: Essai SH3 : déformation longitudinale du béton des ailes mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



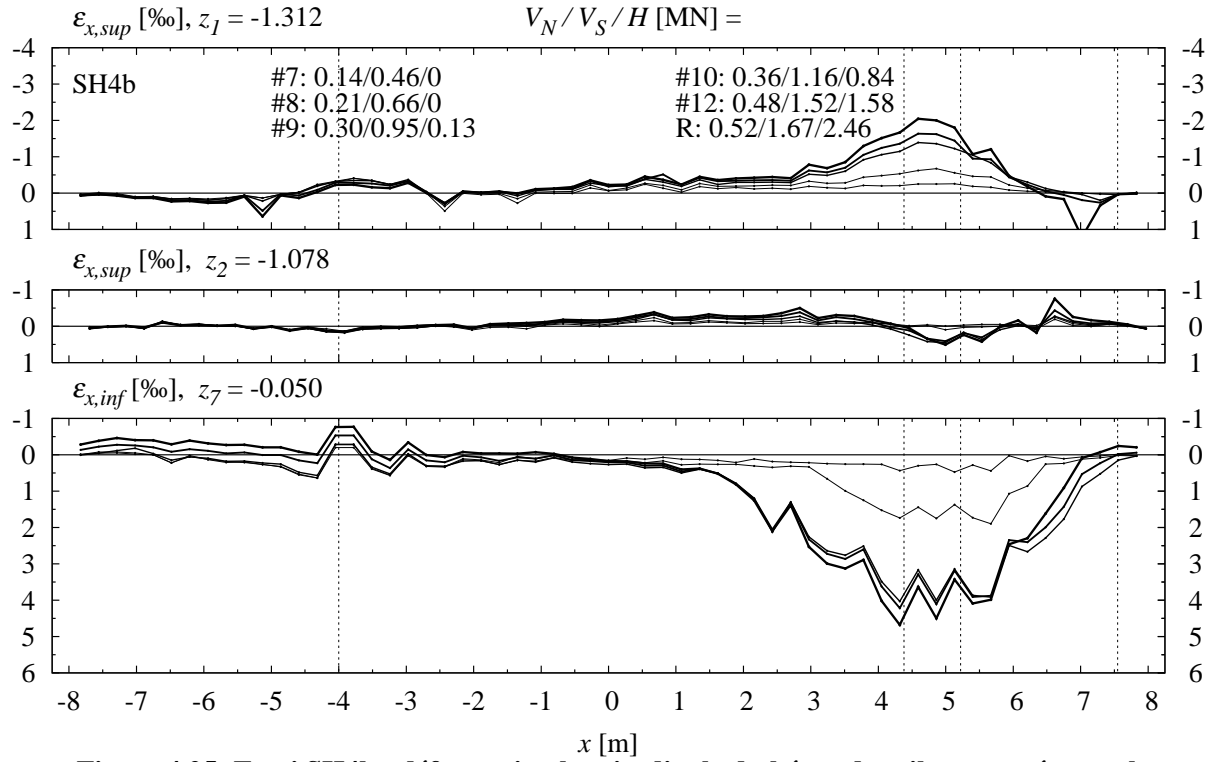
**Figure 4.22: Essai SH3 : déformation verticale du béton en haut et en bas de l'âme mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



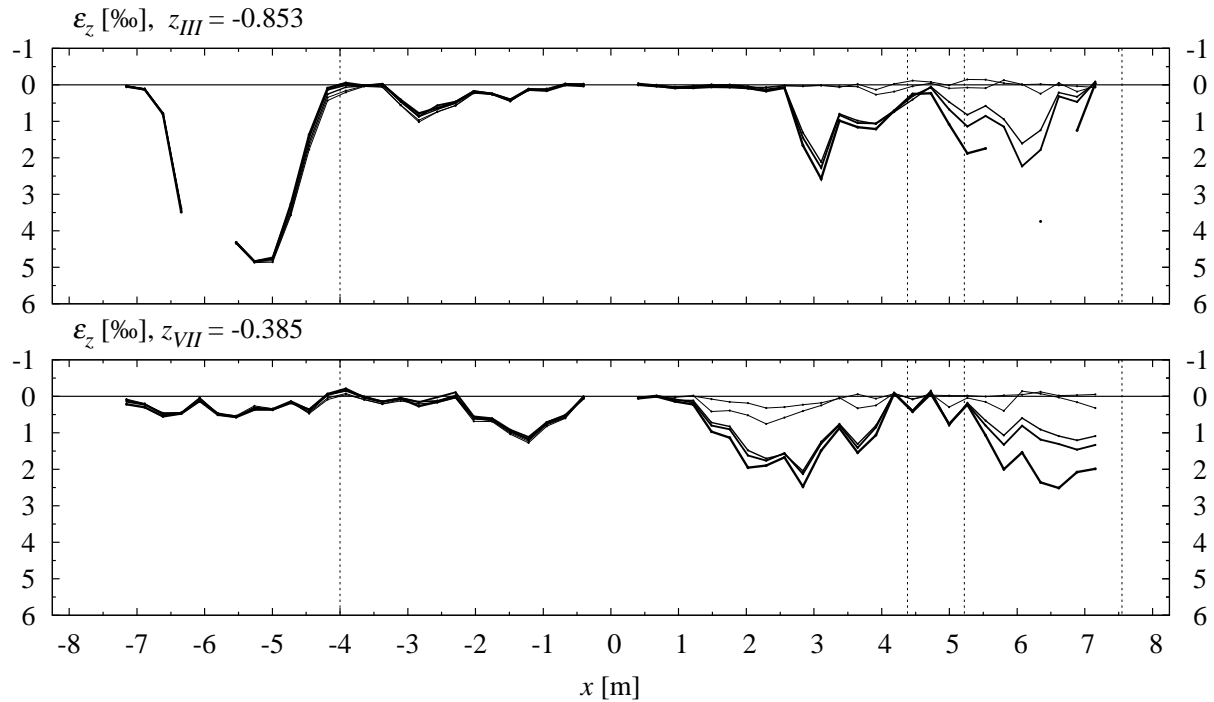
**Figure 4.23: Essai SH4a : déformation longitudinale du béton des ailes mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



**Figure 4.24: Essai SH4a : déformation verticale du béton en haut et en bas de l'âme mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**

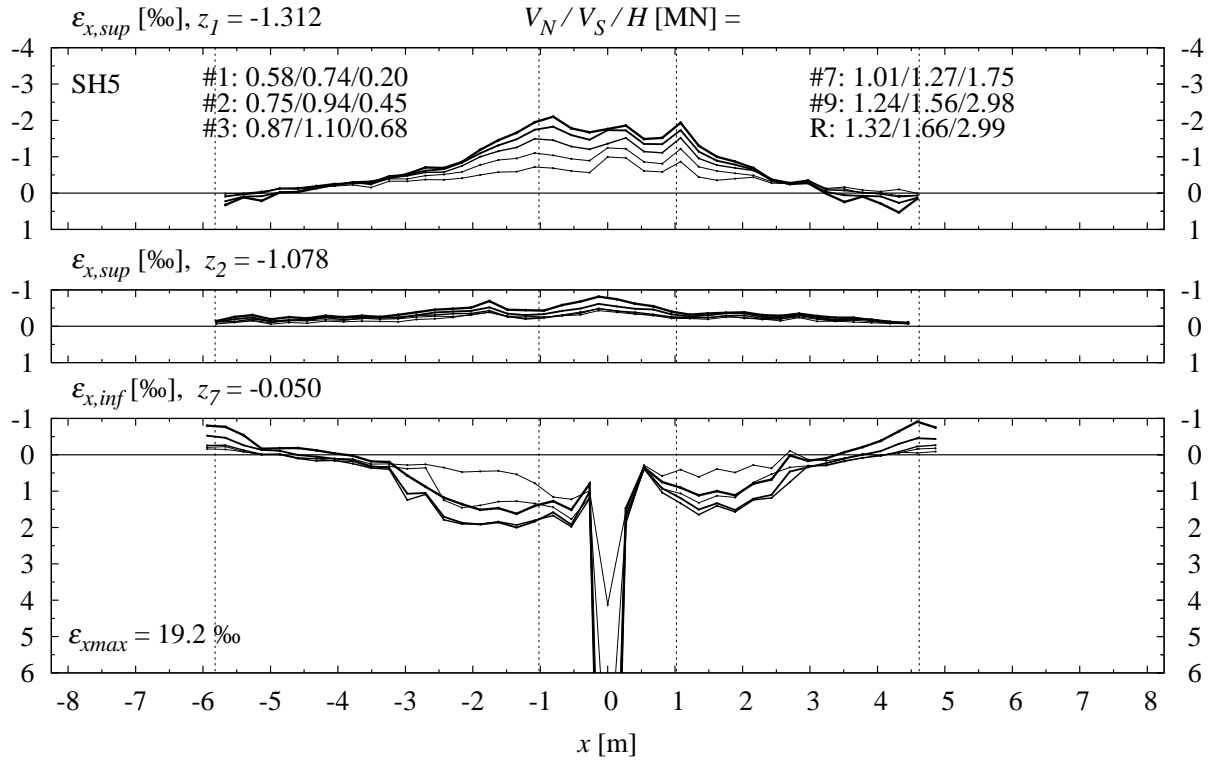


**Figure 4.25: Essai SH4b : déformation longitudinale du béton des ailes mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**

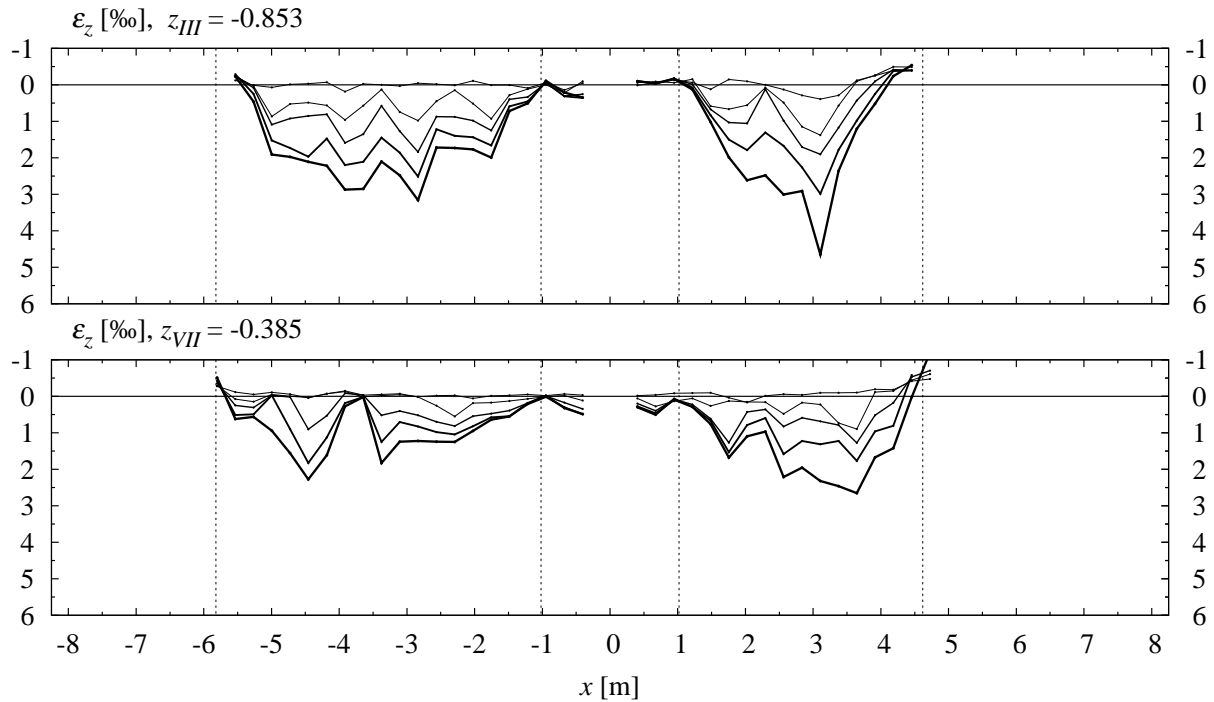


**Figure 4.26: Essai SH4b : déformation verticale du béton en haut et en bas de l'âme mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**





**Figure 4.27: Essai SH5 : déformation longitudinale du béton des ailes mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



**Figure 4.28: Essai SH5 : déformation verticale du béton en haut et en bas de l'âme mesurée avec le déformètre (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**

## Déformations en section

Les figures 4.29 à 4.31 représentent la distribution sur la hauteur des déformations  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_z$  et  $\gamma_{xz}/2$ , mesurées par déformètre pour des sections espacées de deux longueurs de mesure le long de la poutre (540 mm ; ceci pour une meilleure clarté de représentation).

La déformation  $\varepsilon_x$  est présentée au niveau des mesures horizontales ( $z_1, z_2, \dots$ ), alors que les déformations  $\varepsilon_z$  et  $\gamma_{xz}/2$  sont représentées au centre des triangles que forment les mesures ( $z_I, z_{II}, \dots$  ; chap. 3). Une déformation de 4 ‰ correspond graphiquement à 1 m de longueur sur l'axe longitudinal dans le cas de  $\varepsilon_x$ , et à 0.5 m pour  $\varepsilon_z$  et  $\gamma_{xz}/2$ . Une déformation  $\varepsilon_x$  positive est orientée vers le milieu de la poutre. Une déformation  $\varepsilon_z$  ou  $\gamma_{xz}/2$  positive est orientée vers la droite. Tous les paliers sont représentés, à part les cycles ; le trait le plus épais indique le dernier palier.

### Déformations $\varepsilon_x$

Dans chaque section, la déformation  $\varepsilon_x$  forme un plan dont l'inclinaison donne la courbure (fig. 4.29). Elle était très forte à l'endroit sous et entre les charges  $F$ . La plus forte courbure est généralement mesurée au joint à mi-travée (exceptions : SH2, SH4a et SH4b), qui est représentée à cet endroit de manière intégrale uniquement pour l'aile supérieure, pour des raisons d'échelle. Cet endroit mis à part, la courbure dans la zone du moment maximal est la plus forte pour l'essai SH4a, suivi par SH2 et SH4b, SH3, SH5, SH1. La courbure est faible dans la zone de rupture (exceptions : SH2, SH4a et SH4b) et négative entre l'appui et l'extrémité de la poutre, à cause de la charge  $H$ .

Une fois la charge  $H$  activée, la position de l'axe neutre dans les sections les plus sollicitées s'est modifiée très peu durant les essais. Entre les charges  $F$ , il se situe dans (SH4b, SH5 Sud) ou au bas de l'aile supérieure (SH1, SH3, SH4a), ou alors dans l'âme (SH2, SH5 Nord).

Dans l'âme en zone de rupture, la déformation positive  $\varepsilon_x$  est la plus importante pour les essais SH2 et SH4a, suivis par SH4b. Pour SH1, SH3 et SH5, elle est faible, voire nulle.

Les déformations  $\varepsilon_x$  sur une section ne forment pas des plans parfaits. Cinq phénomènes sont à l'origine de cette observation.

Premièrement, dans la zone de rupture au niveau des câbles, un saut de  $\varepsilon_x$  vers le négatif peut être constaté. Il est maximal dans le cas des essais SH1 à SH3 et indique probablement un glissement de la partie de l'âme située au-dessus des câbles vers le Nord par rapport à la partie au-dessous des câbles.

Deuxièmement, dans les essais SH1, SH3 et SH5, la partie basse de l'âme et l'aile inférieure participent moins à la déformation que la courbure de la partie supérieure le suggère. Il s'agit des essais où a) le joint se situe dans la zone de moment maximal et b) toute l'armature en flexion passive s'arrête au joint. L'ancrage de cette armature en est probablement la raison, en combinaison avec une mauvaise adhérence des câbles.

Troisièmement, pour les essais SH2, SH4a et SH4b, dans la zone de moment maximal, le plan de déformation de l'aile supérieure comprimée montre une inclinaison plus importante que dans l'âme et dans l'aile inférieure. Ce phénomène a déjà été observé par Leonhardt et Walther sur leur poutre TA11 [2].

Quatrièmement, dans une zone où l'orientation des câbles de précontrainte est défavorable par rapport à la sollicitation à l'effort tranchant de la poutre—ceci est le cas pour les essais SH4a et SH4b entre l'appui le moins chargé et la charge  $F$ , proche de la charge—la courbure change de signe en-dessous des câbles. Ceci peut indiquer un changement de signe de l'adhérence au-dessus et au-dessous des câbles.

Cinquièmement, pour les essais SH4a et SH4b, la courbure est négative dans l'aile supérieure et positive en-dessous dans une section près de l'appui le plus chargé. La distance entre l'appui et l'extrémité de la poutre est très petite et l'hypothèse d'un comportement de poutre élancée n'est probablement pas valable.

### Déformations $\varepsilon_z$

La déformation  $\varepsilon_z$  est maximale dans la zone d'effort tranchant maximal, indiquant pour tous les essais un appui indirect pour l'effort tranchant constitué par les étriers (fig. 4.30). Par contre, pour les essais SH4a et surtout SH4b, l'effort tranchant est important et la distance entre l'appui le plus chargé et la charge  $F$ , sur laquelle les étriers peuvent être activés, courte. Une partie de la charge semble être

transmise directement à l'appui.

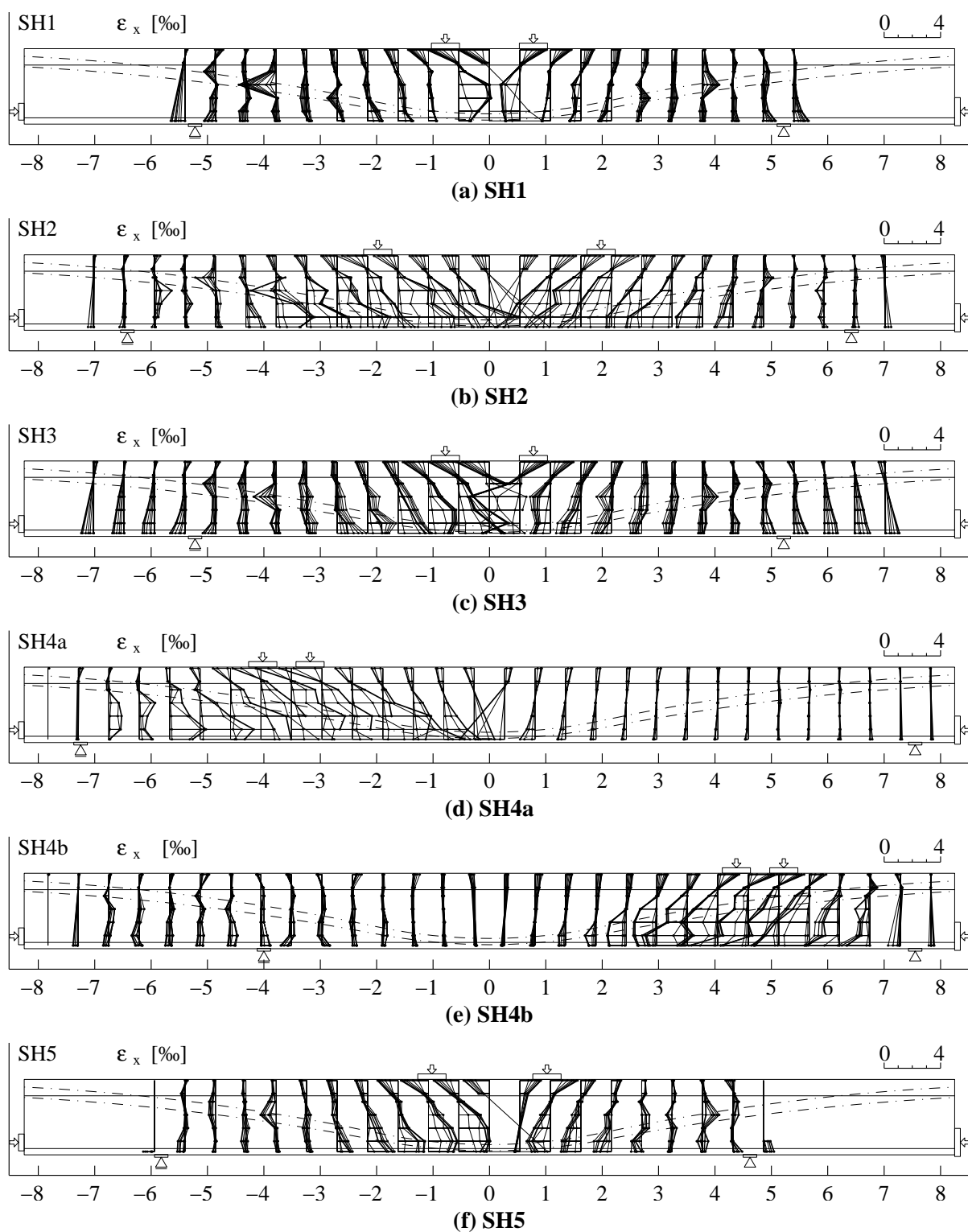
Pour les premiers paliers de charge avec une charge  $H$  nulle ou faible, la déformation  $\varepsilon_z$  est répartie de manière à peu près constante sur la hauteur, suggérant un ancrage des étriers en bas de l'âme. Pour les derniers paliers, une concentration de la déformation se remarque au-dessus des câbles. Ceci indique un ancrage des étriers en partie déjà au niveau des câbles ; seulement une partie de l'effort tranchant atteint le bas de l'âme.

Au voisinage de l'appui, les étriers sont plus chargés en bas.

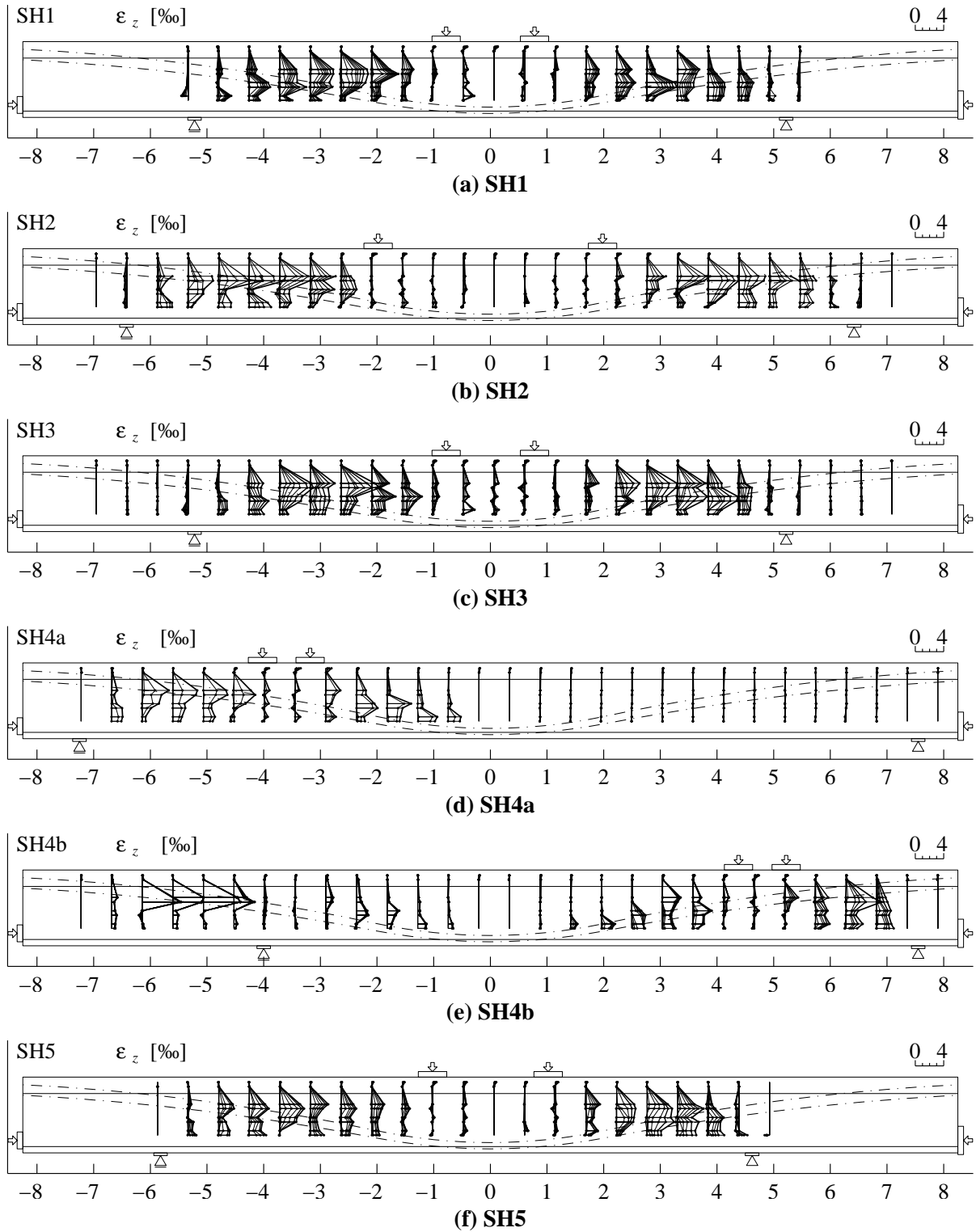
Pour l'essai SH2, la déformation  $\varepsilon_z$  est grande le long de la fissuration qui suit l'armature passive longitudinale en haut de l'âme, dans la zone de rupture (fig. 4.11).

### **Déformation $\gamma_{xz}/2$**

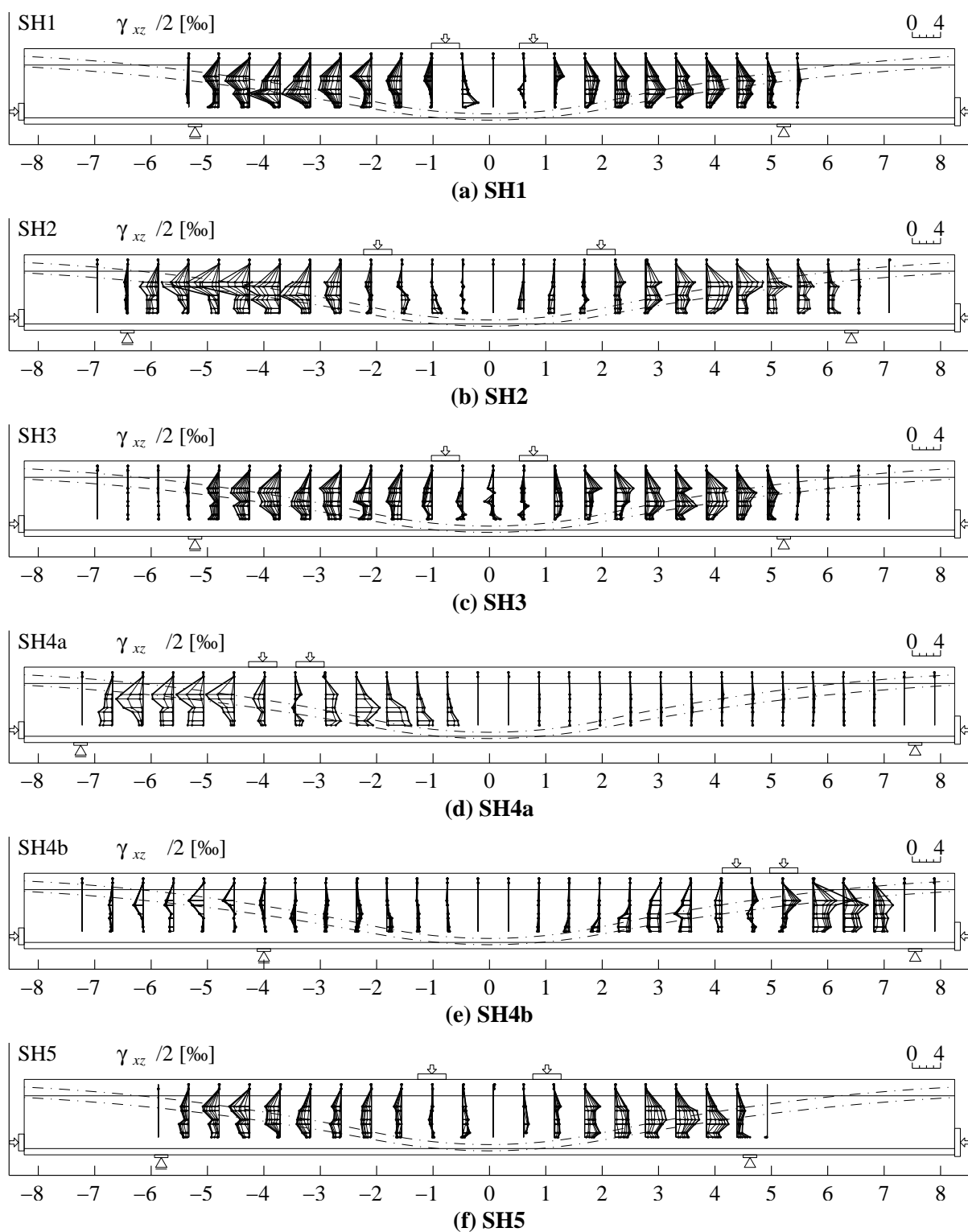
La figure 4.31 montre la déformation  $\gamma_{xz}/2$ . Son signe correspond à celui de l'effort tranchant. Pour tous les essais, la distribution sur la hauteur est de forme triangulaire, avec un maximum au niveau des câbles. Ceci peut signifier une forte activation d'engrènement le long des câbles, dans les fissures préexistantes (fig. 2.20). La déformation  $\gamma_{xz}/2$  est maximale pour les essais SH1 à SH3. Pour l'essai SH2, un glissement de corps rigide semble avoir eu lieu le long de la fissuration qui suit l'armature passive longitudinale en haut de l'âme.



**Figure 4.29: Essais SH1 à SH5 : déformation longitudinale du béton pour les paliers sans les cycles ; représentation en section (longueur de mesure : 270 mm ; l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



**Figure 4.30: Essais SH1 à SH5 : déformation verticale du béton pour les paliers sans les cycles ; représentation en section (longueur de mesure : 270 mm ; l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



**Figure 4.31: Essais SH1 à SH5 : glissement du béton pour les paliers sans les cycles ; représentation en section (longueur de mesure : 270 mm ; l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**

## Déformations en axes principaux

Les figures 4.32 à 4.36 montrent les déformations principales  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$  dans le plan de l'âme et l'angle  $\theta$  entre la direction de  $\varepsilon_3$  et l'axe longitudinal  $x$ . Ils ont été calculés sur la base des mesures par déformètre. Ils sont représentés au centre des triangles que forment les mesures ( $z_I, z_{II}, \dots$ ; chap. 3).

Dans la figure 4.32, un niveau de gris indique un changement de la déformation de 1.0 ‰ (fig. 4.33 : 0.25 ‰). Les déformations inférieures au minimum de l'échelle ne sont pas représentées.

Dans les figures 4.34 et 4.36, la direction de  $\varepsilon_3$  est indiquée par l'orientation des traits. L'intensité de la déformation est indiquée par l'épaisseur du trait (échelle non fournie). Pour l'aile inférieure, l'intensité de la déformation  $\varepsilon_x$  est montrée.

Les figures 4.32 et fig. 4.33 montrent le dernier palier, alors que les figures 4.34 à 4.36 montrent le premier palier (SH4b : 7e), le palier de la fissuration flexionnelle stabilisée et le dernier palier.

### Déformations $\varepsilon_1$

La déformation  $\varepsilon_1$  indique la fissuration du béton. La fissuration inclinée due à l'effort tranchant est visible sur la figure 4.32. Pour tous les essais, une zone de fissures inclinées, caractérisées par leur grande ouverture, se forme dans la zone de rupture. Elle est la plus marquée pour les essais SH1, SH2 et SH5.

La déformation  $\varepsilon_1$  indique probablement l'endommagement du béton. Il est maximal dans la zone de rupture, au-dessus et au niveau des câbles et en bas de l'âme dans la zone de moment maximal. Pour l'essai SH2, la fissuration le long de l'armature passive longitudinale de l'âme dans la zone de rupture, au-dessus des câbles, provoque également une grande déformation  $\varepsilon_1$ . Dans le cas de l'essai SH4a, entre l'appui le moins chargé et la charge  $F$ , près de la charge  $F$ , la déformation  $\varepsilon_1$  est également importante, alors que l'effort tranchant est faible. Elle atteint 6 ‰ ou plus dans ces zones.

### Déformations $\varepsilon_3$

La déformation  $\varepsilon_3$  indique le niveau de sollicitation du béton (fig. 4.33). En valeur absolue, elle est maximale dans la zone de rupture, au niveau du câble supérieur (SH5 : inférieur), où elle atteint  $-3$  ‰, voire encore un raccourcissement plus grand (SH1 et SH2). Celui-ci est maximal pour l'essai SH2, où la rupture a eu lieu durant le dernier palier. Un glissement important en est probablement la raison.

Le fait que la déformation  $\varepsilon_3$  est en général maximale le long du câble supérieur peut indiquer un glissement pour tous ces essais, car les fissures qui longent ce câble et qui lui sont parallèles, sont beaucoup moins présentes le long du câble inférieur.

La zone avec les déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  les plus importantes est la zone de rupture.

### Angle $\theta$

La direction de la déformation principale  $\varepsilon_3$  est montrée sur les figures 4.34 à 4.36. Si l'on suppose des fissures qui s'ouvrent perpendiculairement et se ferment sans endommager le béton, l'orientation des contraintes principales  $\sigma_3$  de compression dans le béton correspond à l'orientation de la déformation  $\varepsilon_3$ . Des champs de contraintes apparaissent ainsi dans l'âme et dans l'aile supérieure. Des éventails constitués de bielles en compression centrées se forment autour de l'introduction des charges  $F$  et des appuis, et montrent l'appui indirect que constituent les étriers. Le signe de l'effort tranchant qui charge l'âme est indiqué par l'orientation des bielles.

Lors du premier palier, entre l'appui et la charge  $F$ , l'inclinaison des bielles est plus petite au-dessus des câbles qu'au-dessous, indiquant une déviation de l'effort par les câbles de précontrainte.

Le tableau 4.9 montre l'angle  $\theta$  entre la déformation principale  $\varepsilon_3$  et l'axe longitudinal après la stabilisation de la fissuration flexionnelle. La correspondance avec l'inclinaison des fissures est bonne (tab. 4.8), quoiqu'en règle générale, l'angle des déformations principales  $\theta$  est plus grand que l'angle des fissures.

Au dernier palier, l'inclinaison au-dessus et au-dessous des câbles est identique et vaut environ  $30^\circ$

**Tableau 4.9: Inclinaison moyenne  $\theta$  de la déformation  $\varepsilon_3$ , mesurée par déformètre (longueur de mesure : 270 mm pour l'âme au-dessus/au-dessous des câbles de précontrainte après stabilisation de la fissuration flexionnelle (palier 3 ; SH4a : 2 ; SH4b : 9))**

Position	SH1	SH2	SH3	SH4a	SH4b	SH5
Nord	34/42°	35/50°	38/44°	33/48°	43/55°	33/35°
Sud	30/31°	32/44°	38/50°	40/53°	42/60°	30/35°

(SH4a et SH4b : l'angle est plus grand en-dessous des câbles). Une rotation des bielles a donc lieu, qui correspond à la fissuration observée (section. 4.3). Pour la partie au-dessous des câbles, ceci représente une réduction de l'angle  $\theta$ , due à l'activation plus forte des étriers et à l'introduction de la charge  $H$ . Celle-ci permet aux bielles de s'appuyer sur l'aile inférieure qui est alors en compression dans cette zone.

Dans les porte-à-faux, entre l'appui et l'extrémité, l'introduction de la charge  $H$  mène à un champ de compression parallèle à l'axe longitudinal. Sa hauteur couvre presque toute l'âme. Les bielles s'appuient sur ce champ plutôt que de se centrer sur l'appui.

Pour l'essai SH4a, entre l'appui le moins chargé et la charge  $F$ , près de cette charge, les bielles rencontrent les câbles sous un très faible angle, indiquant des problèmes d'adhérence possibles. Lors de l'essai SH4b, un appui indirect au début de l'essai s'est transformé en appui direct lors du dernier palier sous l'influence de la charge  $H$ .

Dans l'aile supérieure, la déformation de compression principale est inclinée. ce qui indique une reprise de l'effort tranchant en partie par l'aile comprimée. Ce phénomène peut être observé lors de chaque essai.

Les figures 4.37 à 4.39 montrent l'angle  $\theta$  entre la déformation principale  $\varepsilon_3$  et l'axe longitudinal, le long de l'axe longitudinal, pour l'aile supérieure et deux rangées de l'âme : la plus haute et l'avant-dernière. Plusieurs paliers sont représentés. Trois constations peuvent être faites :

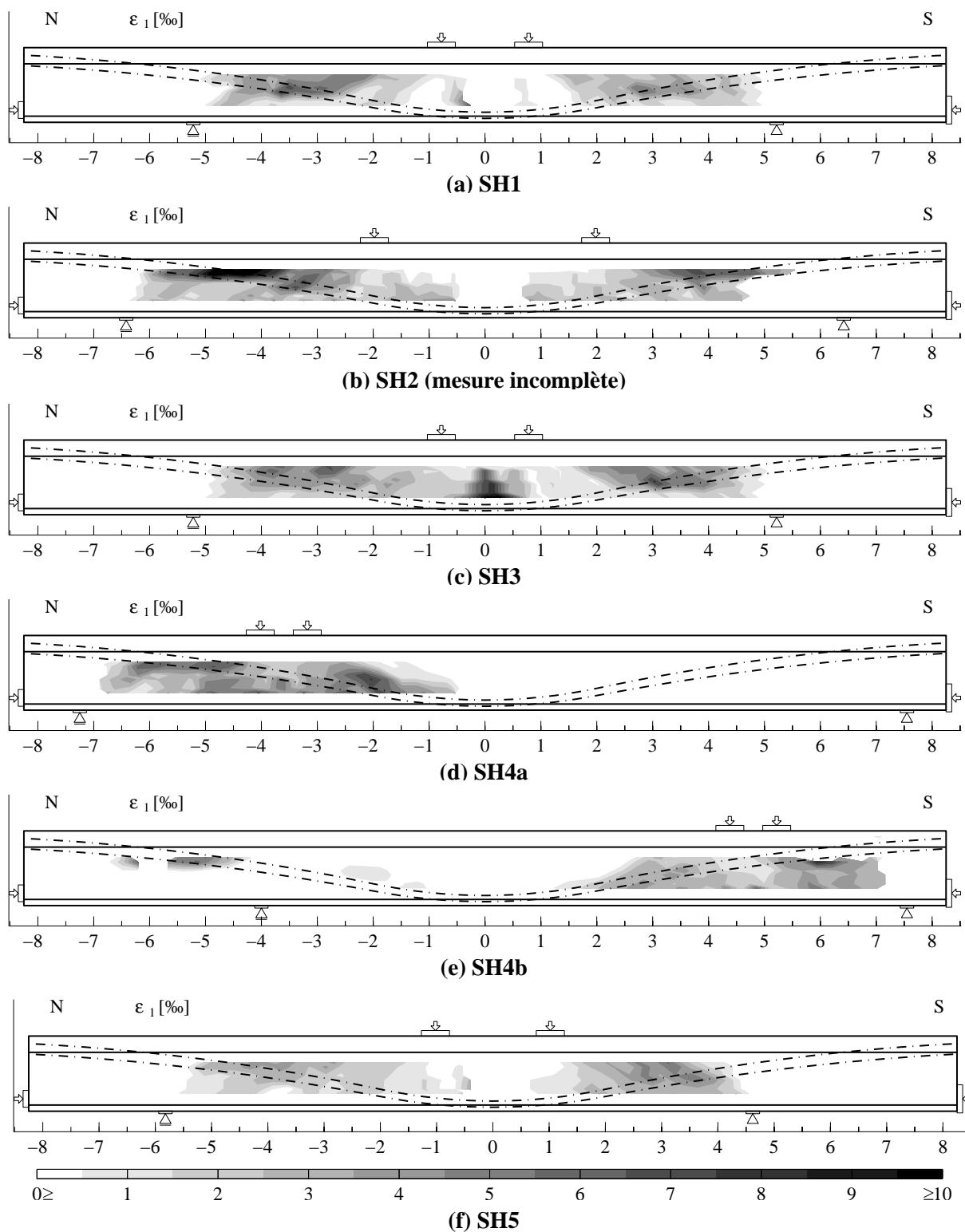
Premièrement et constaté précédemment, la direction de la déformation  $\varepsilon_3$  est inclinée dans l'aile supérieure. Cette inclinaison est comparable pour les essais SH1 à SH3 et varie presque linéairement entre  $\pm 10^\circ$  de l'endroit de décompression de l'aile supérieure de part et d'autre de la mi-travée. Pour les essais SH4a à SH5, la tendance est comparable, mais moins claire. Le signe de l'angle correspond à celui de l'effort tranchant dû aux charges. Une partie de l'effort tranchant a donc été reprise par l'effort de compression incliné dans l'aile supérieure.

Deuxièmement, des champs de contraintes sous forme d'éventail autour des appuis et des charges dans l'âme sont bien visibles par l'inclinaison  $\theta$  qui est maximale sur l'appui et sous la charge  $F$  et diminue entre les deux.

Troisièmement, une réduction de l'inclinaison peut être observée sous influence de la charge  $H$ . Cette réduction est plus marquée pour la partie au-dessous des câbles.

A part pour les essais SH4a et SH4b, l'inclinaison en-dessus et en-dessous des câbles vaut environ  $30^\circ$  dans une zone étendue sur presque toute la distance entre l'appui et la charge  $F$ .





**Figure 4.32: Essais SH1 à SH5 : déformation principale  $\varepsilon_1$  du béton pour le dernier palier avant la rupture (longueur de mesure : 270 mm)**

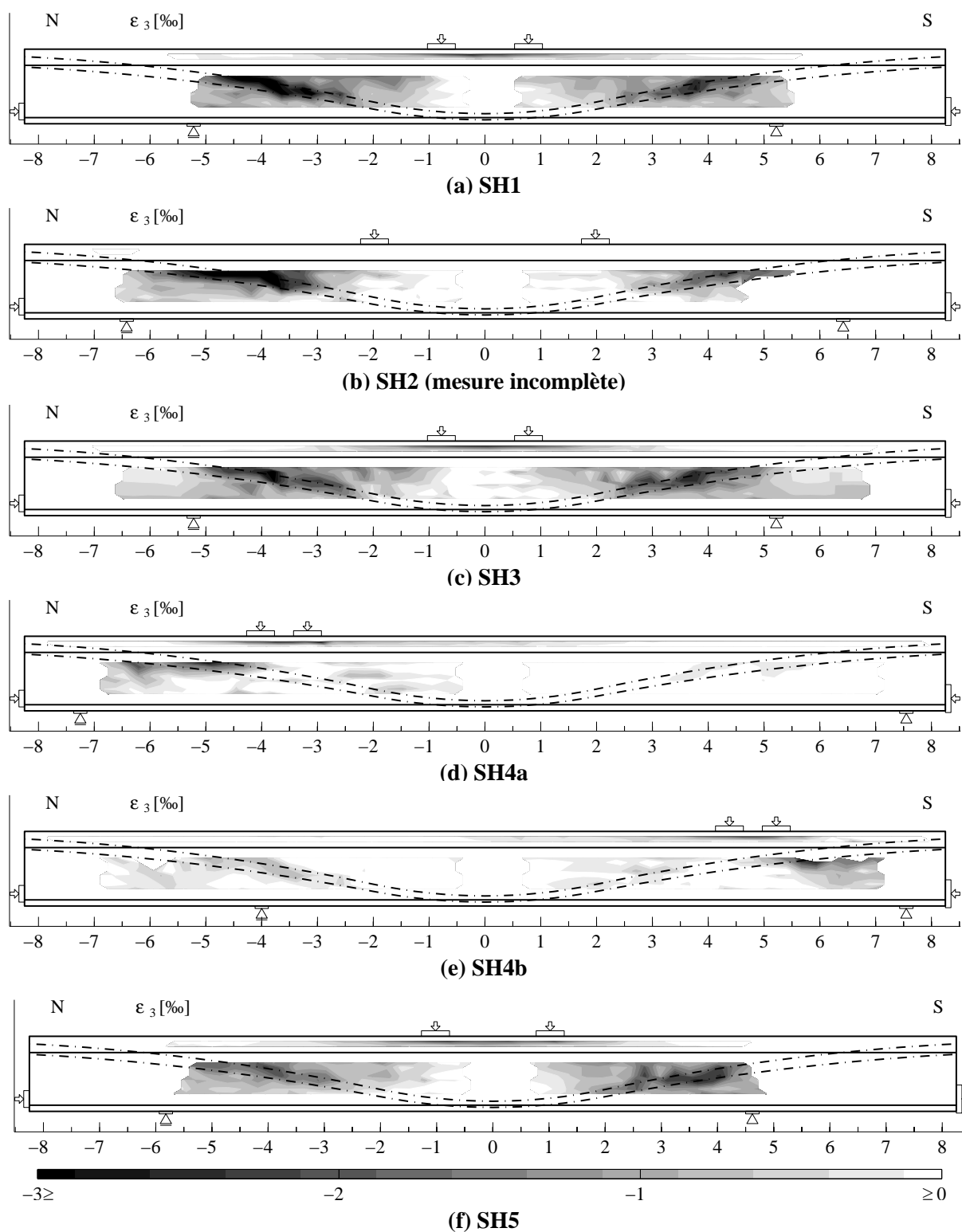
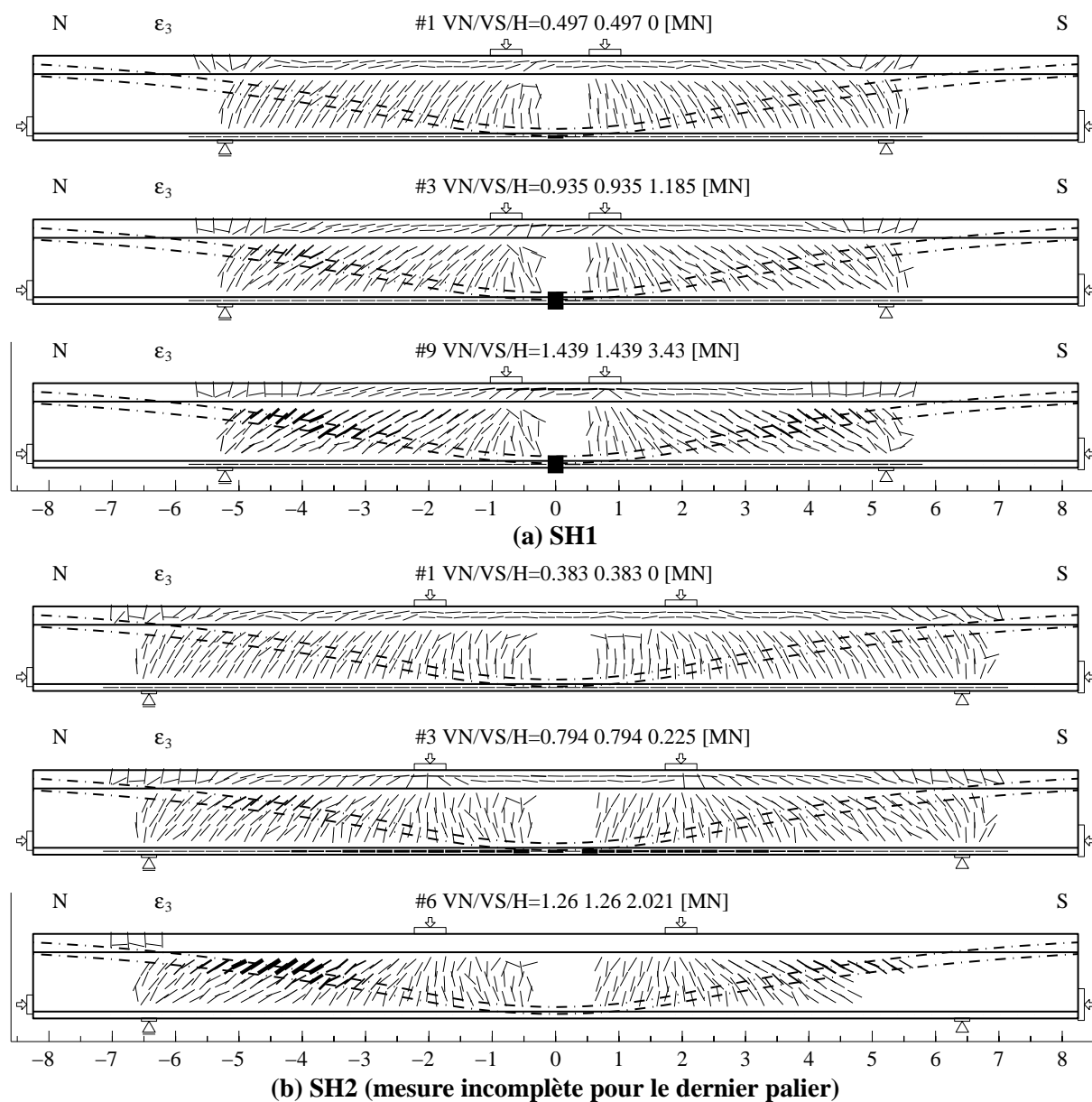
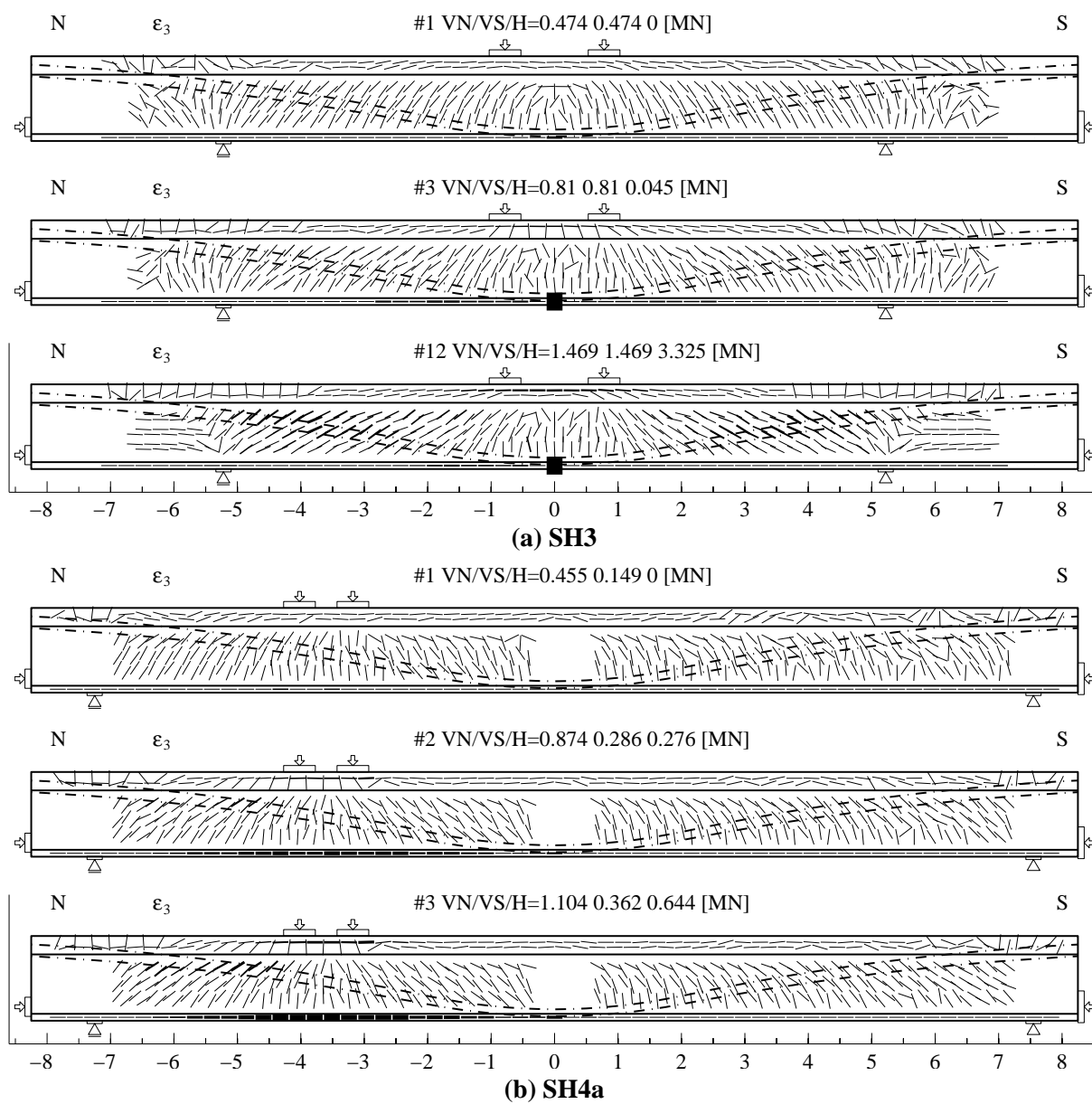


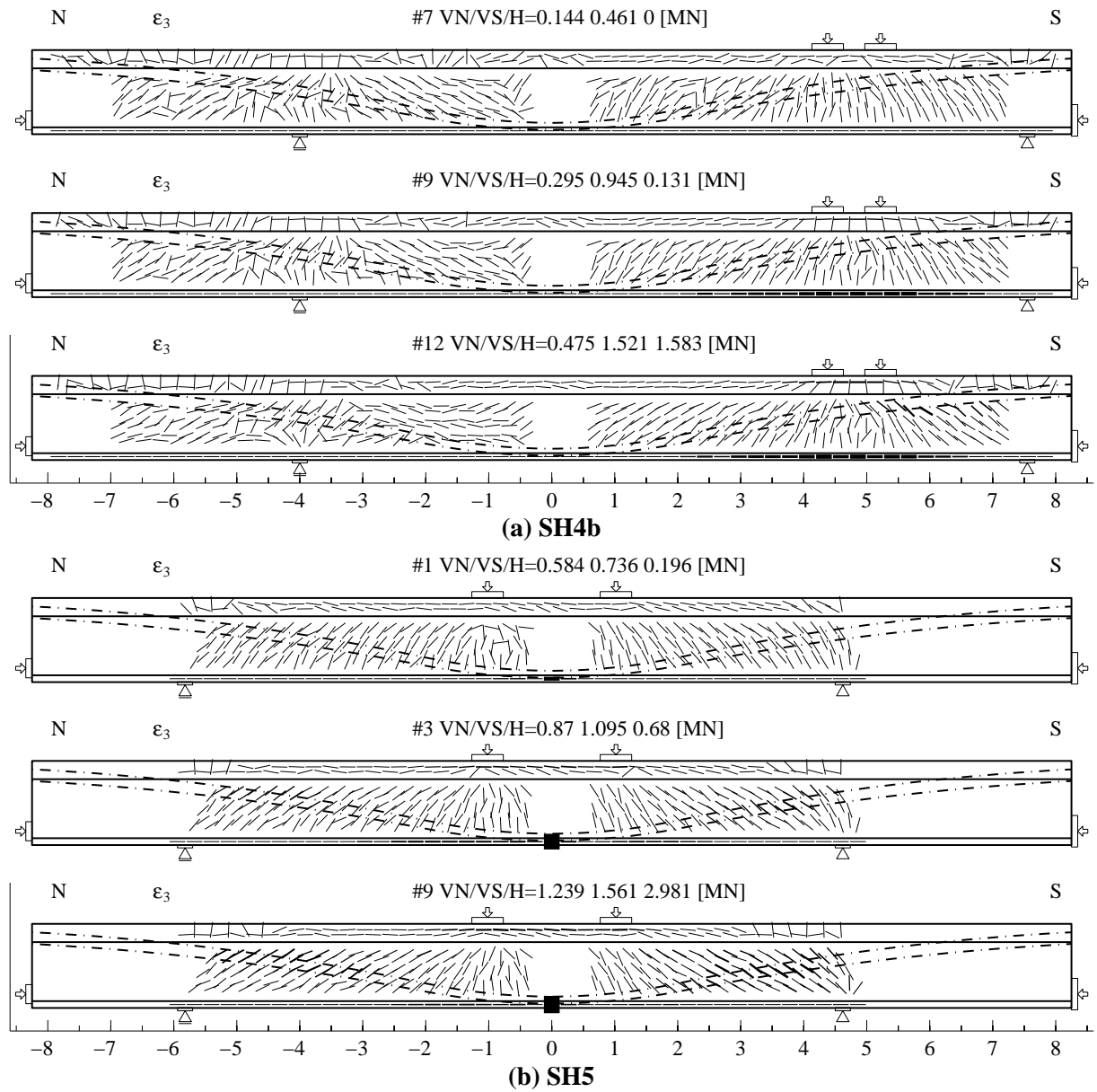
Figure 4.33: Essais SH1 à SH5 : déformation principale  $\varepsilon_3$  du béton pour le dernier palier avant la rupture (longueur de mesure : 270 mm)



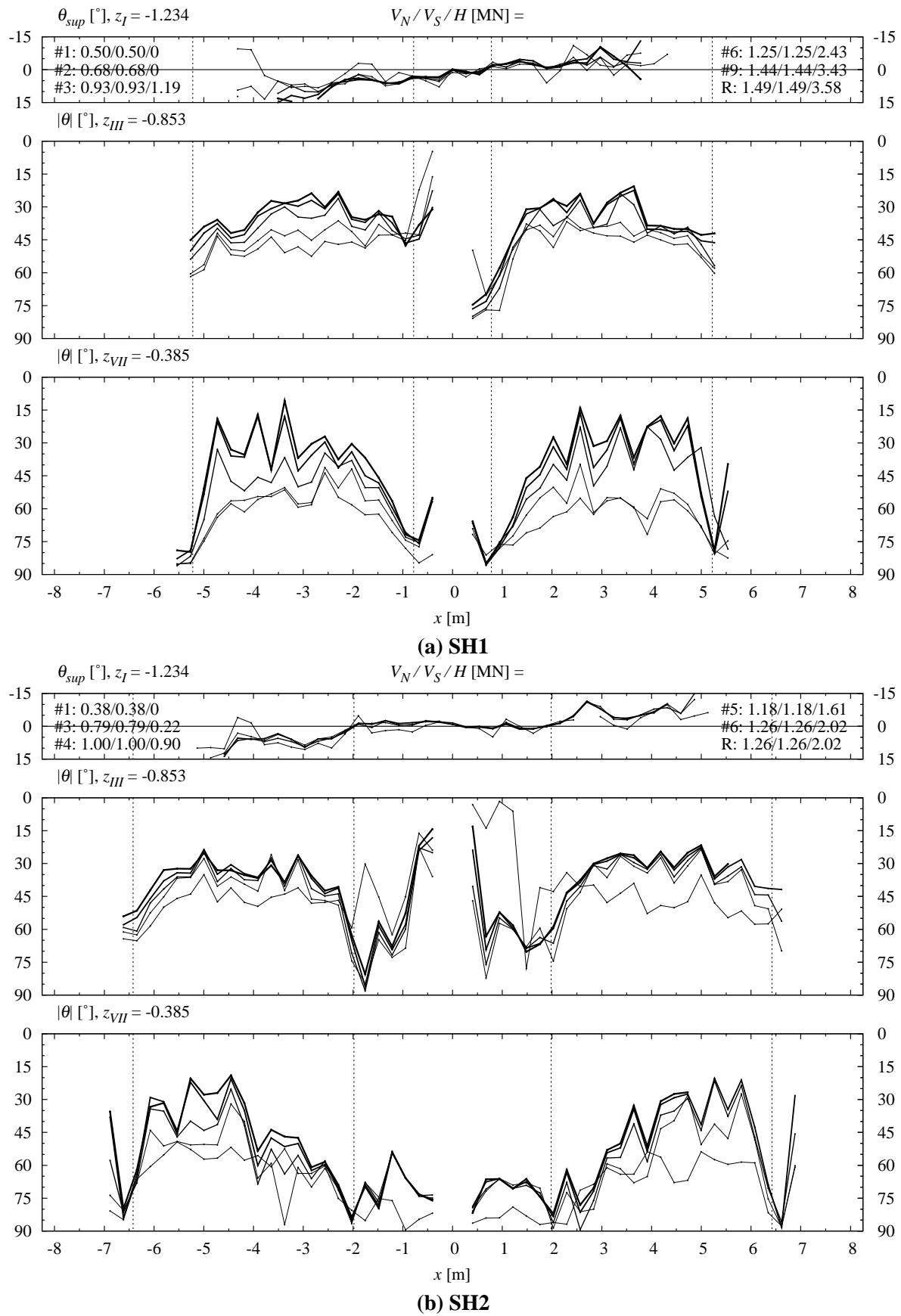
**Figure 4.34: Essais SH1 et SH2 : orientation et intensité de la déformation principale  $\epsilon_3$  (aile inférieure :  $\epsilon_x$ ) du béton pour le premier palier, le palier avec fissuration flexionnelle stabilisée et le dernier palier (longueur de mesure : 270 mm)**



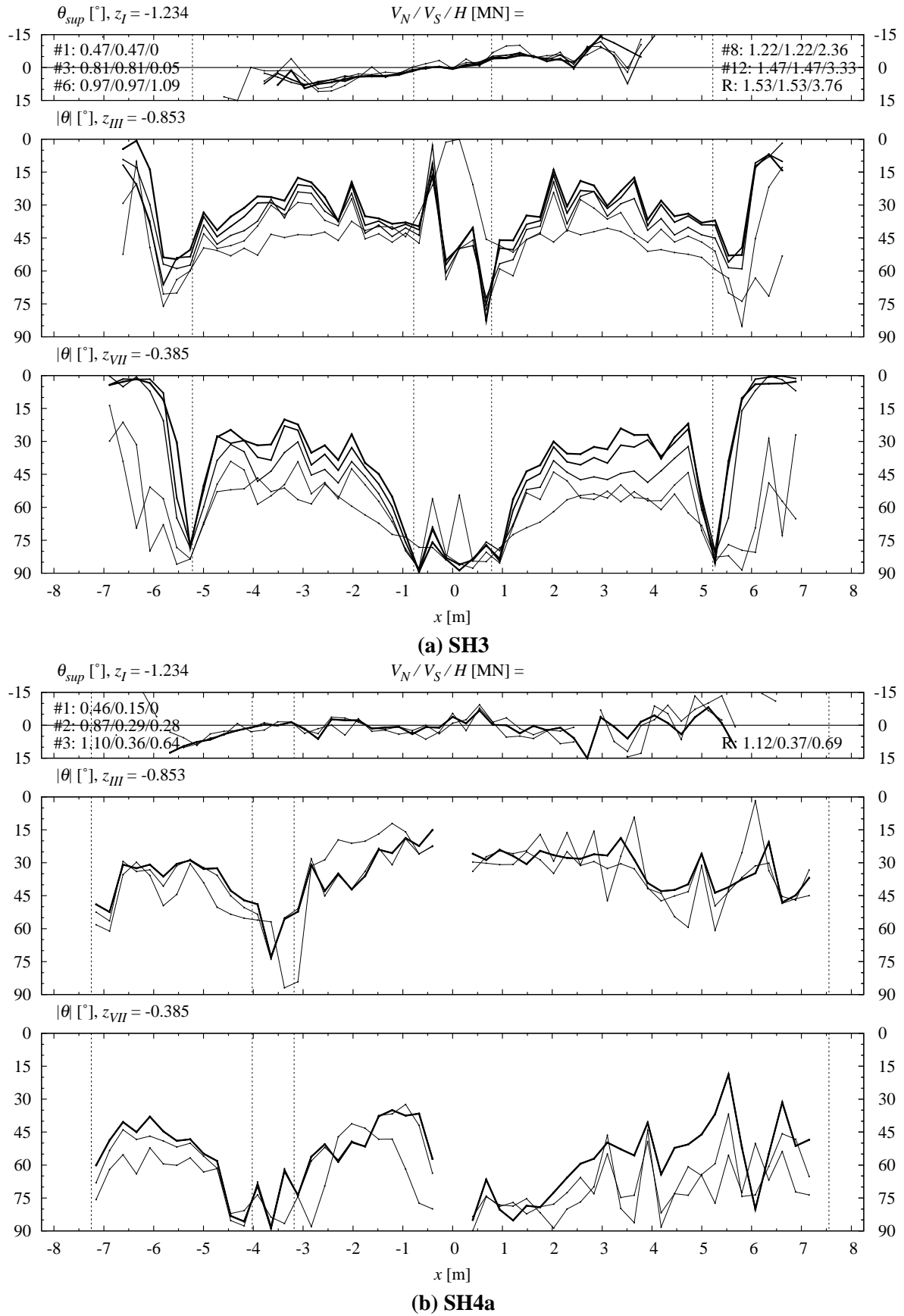
**Figure 4.35: Essais SH3 et SH4a : orientation et intensité de la déformation principale  $\varepsilon_3$  (aile inférieure :  $\varepsilon_x$ ) du béton pour le premier palier, le palier avec fissuration flexionnelle stabilisée et le dernier palier (longueur de mesure : 270 mm)**



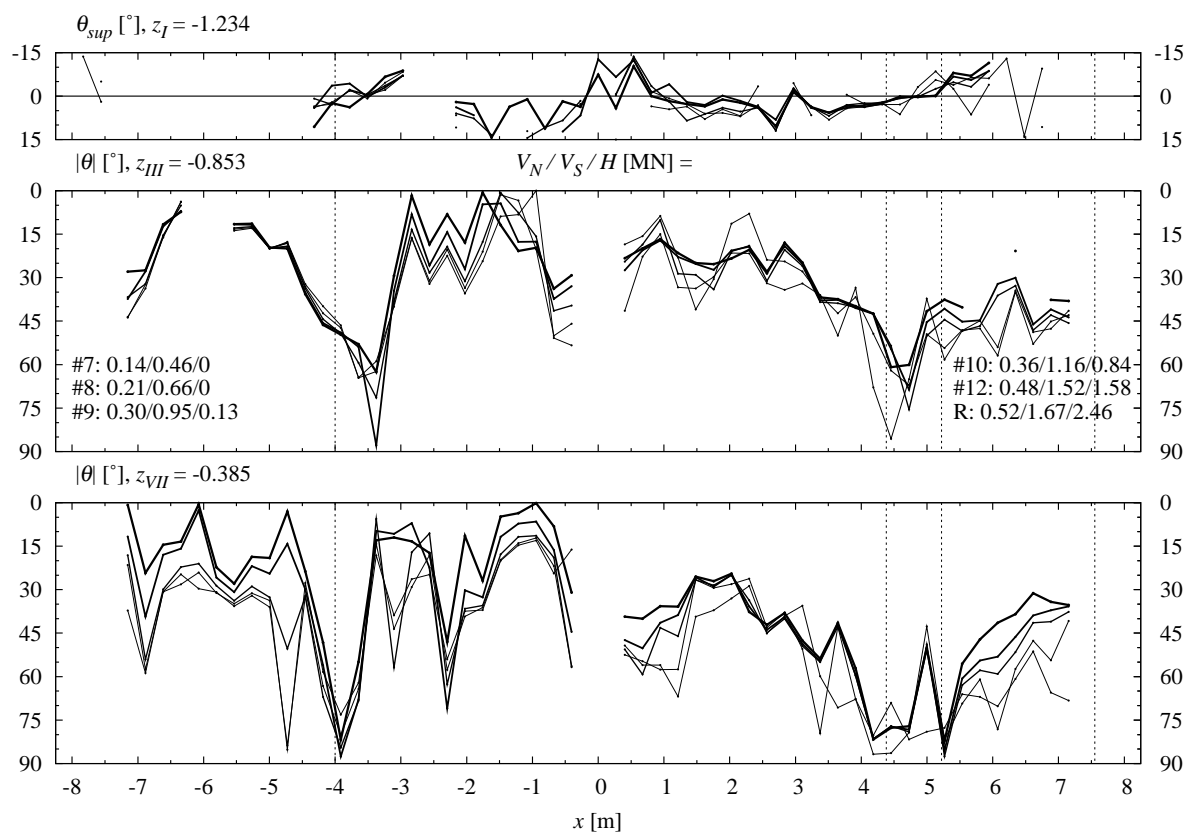
**Figure 4.36: Essais SH4b et SH5 : orientation et intensité de la déformation principale  $\varepsilon_3$  (aile inférieure :  $\varepsilon_x$ ) du béton pour le premier palier, le palier avec fissuration flexionnelle stabilisée et le dernier palier (longueur de mesure : 270 mm)**



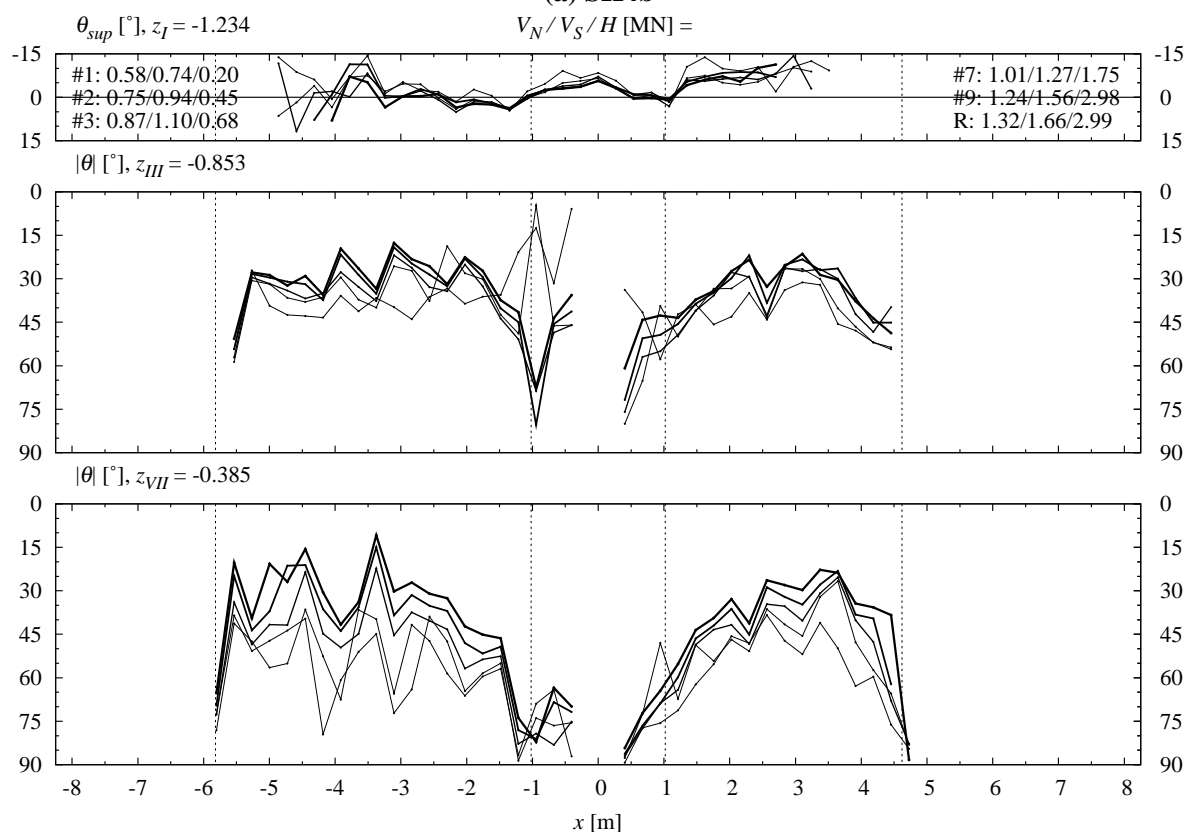
**Figure 4.37: Essais SH1 et SH2 : angle  $\theta$  de la déformation principale  $\varepsilon_3$  pour l'aile supérieure et deux rangées de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



**Figure 4.38: Essais SH3 et SH4a : angle  $\theta$  de la déformation principale  $\varepsilon_3$  pour l'aile supérieure et deux rangées de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



(a) SH4b



(b) SH5

**Figure 4.39: Essais SH4b et SH5 : angle  $\theta$  de la déformation principale  $\varepsilon_3$  pour l'aile supérieure et deux rangées de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) ; paliers choisis (l'épaisseur du trait des courbes augmente avec la charge  $F$ )**



## Déformations dans la zone de rupture

Les déformations du béton de l'âme en plan dans la zone de rupture selon les axes globaux sont montrées à la figure 4.40. Les déformations selon les axes principaux sont montrées à la figure 4.41, simultanément avec le gonflement  $w$  de l'âme, correspondant à la fissuration interne. Ce dernier a été mesuré avec des capteurs inductifs traversant l'âme, dont la longueur correspond à l'épaisseur de l'âme ( $\approx 125$  mm). Les mesures de ce type faites à d'autres endroits le long des câbles de précontrainte sont représentées graphiquement dans l'annexe A.

Les déformations dans le plan de l'âme ont été obtenues avec des mesures par jauges oméga, placées selon la grille du déformètre (longueur de mesure : 270 mm). La correspondance entre les mesures par déformètre et par jauges oméga est toujours très bonne. Dans le cas de l'essai SH1 (et pour la courbe '39' de l'essai SH4a ; voir plus bas pour la nomination), les figures 4.40 et 4.41 représentent les résultats du déformètre, car la grille des jauges oméga était deux fois plus grande pour cet essai. Les figures ne montrent pas l'essai, car ni des capteurs traversant l'âme ni des jauges oméga n'ont été placés dans la zone de rupture.

Dans les figures 4.40 et 4.41, les courbes sont désignées par le numéro du canal du capteur qui traversait l'âme au centre du triangle décrit par les capteurs mesurant les déformations dans le plan de l'âme (voir aussi schéma explicatif de la poutre dans les figures, qui montre également la zone de rupture).

Les déformations sont très importantes. Elle s'expliquent pour tous les essais par un glissement le long des fissures préexistantes, parallèles aux câbles (fig. 2.20). Cet endommagement est probablement une des causes de la rupture.

Un glissement  $\gamma_{xz}$  important caractérise tous les essais, atteignant 8 ‰ ou plus. La réponse  $V - \gamma_{xz}$  montre une rigidité initiale faible, ce qui indique que le glissement a lieu le long de ces fissures préexistantes.

Les étriers s'allongent dans la zone de rupture en moyenne de 2 ‰ (SH4b), 3 ‰ (SH1), 4 ‰ (SH3), 6 ‰ (SH4a) ou 8 ‰ (SH2).

Le béton subit une déformation jusqu'à  $\varepsilon_3 = -4$  ‰, ce qui indique un glissement le long des fissures. La déformation  $\varepsilon_1$  est du même ordre de grandeur que  $\varepsilon_z$ .

La fissuration interne  $w$  est comparable pour les essais SH2 et SH4a : à 80 % de l'effort tranchant maximal,  $w$  vaut environ 0.2 mm. Elle n'atteint qu'environ 0.1 mm pour les essais SH1, SH3 et SH4b, pour lesquels la déformation  $\varepsilon_1$  est également plus faible.

A la rupture, la fissuration interne vaut environ 0.3 mm pour l'essai SH1 et 0.5 à 1 mm pour les autres essais. Sur la base d'une comparaison avec des essais sur prismes contenant des câbles de précontrainte du même type [3], pour lesquels la rupture a eu lieu pour  $w \approx 0.6$  mm, la fissuration interne peut être une des causes de la rupture pour les essais, à part pour SH1.

Dans la figure 4.41, l'écrasement du béton  $\varepsilon_3$  est également dessiné en fonction de la fissuration interne  $w$ .

Pour les essais SH4a et SH4b, les figures montrent également les résultats pour les capteurs 39 et 56. Ils se trouvent dans une zone d'effort tranchant faible, mais avec des grandes déformations principales dans le plan, probablement dues à l'angle défavorable entre les bielles de compression et les câbles de précontrainte. La fissuration interne est par contre faible.

### Interaction fissuration dans le plan - fissuration interne

Sous l'effort tranchant maximal  $V_R$ , les essais SH2 et SH4a montrent le plus de fissuration interne dans la zone de rupture. Pour l'essai SH4b, la fissuration est un peu moins grande, alors que pour les essais SH1 et SH3, elle est nettement plus faible. L'ordre des essais est le même concernant la fissuration dans le plan de l'âme, exprimée par la déformation  $\varepsilon_1$ . La résistance à l'effort tranchant baisse avec les deux types de fissuration, à part pour l'essai SH4b, où la distance entre l'appui et la charge est très courte.

Il semble que la fissuration interne et dans le plan a détérioré la résistance à l'effort tranchant.

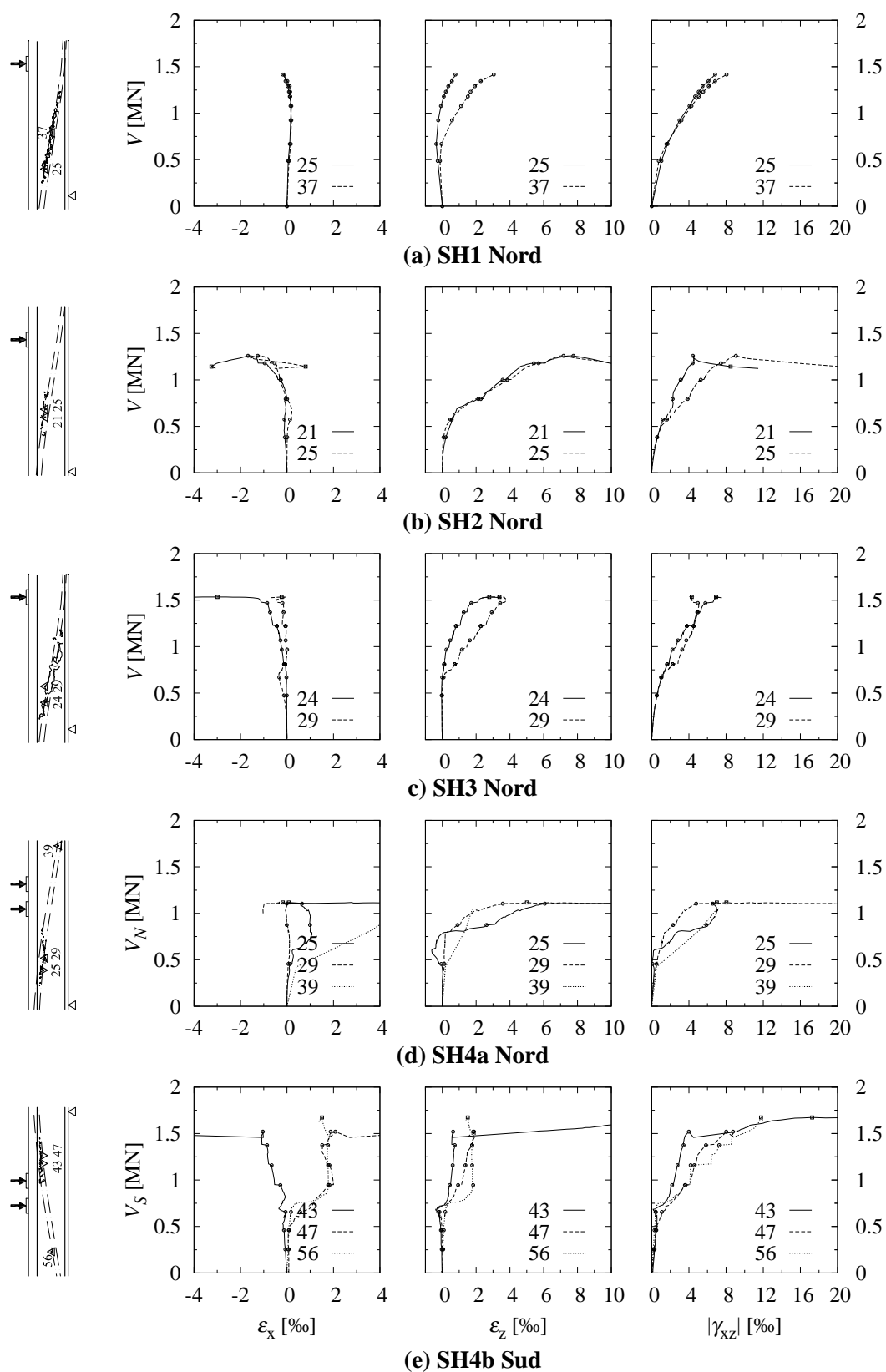
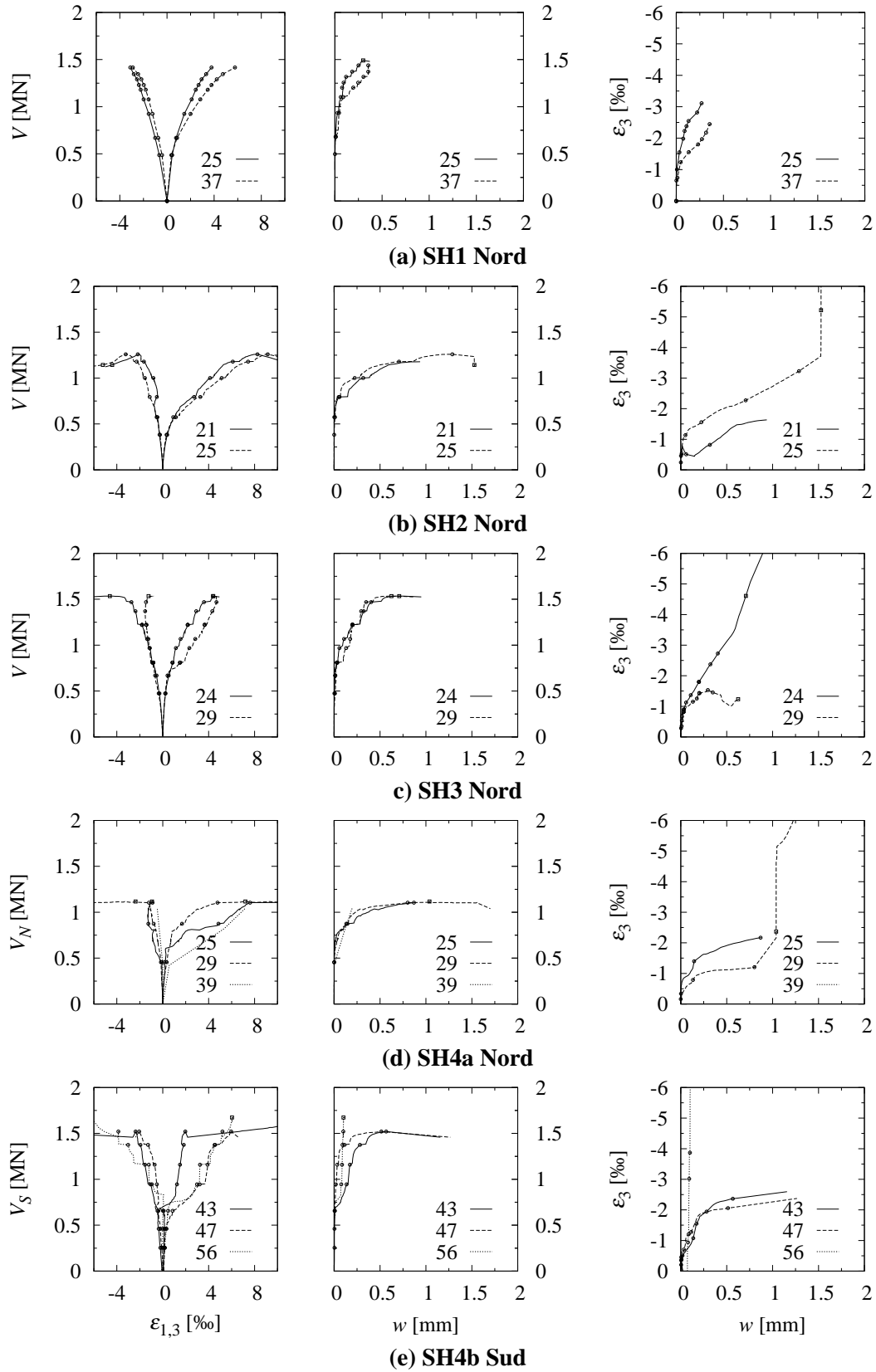


Figure 4.40: Essais SH1 à SH4b : état de déformation du béton dans le plan de l'âme en axes globaux dans la zone de rupture (longueur de mesure : 270 mm)



**Figure 4.41: Essais SH1 à SH4b : état de déformation du béton dans le plan de l'âme et fissuration interne  $w$  dans la zone de rupture (longueur de mesure : 270 mm ; transversal : environ 125 mm)**

## 4.5 Câbles de précontrainte

### Glissement entre acier et béton

Le glissement entre les fils des câbles de précontrainte et le béton a été mesuré par des capteurs inductifs à l'extrémité des poutres, à mi-travée pour l'essai SH3 et à l'endroit du moment maximal sous la charge  $F$  pour les essais SH4a et SH4b (figures 4.42 et 4.43). Dans ce but, des ouvertures dans l'âme ont été pratiquées. La longueur  $\ell_\varepsilon$  sur laquelle les fils étaient à nu dans l'ouverture est donnée au chapitre 3.2. Elle a été multipliée par l'allongement des fils – qui a été mesuré par des jauges d'extensométrie – et cette valeur soustraite de la mesure :

$$(\delta) = (\delta') - (\Delta\varepsilon_p) \cdot \ell_\varepsilon \quad (4.5)$$

Le tableau 4.10 montre les valeurs pour les essais SH3, SH4a et SH4b. Dans les figures 4.42 et 4.43, le canal de la mesure ( $\delta'$ ) est mentionné dans la légende.

**Tableau 4.10: Canaux et longueur libre des fils des câbles utilisés pour calculer le glissement  $\delta$**

Essai [-]	$(\delta')$ [Canal]	$(\Delta\varepsilon_p)$ [Canal]	$\ell_\varepsilon$ [mm]
SH3	(87)	(90)	50
SH3	(05)	(92)	80
SH3	(88)	(90)	45
SH3	(08)	(92)	100
SH4a	(87)	(90)	85
SH4a	(05)	(91)	70
SH4b	(07)	(93)	75
SH4b	(04)	(94)	30

Pour les essais SH1, SH2 et SH5, l'âme n'a pas été ouverte à mi-travée ; des capteurs inductifs ont mesuré l'ouverture des fissures au droit du joint de bétonnage à l'aile inférieure. Celle-ci a été divisée par deux et est montrée dans les figures 4.42 (a) et 4.43 (c), mais pas pour SH2, qui a un renforcement à mi-travée.

Pour les essais SH1, SH3 et SH5, le glissement à mi-travée est important et vaut plusieurs millimètres à la rupture. Après une phase initiale de faible glissement, il augmente très rapidement pour des niveaux de charge plus élevés, avant de croître plus lentement sous l'influence de la charge  $H$ . Une détérioration importante de l'adhérence sur une longueur importante est probablement nécessaire pour permettre un tel glissement.

Pour les essais SH4a et SH4b, le glissement à l'endroit du moment maximal est faible. Le glissement au niveau du câble inférieur est nettement plus grand qu'au niveau du câble supérieur.

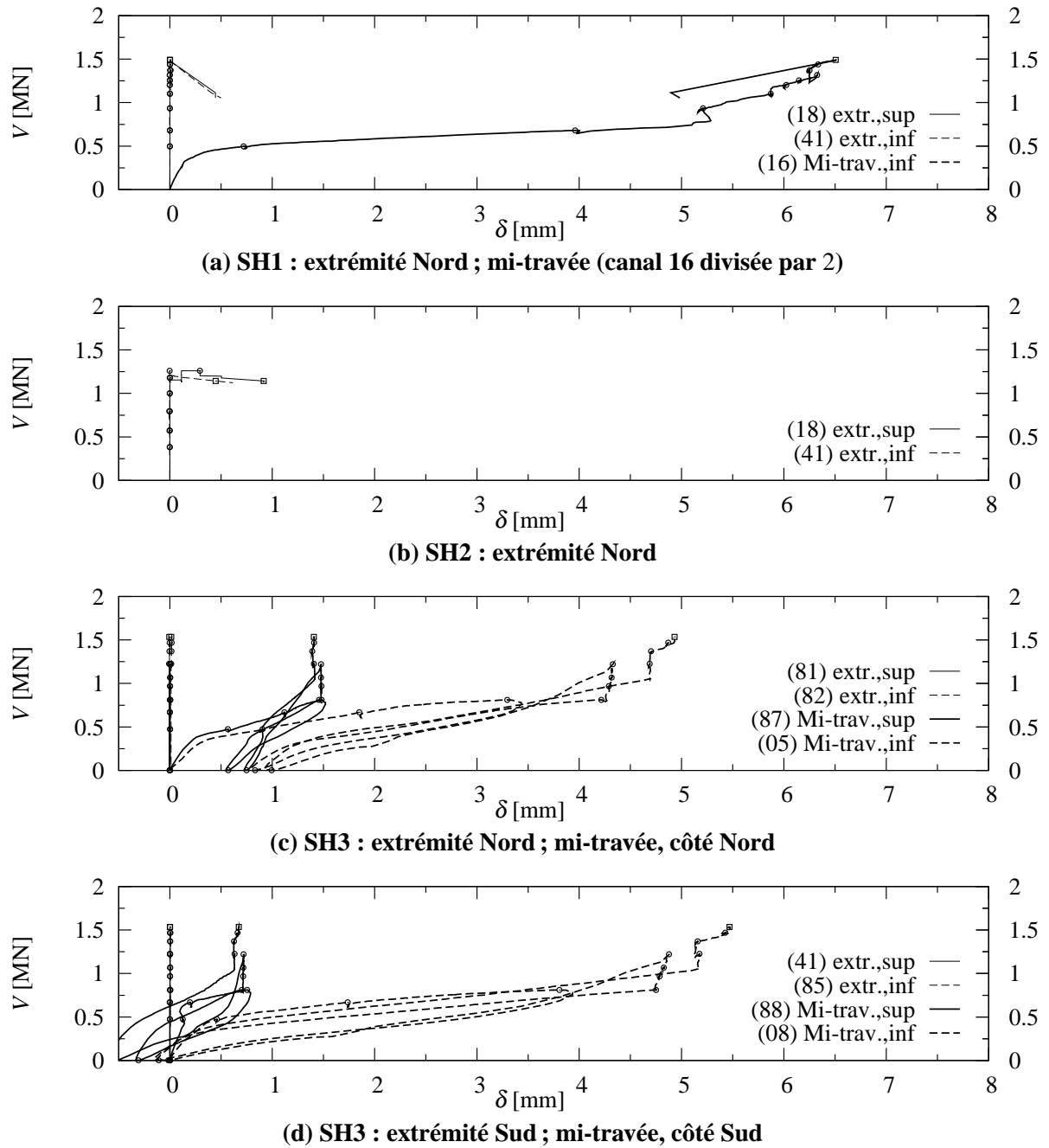
A l'extrémité de la poutre, le glissement a été mesuré pour toutes les poutres, aux deux extrémités dans le cas des poutres SH3 et SH4. Il était nul jusqu'à la rupture, sauf pour l'essai SH2, où le glissement commence lors de l'avant-dernier palier, et SH4a et SH4b, où le glissement est même plus important à l'extrémité qu'à l'endroit du moment maximal. Pour ces trois essais, la longueur du câble entre l'appui et l'extrémité est courte, ce qui indique des problèmes d'ancrage.

La rupture semble détériorer l'adhérence dans la zone de rupture ; la chute de la force est accompagnée par une augmentation du glissement à l'extrémité de la poutre dans le cas de l'essai SH1, et lors du dernier palier de l'essai SH2.

Pour les essais SH2, SH4a et SH4b, un éclatement du béton de l'âme le long des câbles dans la zone de rupture a eu lieu avant la rupture. Pour ces trois essais, l'augmentation du glissement due à cet éclatement

est important, à l'endroit du moment maximal pour SH4a et SH4b et à l'extrémité pour SH2.

Il reste à clarifier si la rupture de l'adhérence du câble de précontrainte est la cause de la rupture du béton dans la zone de rupture, ou si la rupture du béton a causé la rupture de l'adhérence.



**Figure 4.42: Glissement entre les fils des câbles de précontrainte et le béton ('sup','inf' indiquent câble supérieur et inférieur)**

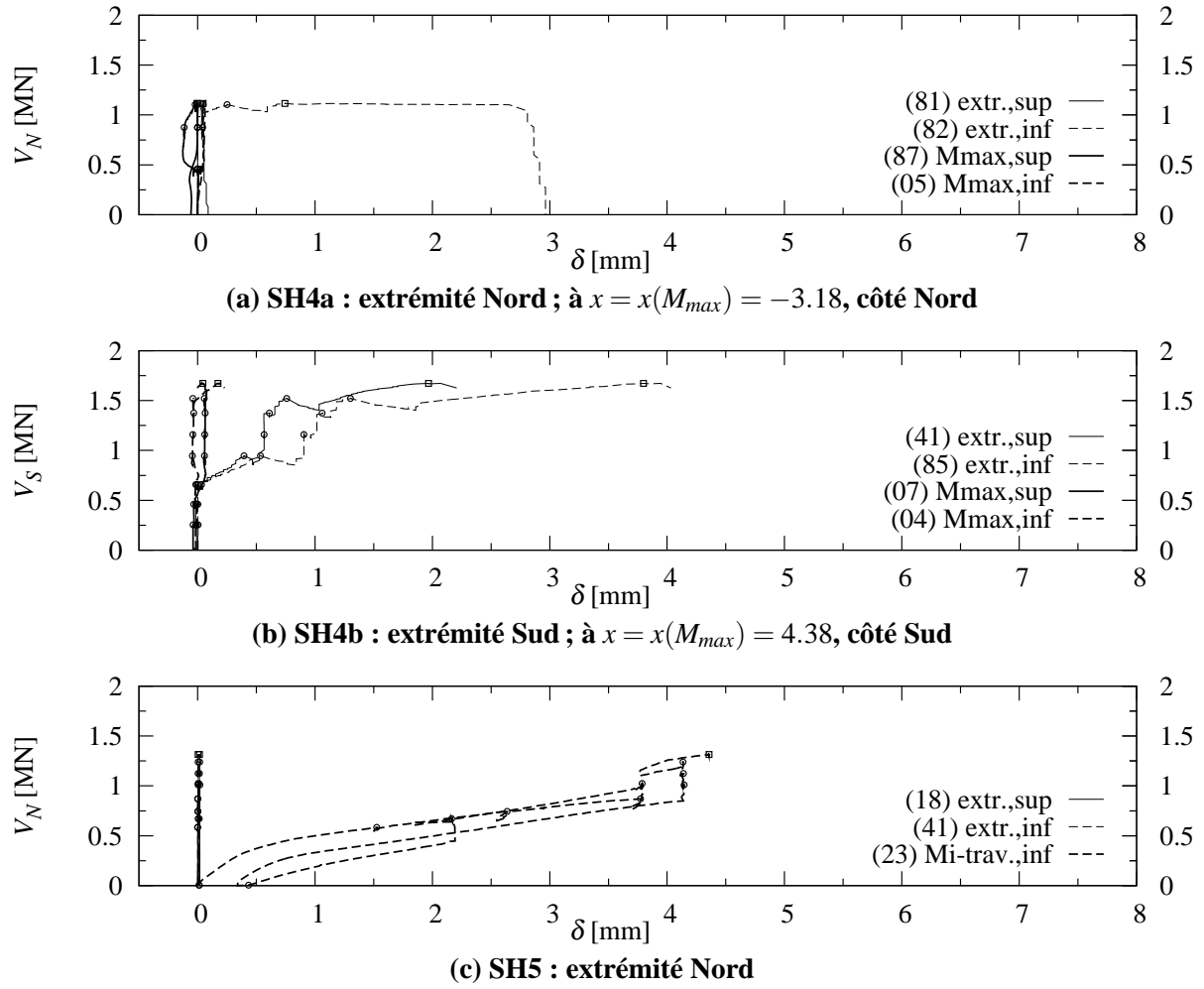


Figure 4.43: Glissement entre les fils des câbles de précontrainte et le béton ('sup','inf' indiquent câble supérieur et inférieur)

## Allongement de l'acier

L'allongement  $\Delta\varepsilon_p$  des fils des câbles de précontrainte a été mesuré par des jauges d'extensométrie collées sur les fils dans les ouvertures de l'âme, au même endroit où le glissement entre les fils et le béton a été mesuré, donc pour l'essai SH3 à mi-travée et pour les essais SH4a et SH4b à l'endroit du moment maximal sous la charge  $F$  (fig. 4.44).

Après une première phase de comportement rigide, une deuxième phase moins rigide commence, dont le début est marqué par la décompression de la section. Lors de l'activation de la charge  $H$ , l'allongement n'augmente pratiquement plus dans le cas de SH3, car  $\Delta\varepsilon_p$  a été choisi comme paramètre de contrôle. Pour SH4a, l'allongement a été volontairement augmenté, alors que pour l'essai SH4b, malgré le fait qu'elle était un paramètre de contrôle, la déformation  $\Delta\varepsilon_p$  diminue à la fin de l'essai, indiquant que la partie des charges transmise par les câbles a diminuée.

Après la rupture et le déchargement de la poutre (qui supportait encore son le poids propre et celui du bâti), les fils ont été coupés pour déterminer la déformation résiduelle  $\varepsilon_{p,res}$ , dont la signification est indiquée dans la figure 4.44(a) (pour l'essai SH4b, le capteur 92 était devenu défectueux antérieurement). Il faut noter que  $\varepsilon_{p,res}$  correspond à un déchargement, et est donc plus petite que la déformation  $\varepsilon_{p,\infty}$  :

$$\sigma_{p,\infty} \approx E_s \cdot \varepsilon_{p,res}, \quad \varepsilon_{p,res} \leq \varepsilon_{p,\infty} \quad (4.6)$$

La différence est négligée ici. Contrairement à des torons, les fils ne sont pas tordus dans les gaines. Il faut donc utiliser  $E_p = 205000 \text{ MPa}$ .

Le tableau 4.11 donne le numéro du canal de mesure et les déformations à la rupture et résiduelles. La signification de  $\varepsilon_{p,R}$  est expliquée dans la figure 4.44 (a). Puisqu'il s'agit d'une déformation de déchargement, la contrainte dans les câbles à la rupture  $\sigma_{p,R}$  peut être calculée selon l'équation 4.7. Sa valeur est également donnée dans le tableau.

$$\sigma_{p,R} = E_s \cdot \varepsilon_{p,R} \quad (4.7)$$

**Tableau 4.11: Allongement des câbles et précontrainte restante après plus de trente ans de service**

Essai [-]	$x$ [m]	Canal [-]		$\Delta\varepsilon_{p,R}$ [‰]		$\varepsilon_{p,res}$ [‰]		$\varepsilon_{p,R}$ [‰]		$\sigma_{p,\infty}$ [MPa]		$\sigma_{p,R}$ [MPa]	
-	-	sup	inf	sup	inf	sup	inf	sup	inf	sup	inf	sup	inf
SH3	0	90	92	6.22	7.90	2.55	2.67	7.57	7.39	523	547	1551	1516
SH3	0	91	93	7.09	7.87	2.39	2.77	7.77	7.54	490	568	1592	1545
SH4a	-3.18	90	91	2.85	4.22	3.58	3.51	6.23	7.08	734	720	1276	1452
SH4b	4.38	92	94	0.58	0.47	-	2.77	-	3.87	-	568	-	793
SH4b	4.38	93	95	0.57	0.65	3.96	2.93	4.59	4.40	812	601	941	902

La précontrainte restante à mi-travée vaut donc environ  $\sigma_{p,\infty} \approx 530 \text{ MPa}$ . Pour une précontrainte initiale  $\sigma_{p,0} = 1190 \text{ MPa}$ , il ne reste donc en moyenne que 44 % de la contrainte à mi-travée. Au points de quart de longueur de la travée d'origine, environ 65 % de  $\sigma_{p,0}$  est resté, soit  $\sigma_{p,\infty} \approx 770 \text{ MPa}$  (abstraction faite de la plus petite valeur de SH4b, probablement influencée par un glissement du câble). Ces valeurs correspondent bien à celles mesurées par [1] sur un grand nombre de fils. Dans [1], la valeur pour les fils adhérents est également donnée, avec  $\varepsilon_{p,res,inf} \approx 3.8 \text{ ‰}$ , ce qui correspond aussi à environ  $\sigma_{p,\infty,inf} \approx$

770 MPa.

La contrainte atteinte dans les câbles lors de la rupture à mi-travée est clairement supérieure à la limite d'écoulement dans le cas de l'essai SH3, et s'approche de cette valeur pour l'essai SH4a.



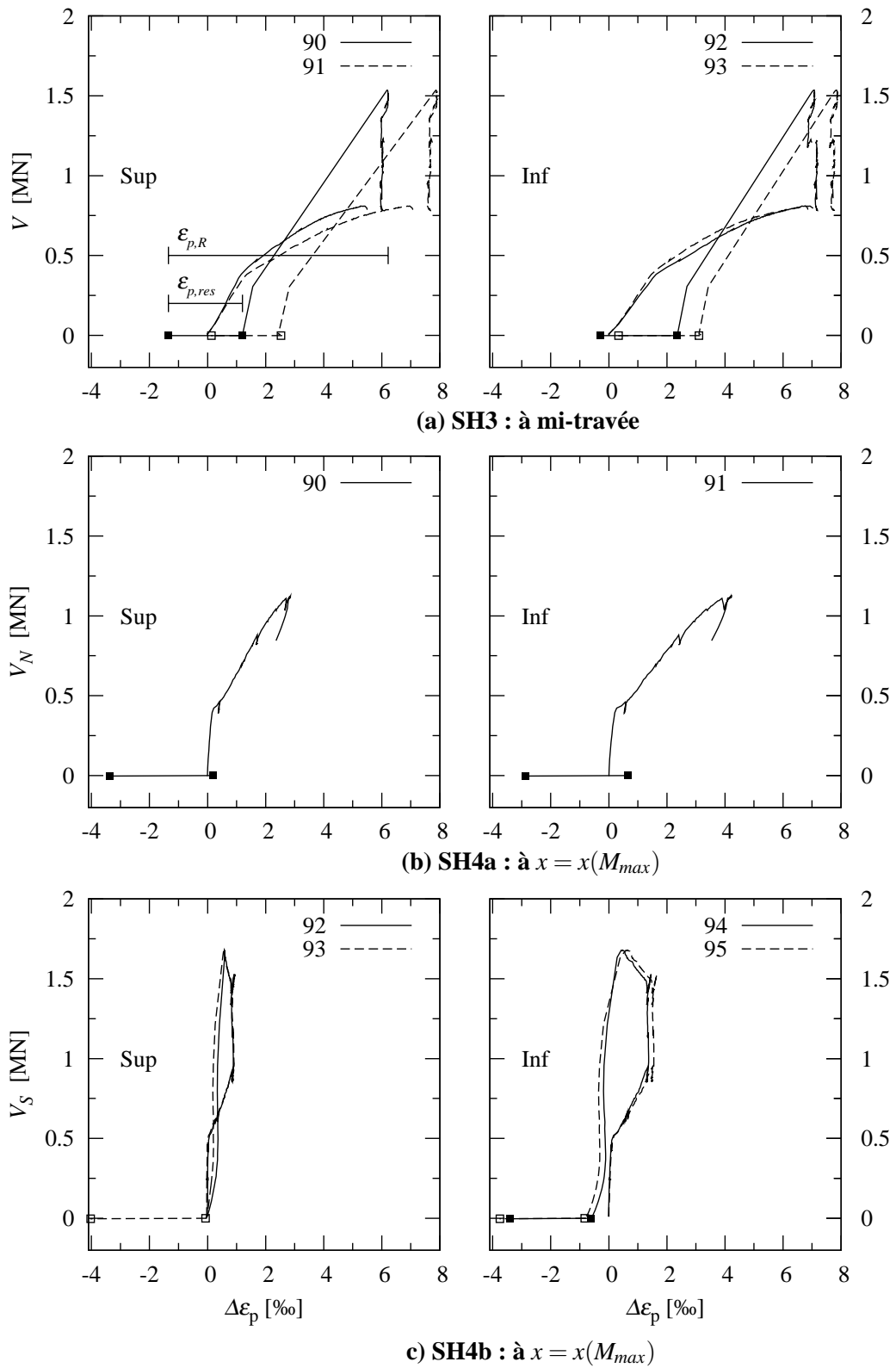


Figure 4.44: Allongement des fils de précontrainte des deux câbles (jauges d'extensométrie ; 'sup','inf' indiquent câble supérieur et inférieur)

La figure 4.45 (a) montre l'allongement  $\Delta\varepsilon_p$  en fonction du glissement  $\delta$  à l'endroit du moment maximal (SH3 : mi-travée) au moment où le glissement à l'extrémité de la poutre le plus proche commence à devenir non nul. Il semble que la plastification des fils a détérioré l'adhérence et augmenté le glissement. La figure 4.45 (b) montre la contrainte  $\sigma_p$  dans les fils des câbles au même moment, et la longueur d'ancrage  $\ell_b$ , qui correspond à la longueur du câble entre l'endroit du moment maximal (SH3 : mi-travée) et l'extrémité de la poutre. L'adhérence moyenne pour une barre de remplacement selon [6] (fils) peut être obtenue dans le domaine élastique en faisant l'équilibre à la surface de la barre de remplacement, le long de  $\ell_b$  :

$$\tau_{bp} = 0.15 \cdot f_{cm}^{2/3} \quad (4.8)$$

$$\phi_{p,id} = \frac{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot A_p}}{\pi} \quad (4.9)$$

Cette valeur est faible par rapport aux valeurs données généralement, et par exemple dans [8]. En tenant compte les résultats de la poutre SH3, on peut constater que l'adhérence se détériore nettement en phase plastique.

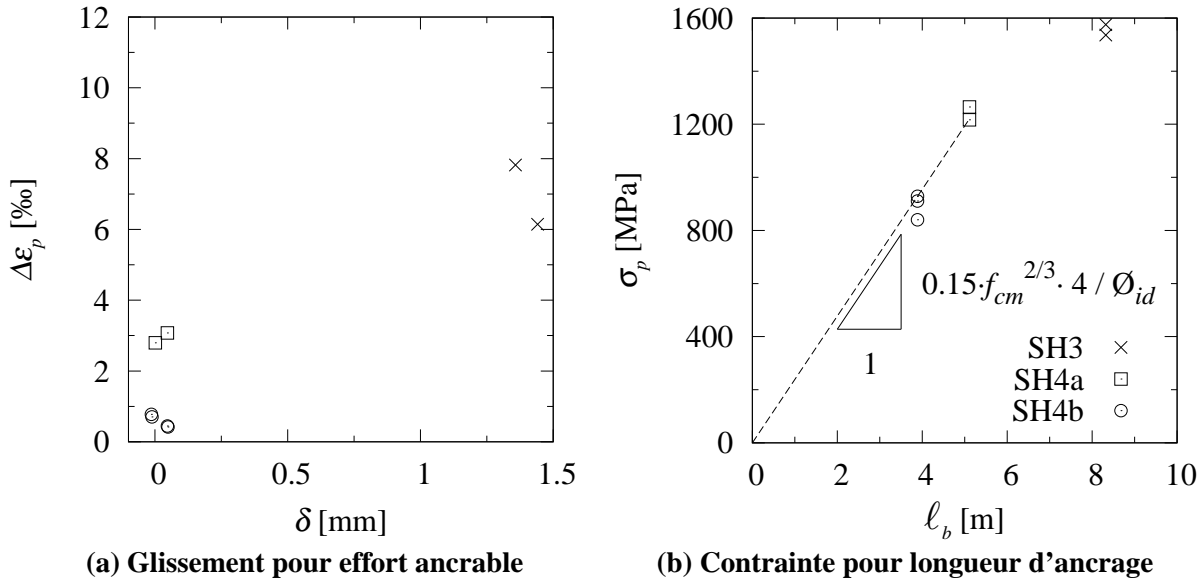


Figure 4.45: Adhérence des fils des câbles de précontrainte

Au vu des grands glissements  $\delta$  entre les fils de précontrainte et le béton, avec un allongement  $\Delta\varepsilon_p$  qui augmente lentement, la qualité de l'adhérence semble être mauvaise et se détériore durant le chargement et également durant le deuxième cycle de SH3 (fig. 4.42). Ceci s'explique aussi par le fait que les fils sont lisses et non torsadés. Ils se sont groupés de manière très compacte dans le câble. Pratiquement aucun coulis ne se trouve entre les fils. Ainsi, les fils se déplacent ensemble, comme une seule barre d'armature, avec une surface d'adhérence faible.

## 5 Résumé et conclusions

L'état des poutres après plus de trente ans de service est généralement bon. Les câbles de précontrainte sont correctement injectés et contiennent des fils lisses groupés ensemble comme une seule barre d'armature. Seulement environ 44 % de la précontrainte initiale  $P_0$  est encore présente au niveau du joint au milieu de la poutre. Au points de quart de longueur de la travée d'origine, environ 65 % de  $P_0$  est resté. En comparant l'essai SH1 et SH3 avec la même configuration de charges, la présence d'une entretoise au niveau du joint ne semble pas avoir influencée significativement le comportement des poutres.

Un bâti innovateur a permis d'éviter une rupture par flexion pour tous les essais. Il a en outre permis de reprendre la torsion due à la curvilinité de la poutre.

Une rupture par effort tranchant, marquée par l'éclatement du béton de l'âme le long des câbles de précontrainte, a donc toujours été atteinte. Les câbles de précontrainte sont mis à nu par la rupture.

Cet éclatement est précédé par une fissuration due à l'effort tranchant. Une fissuration interne importante de l'âme le long des câbles due à la présence des câbles est également systématiquement présente dans la zone de rupture. Les deux phénomènes sont la cause de la rupture.

L'adhérence des fils de précontrainte est mauvaise, due aussi à leur disposition dans les câbles. L'adhérence moyenne maximale n'atteint que la moitié des valeurs généralement prononcées.

Une ouverture d'une fissure flexionnelle dépassant les 10 mm au niveau du joint indique une rupture d'adhérence sur une grande longueur. La déformation totale des fils dans les câbles ne dépasse pas 8 %. Pour les essais où l'appui se situe près de l'extrémité de la poutre (SH2, SH4a et SH4b), un glissement des fils dans les câbles a été mesuré à l'extrémité de la poutre.

La détérioration de l'adhérence semble avoir influencé la rupture.

La déformation verticale moyenne de l'âme est de 2 à 8 ‰, selon l'essai considéré. Pour tous les essais, il semble qu'une partie de l'effort dans les étriers est ancrée au niveau des câbles de précontrainte, permettant ainsi aussi l'ancrage de la force dans les câbles. De cette manière, l'effort tranchant repris par la partie de la poutre située au-dessus des câbles augmente par rapport à la partie au-dessous. Dans la partie au-dessous des câbles, une réorientation importante des fissures et des déformations se produit.

Les mesures des déformations principales indiquent clairement une reprise d'effort tranchant dans la zone comprimée. Ceci a pu être observé pour tous les essais.

Des fissures très ouvertes et des rotations importantes sont observées au droit du joint au milieu de la poutre. L'armature longitudinale de l'aile inférieure a plastifié durant les essais SH2 et SH4a.



# Bibliographie

- [1] Czaderski, C., *Laboruntersuchungen an fünf ausgebauten Trägern der Autobahnbrücke "Viadotto delle Cantine a Capolago"*, Département Ingenieur-Strukturen, EMPA, 107p., Dübendorf, Suisse, avril 2006.
- [2] Leonhardt, F., Walther, R., *Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung*, Wilhelm Ernst und Sohn Verlag, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, rapport n° 156, 84p., Berlin, Allemagne, 1963.
- [3] Muttoni, A., Burdet, O.L., Hars, E., *Effect of Duct Type on the Shear Strength of Thin Webs*, ACI Structural Journal, Farmington Hills, USA, accepté pour publication
- [4] Schäfer, K., Scheef, H., *Untersuchungen an einem über 20 Jahre alten Spannbetonträger der Pliensaubrücke Esslingen am Neckar*, Wilhelm Ernst und Sohn Verlag, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, rapport n° 329, pp.12-39, Berlin, Allemagne, 1982.
- [5] SIA, *SIA 162 - Norme pour le calcul, la construction et l'exécution des ouvrages en béton, en béton armé et en béton précontraint*, édition de 1968, 84p., Zurich, Suisse, 1977.
- [6] Trost, H., Cordes, H., Thormählen, U., Hagen, H., *Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft Vol. 310, Wilhelm Ernst & Sohn, 151p., Berlin, Deutschland, 1980.
- [7] Zwicky, D., Vogel, T., *Bruchversuche an ausgebauten Brückenträgern aus Spannbeton*, rapport IBK n° 258, ETHZ, 167p., Zurich, Suisse, 2000.
- [8] Zwicky, D., *Zur Tragfähigkeit stark vorgespannter Betonbalken*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht Vol. 275, ETHZ, 228p., Zürich, Schweiz, 2002.



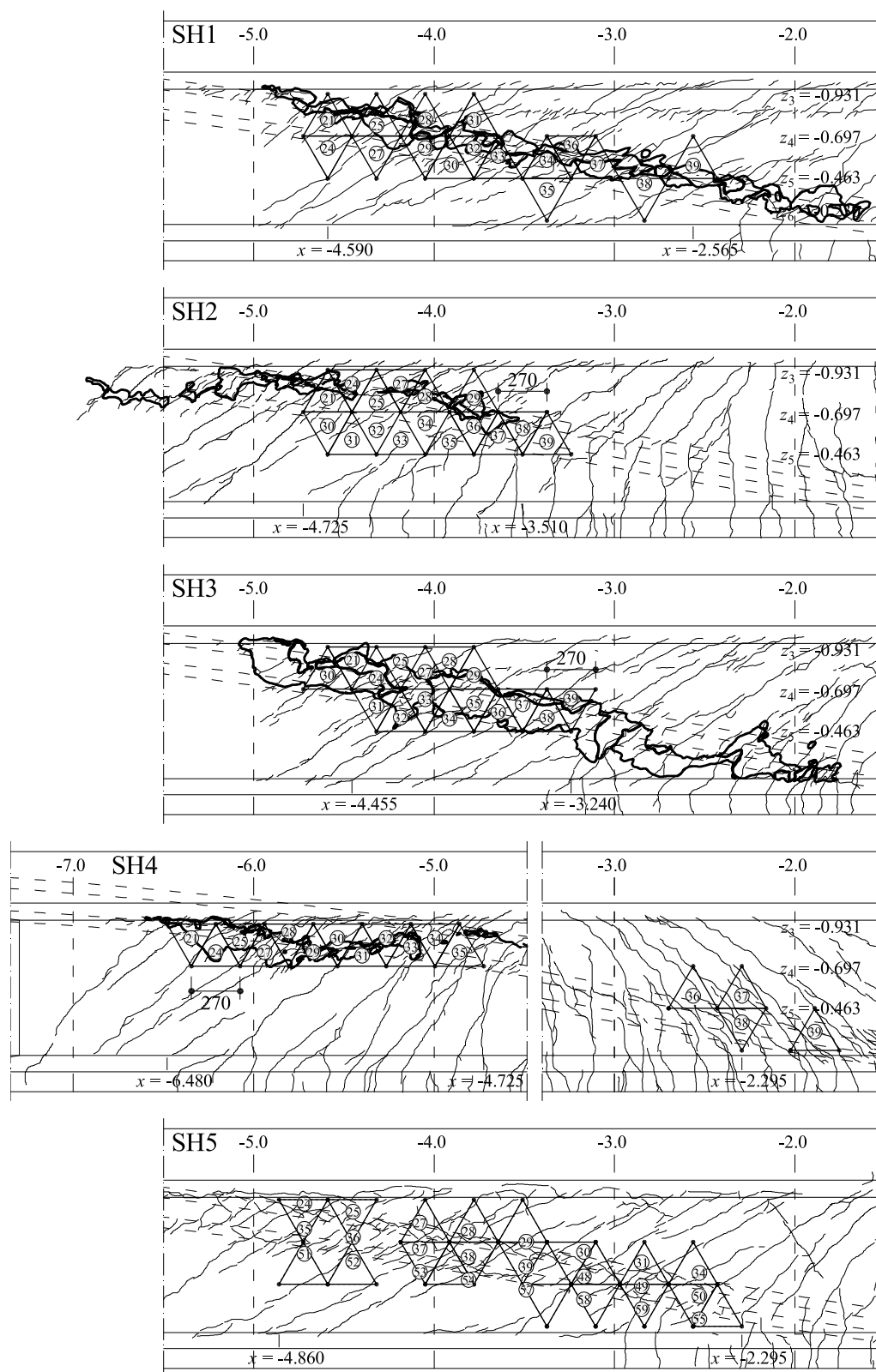
# A Déformations de l'âme

Ce chapitre montre les résultats des mesures faites à proximité des câbles de précontrainte dans le plan de l'âme, selon les axes principaux ( $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$ ). La position exacte des mesures est donnée dans les figures 3.5 et 3.6, qui sont reprises aux figures A.1 et A.2, avec les fissures et l'éclatement du béton (après enlèvement des morceaux détachés), lors de la rupture.

Dans les figures A.3 à A.11, les mesures faites par déformètre (longueur de mesure : 270 mm) sont représentées par des courbes avec points, alors que les mesures faites par des jauges oméga (longueur de mesure : 270 mm) sont représentées par des courbes sans points. Les mesures par jauges oméga ont été faites avec une longueur de 270 mm pour les essais SH2, SH3, SH4a et SH4b.

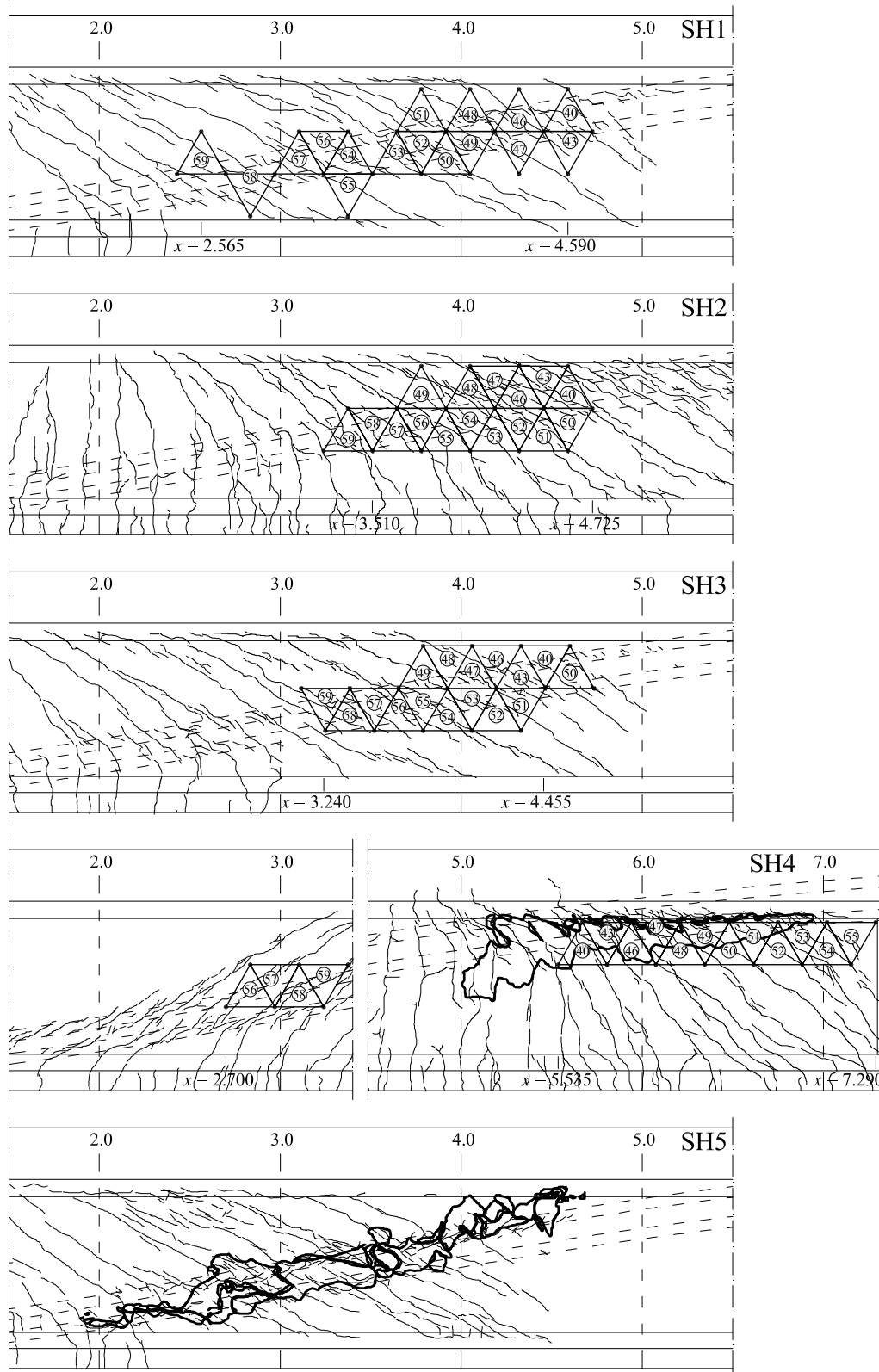
Le gonflement de l'âme  $w$  a été mesuré par des capteurs inductifs traversant l'âme (longueur de mesure :  $b_w \approx 125$  mm). Il est ici exprimé comme déformation  $w/b_w$ .

Chaque diagramme montre le gonflement de l'âme à un endroit, identifié par le numéro du canal du capteur qui l'a mesuré (indiqué dans les diagrammes). Chaque diagramme montre également la déformation de l'âme dans le plan au même endroit. Pour certains endroits, la mesure du gonflement de l'âme était défectueuse. Le numéro de son canal est tout de même indiqué dans le diagramme en question, pour pouvoir identifier la position des mesures.

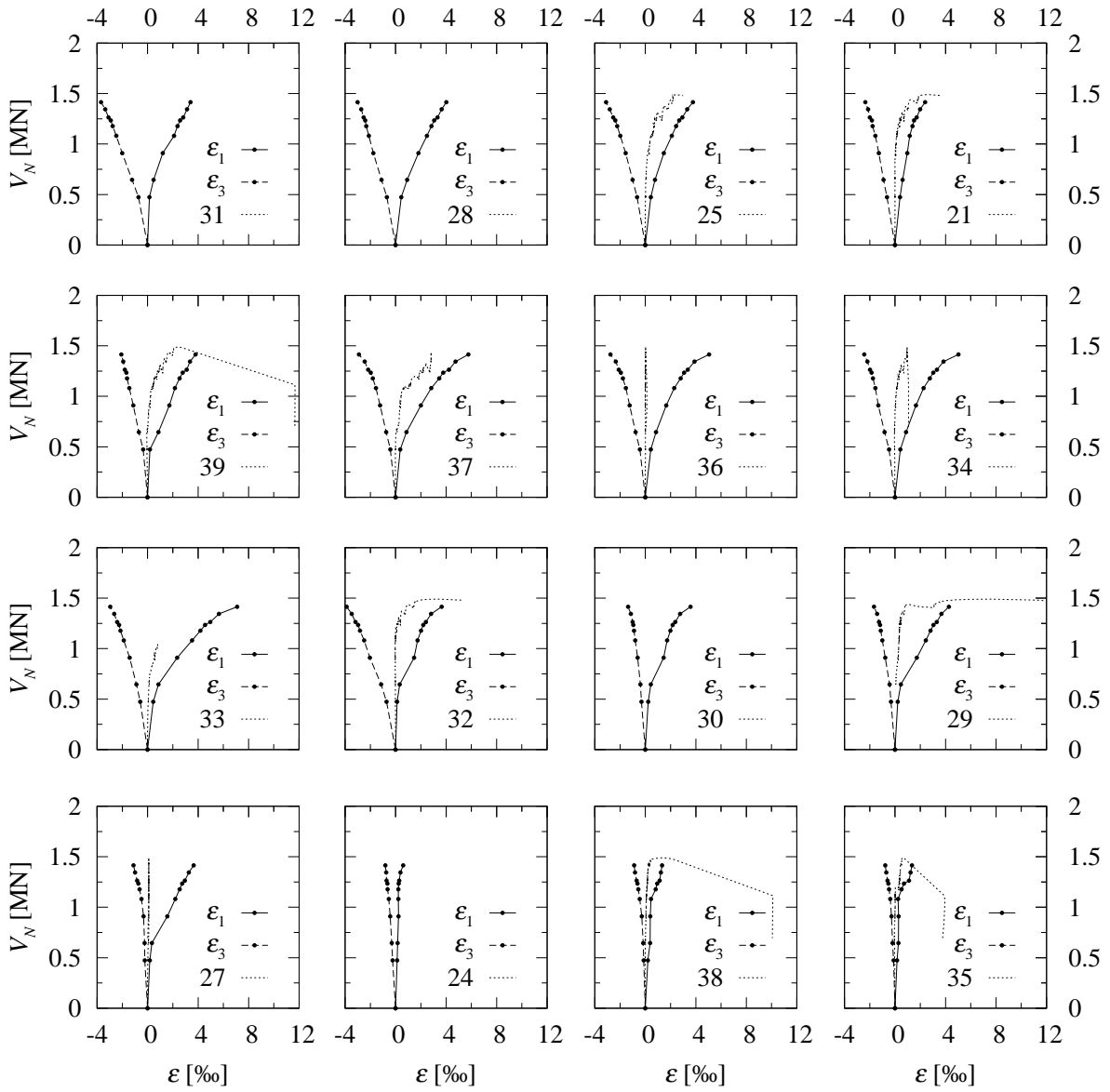


**Figure A.1: Poutres SH1 à SH5, partie Nord : fissuration et éclatement du béton lors de la rupture ; emplacement des capteurs dans la zone susceptible de rupture mesurant l'allongement local du béton de l'âme et la fissuration interne dans le plan de l'âme**

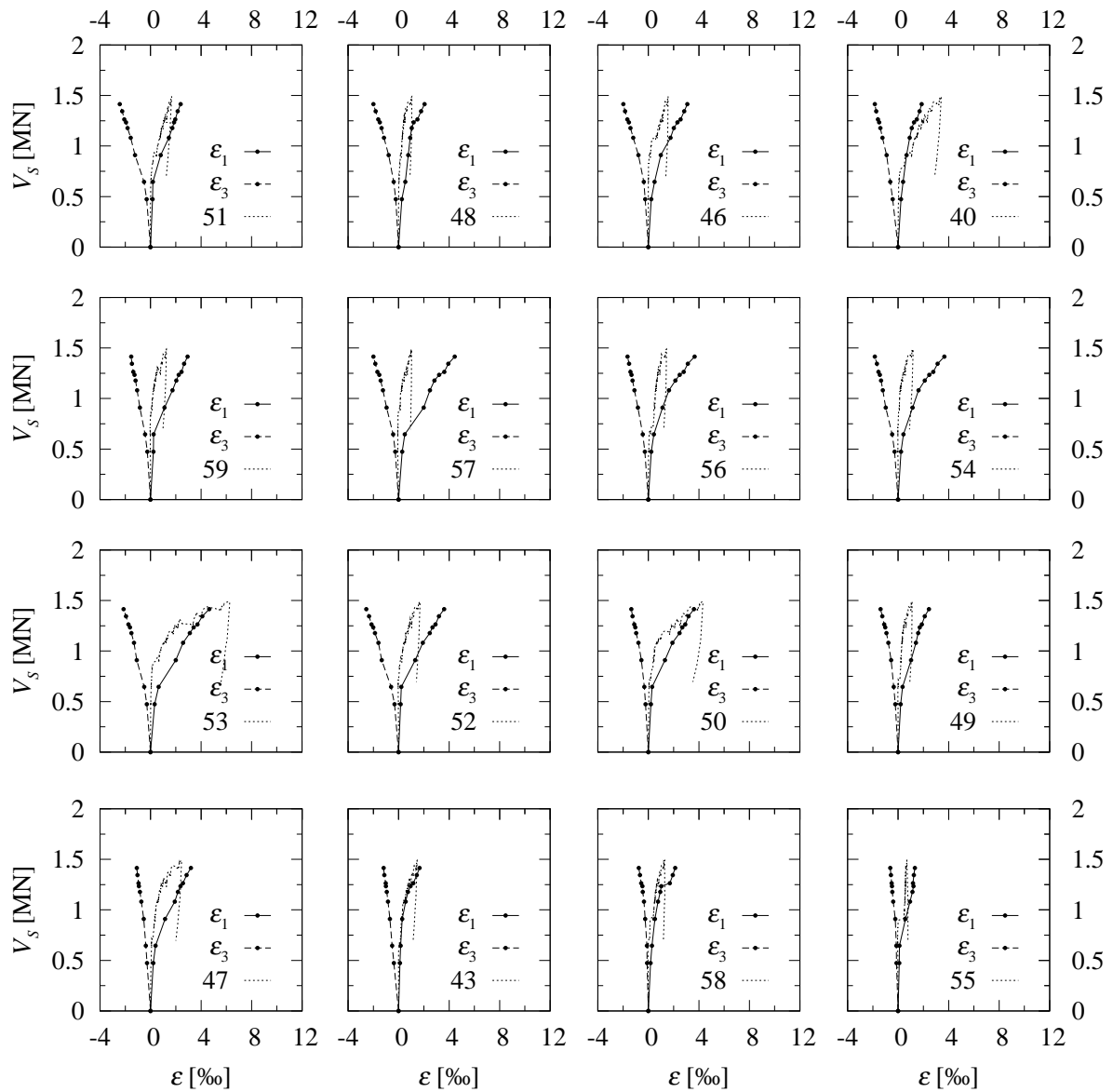




**Figure A.2: Poutres SH1 à SH5, partie Sud : fissuration et éclatement du béton lors de la rupture ; emplacement des capteurs dans la zone susceptible de rupture mesurant l'allongement local du béton de l'âme et la fissuration interne dans le plan de l'âme**



**Figure A.3: Essai SH1, partie Nord : déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  dans le plan de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) et gonflement de l'âme  $w/b_w$ , mesuré par le capteur dont le numéro du canal est indiqué dans les diagrammes**



**Figure A.4: Essai SH1, partie Sud : déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  dans le plan de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) et gonflement de l'âme  $w/b_w$ , mesuré par le capteur dont le numéro du canal est indiqué dans les diagrammes**

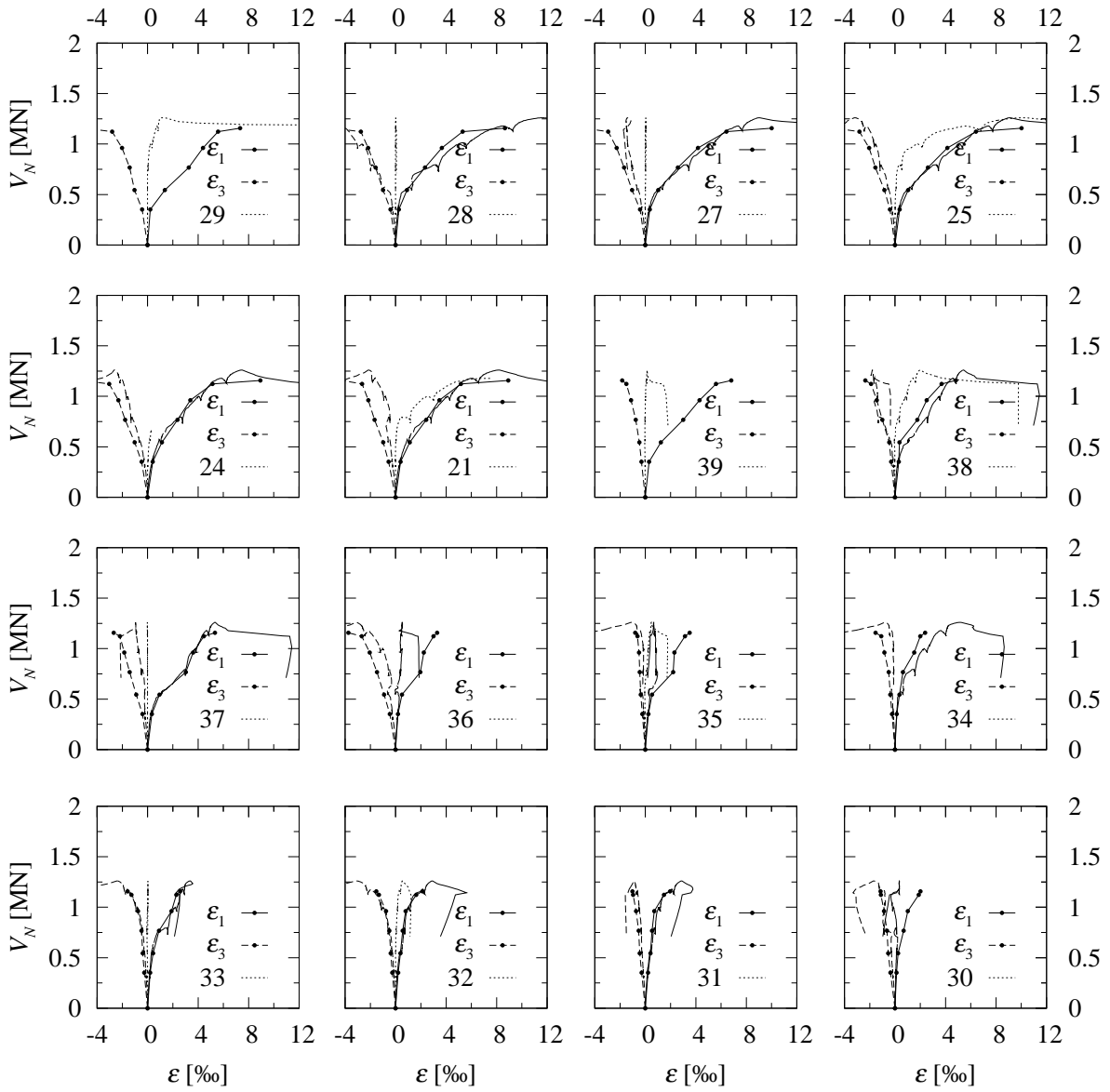
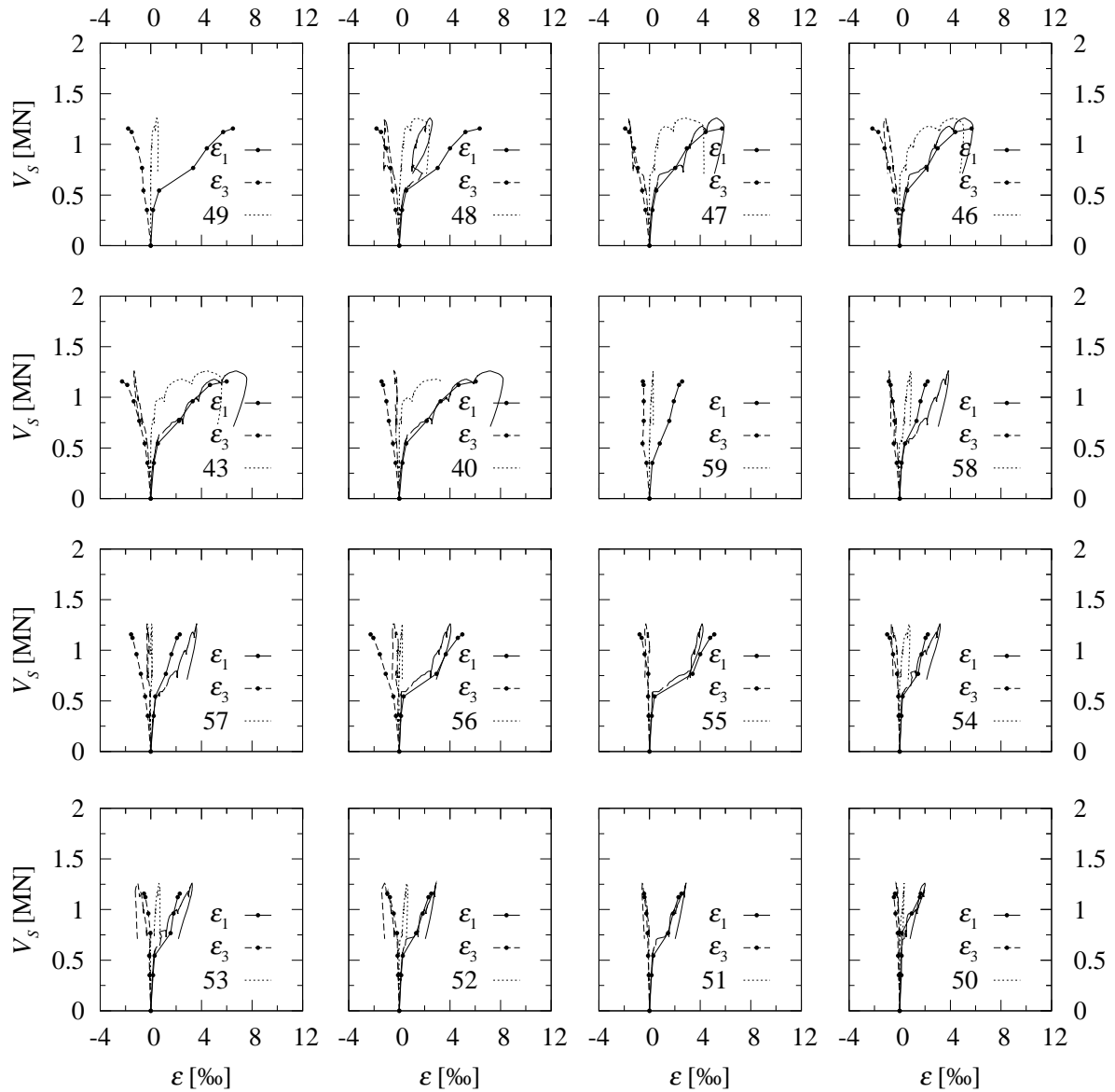
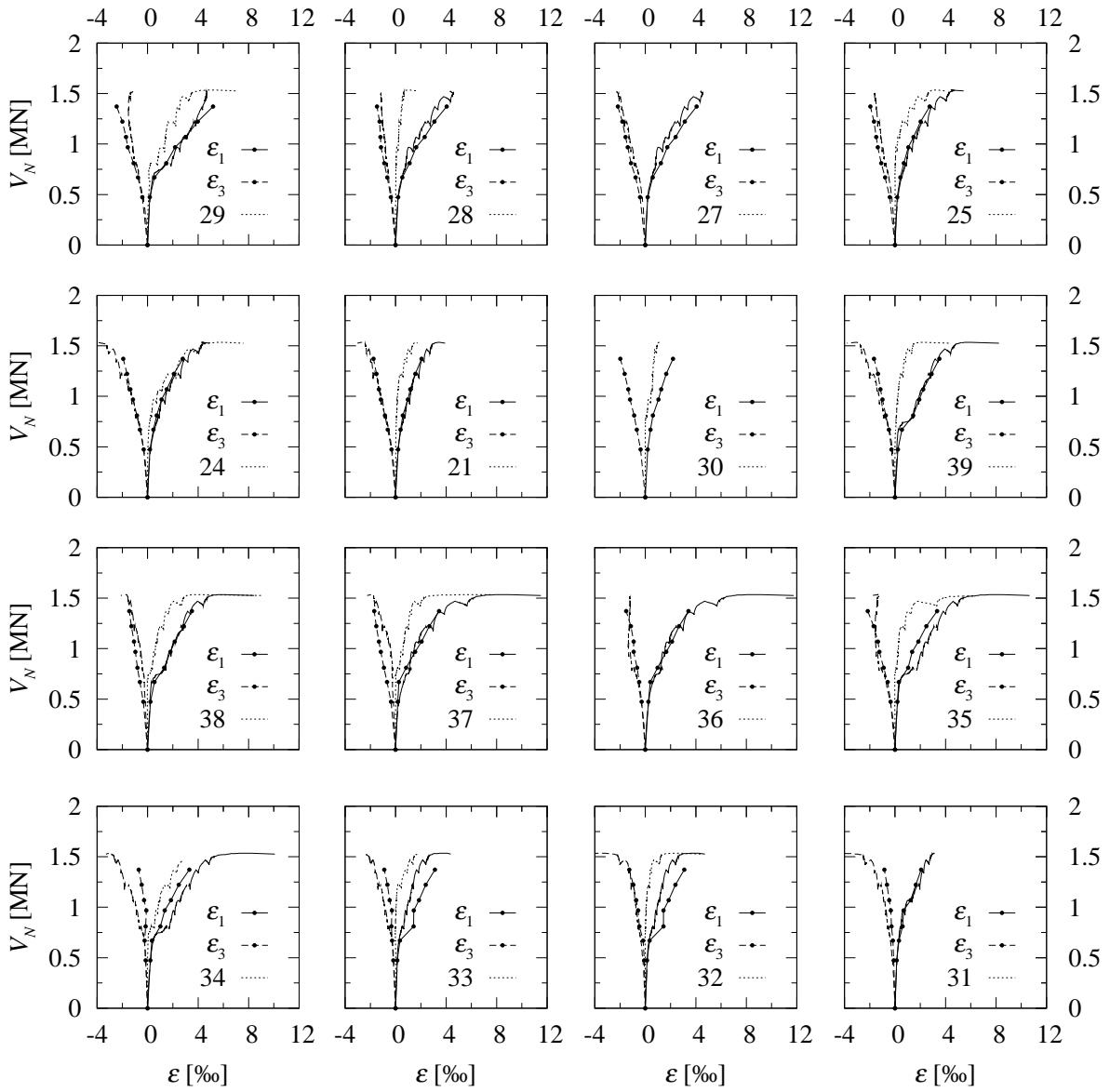


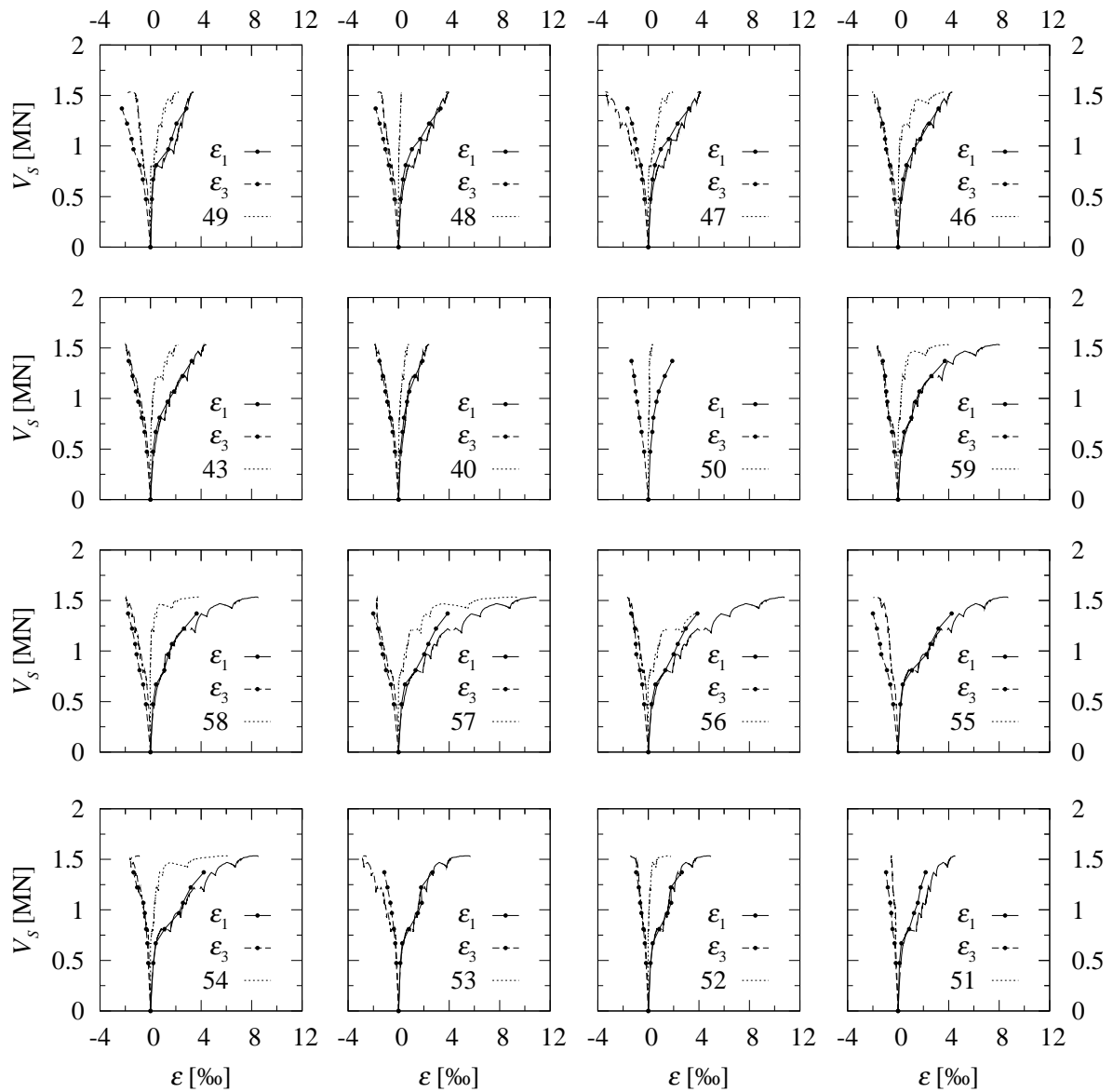
Figure A.5: Essai SH2, partie Nord : déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  dans le plan de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) et gonflement de l'âme  $w/b_w$ , mesuré par le capteur dont le numéro du canal est indiqué dans les diagrammes



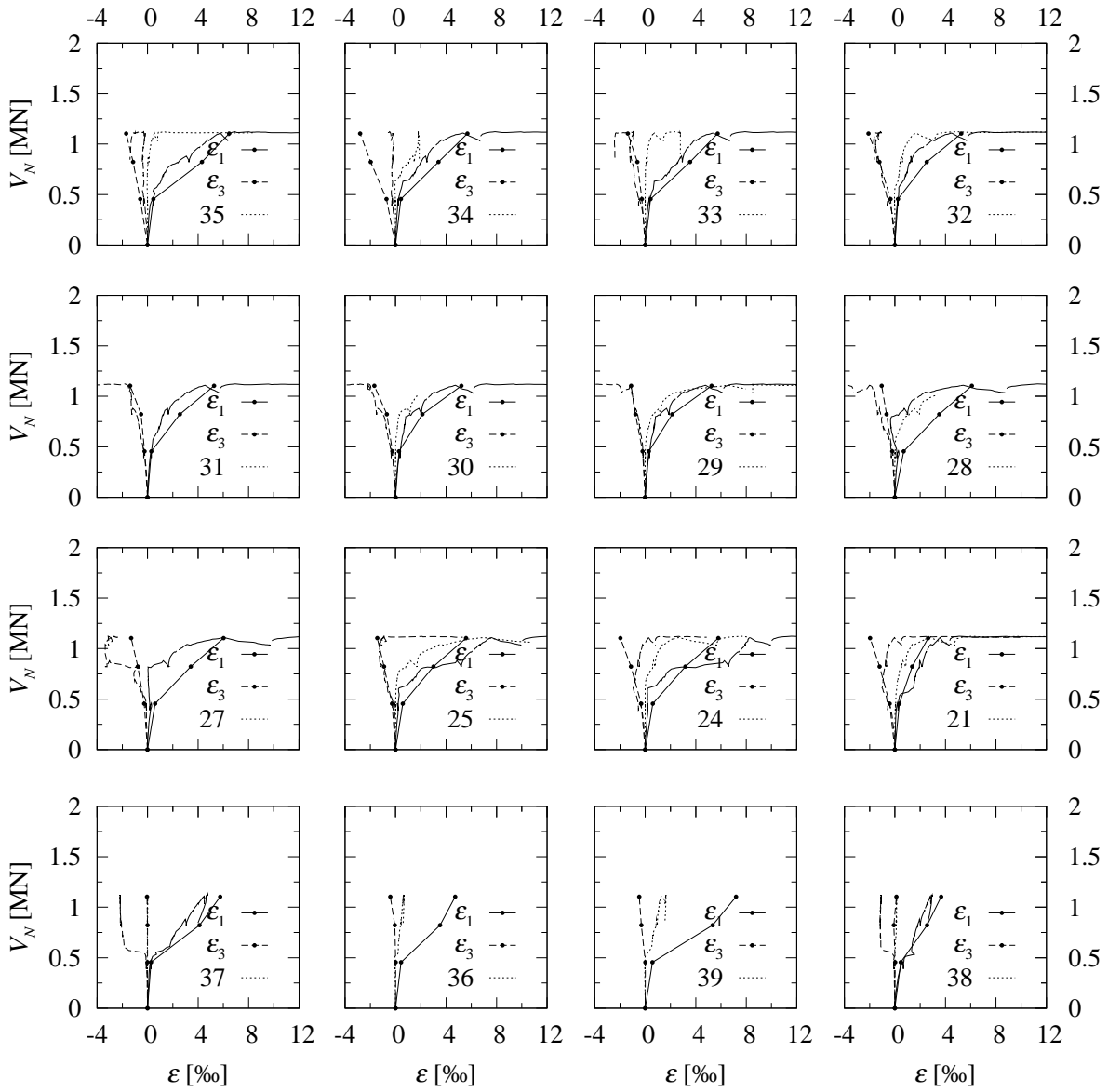
**Figure A.6: Essai SH2, partie Sud : déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  dans le plan de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) et gonflement de l'âme  $w/b_w$ , mesuré par le capteur dont le numéro du canal est indiqué dans les diagrammes**



**Figure A.7:** Essai SH3, partie Nord : déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  dans le plan de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) et gonflement de l'âme  $w/b_w$ , mesuré par le capteur dont le numéro du canal est indiqué dans les diagrammes

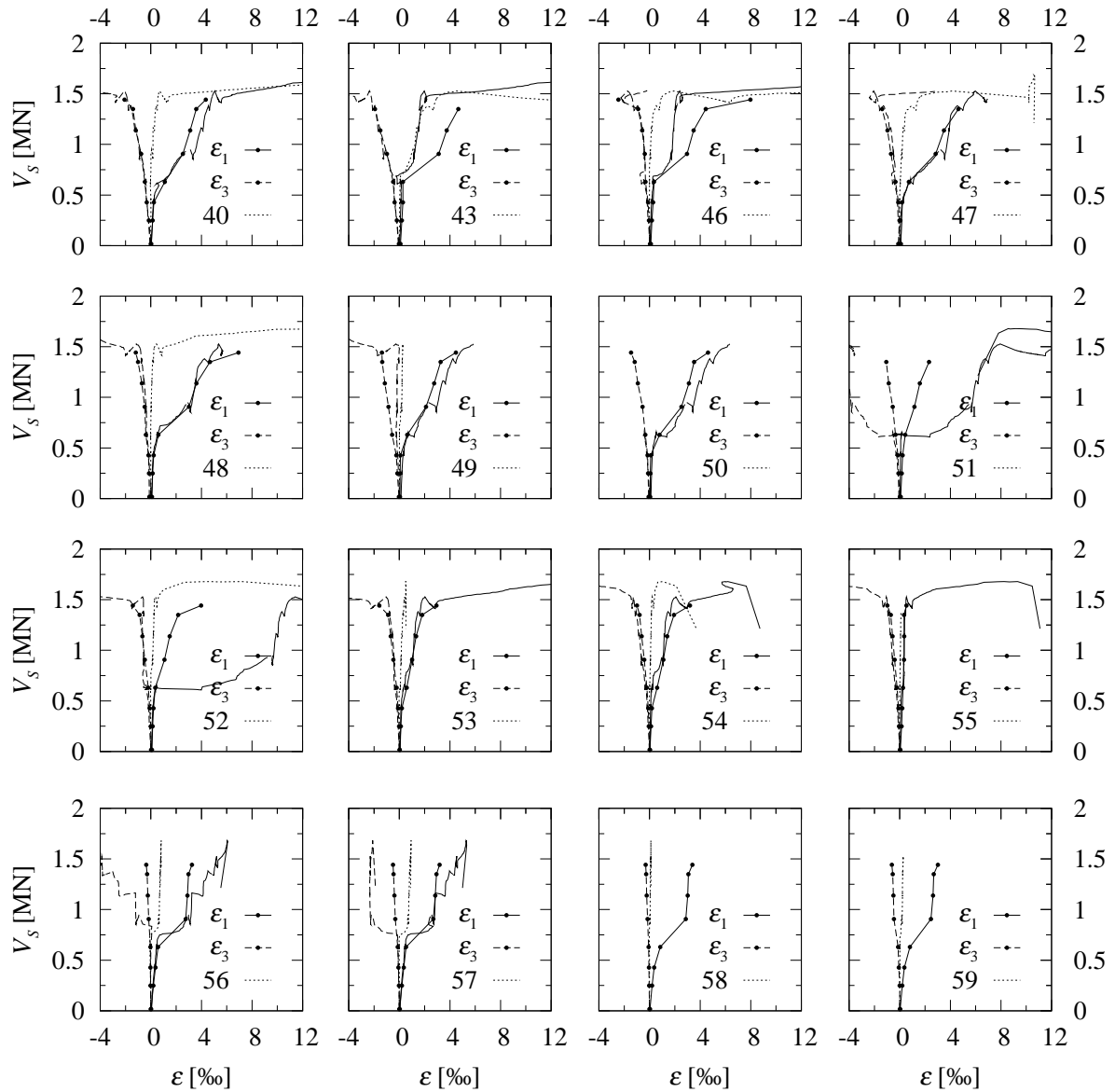


**Figure A.8: Essai SH3, partie Sud : déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  dans le plan de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) et gonflement de l'âme  $w/b_w$ , mesuré par le capteur dont le numéro du canal est indiqué dans les diagrammes**

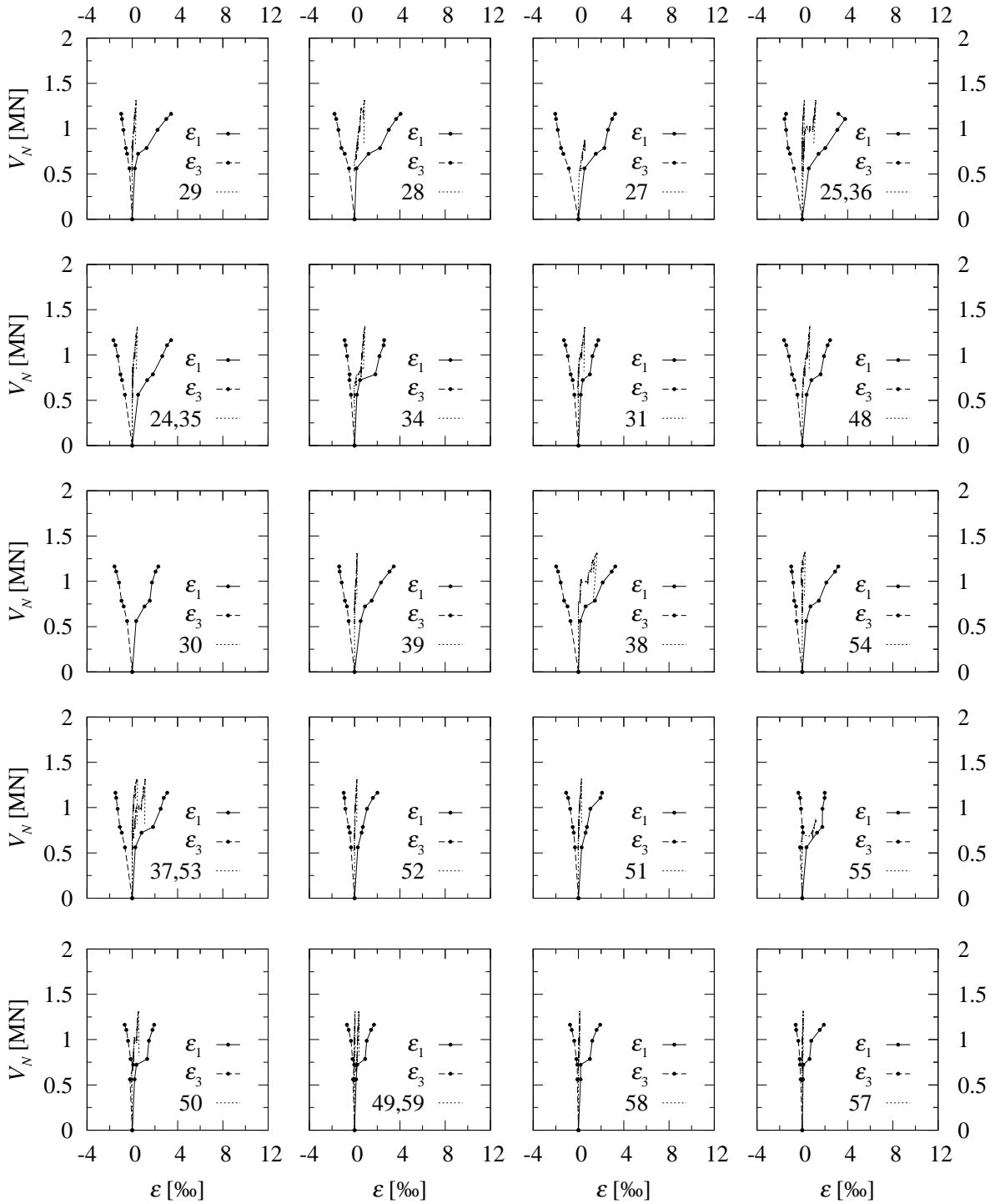


**Figure A.9: Essai SH4a : déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  dans le plan de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) et gonflement de l'âme  $w/b_w$ , mesuré par le capteur dont le numéro du canal est indiqué dans les diagrammes**





**Figure A.10: Essai SH4b : déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  dans le plan de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) et gonflement de l'âme  $w/b_w$ , mesuré par le capteur dont le numéro du canal est indiqué dans les diagrammes**



**Figure A.11: Essai SH5, partie Nord : déformations  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_3$  dans le plan de l'âme (longueur de mesure : 270 mm) et gonflement de l'âme  $w/b_w$ , mesuré par le capteur dont le numéro du canal est indiqué dans les diagrammes**

# **Prismenversuche zur Untersuchung der Spanngliedpräsenz**

## **Essais sur prisme pour l'évaluation de l'effet de la présence d'une gaine de précontrainte**



**Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne  
Institut des Structures  
Laboratoire de Construction en Béton (IS-BETON)**

**Eckart Hars  
Prof. Dr Aurelio Muttoni**

**Rapport 01.03-R2**

**Juni 2006**

**Diese Forschung ist durch das Bundesamt für Strassen ASTRA grosszügig unterstützt und finanziert worden. Die VSL International, Bern hat das Vorspannmaterial grosszügig zur Verfügung gestellt und die Injektion vorgenommen.**

# 1 Einleitung

Bei Spannbetonträgern kann die Spanngliedpräsenz im Steg zu einer inneren Rissbildung im Steg führen, die schliesslich zum Stegdruckbruch entlang des Kabels führen kann [1].

Um diesen Effekt isoliert betrachten zu können, wurden Stegscheiben oder Prismen hergestellt, die Hüllrohre enthielten und auf Druck bis zum Bruch belastet worden sind.

Im folgenden werden die Versuchsergebnisse präsentiert. Dabei ist insbesondere der bezogene Bruchwiderstand  $\eta_D$  von Interesse, der das Verhältnis der Bruchspannung  $\sigma_c$  zur Zylinderfestigkeit darstellt:

$$\eta_D = \frac{\sigma_c}{f_c} \quad (1.1)$$

Die Ziele der Versuchsserie sind:

1. Quantifizierung des Effekts  $\eta_D$  der Spanngliedpräsenz;
2. Einfluss des Hüllrohrtyps auf  $\eta_D$ : nicht injizierte Hüllrohre, injizierte Kunststoffhüllrohre und injizierte Stahlhüllrohre;
3. Vergleich Stahlhüllrohre älteren Typs mit modernen Fabrikaten;
4. Interaktion von  $\eta_D$  mit einer vorab aufgeprägten Schubrissbildung.

Die Ergebnisse dieser Versuchsreihe werden auch in [2] beschrieben.



## 2 Beschreibung der Versuche

Zwei Versuchsserien wurden an Prismen unternommen. Die erste Serie ("Laborprismen") umfasste 12 Versuchskörper, die im Versuchslabor hergestellt worden waren. Die zweite Serie ("Brückenprismen") umfasste 4 Versuchskörper gleicher Abmessung, die aus Brückenträgern eines Viadukts, das 1967 erbaut und 2003 ersetzt wurde, ausgesägt worden waren [1].

### 2.1 Laborprismen

Die erste Serie enthielt unterschiedliche Hüllrohre: leer (Versuchskörper W7 und W8), injiziertes Stahlhüllrohr (W5, und W6), injiziertes HDPE-Hüllrohr (W1, W2, W9 und W10), und ein Spannglied, das aus den Brückenträgern ausgebaut worden war (W11 und W12) (Bild 2.1 und Tabelle 2.1). Von den Prismen mit HDPE-Hüllrohr besaßen zwei ein geneigtes Hüllrohr. Zwei Referenzprismen ohne Hüllrohr (W3 und W4) wurden auch getestet.



**Bild 2.1: Hüllrohrtypen des Versuchsprogramms**

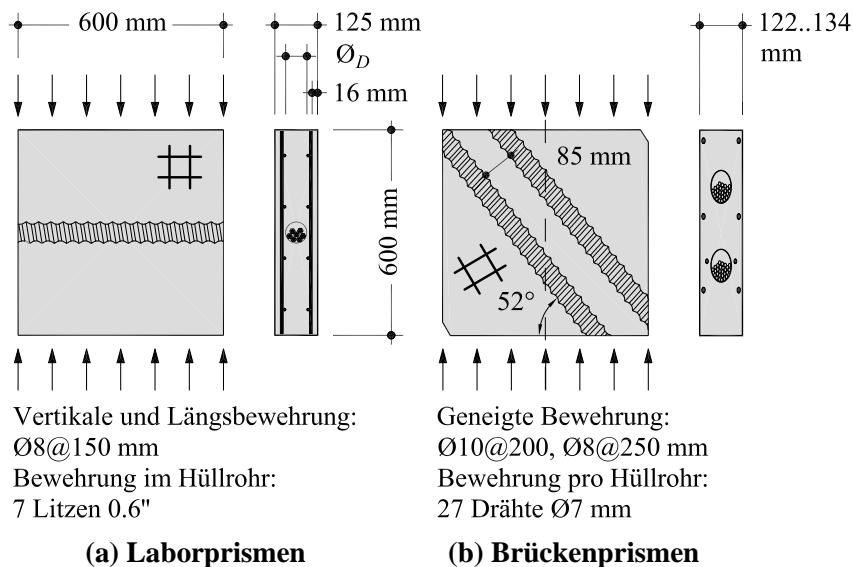
**Tabelle 2.1: Aussendurchmesser und Wanddicke der Hüllrohre**

Hüllrohrtyp	$\varnothing_D$ [mm]	$t$ [mm]
Stahl	62	0.5
Stahl 1967	60	0.5
HDPE	63	2.0

Jedes Prisma der ersten Serie hatte die Abmessungen  $h \times c \times b_w = 600 \times 600 \times 125 \text{ mm}^3$  (Bild 2.2 (a)). Sie besaßen eine ähnliche schlaaffe Bewehrung wie die Prismen der zweiten Serie (Bild 2.2 (b)). Tabelle 2.2 zeigt die gemessenen Eigenschaften der schlaffen Bewehrung der Laborprismen. Alle Laborprismen wurden liegend in einem Durchgang betoniert, wobei eine gewöhnliche Zylinderfestigkeit erreicht wurde ( $f_c \approx 36 \text{ MPa}$ ,  $E_c = 31500 \text{ MPa}$ ). Das Grösstkorn der Gesteinskörnung betrug  $D_{\max} = 16 \text{ mm}$  und der Wasser-Zementwert 0.55. Alle Laborprismen wurden im Alter von 14 bis 30 Tagen getestet. Tabelle 2.3 zeigt die gemessene

## 2 BESCHREIBUNG DER VERSUCHE

Betonfestigkeit für ein Alter von 14, 21 und 28 Tagen. Sieben 7-drähtige Litzen 0.6" wurden in die Hüllrohre eingeführt. Letztere wurden mit Injektionsmörtel mit einem Wasser-Zementwert von 0.33 drei Tage nach Betonieren injiziert, ausser den Versuchskörpern, die mit leeren Hüllrohren getestet wurden (W7 und W8). Die gemessene Festigkeit  $f_g$  des Injektionsmörtels wird in Tabelle 2.3 angegeben. Die Versuchskörper W11 und W12 enthielten aus den Brückenträgern ausgebaute, injizierte Spannglieder mit 27 Einzeldrähten  $\varnothing 7$  mm. Ziel dieser zwei Versuchskörper war es, den Einfluss der Verwendung älterer Spannglieder zu untersuchen, und um die Resultate der ersten Versuchsserie mit denen der zweiten Versuchsserie vergleichbar zu machen.



**Bild 2.2: Abmessungen und Bewehrung der getesteten Versuchskörper**

**Tabelle 2.2: Gemessene Stahleigenschaften der Laborprismen**

$f_s$ [MPa]	$f_t$ [MPa]	$f_t/f_s$ [-]	$E_s$ [MPa]
509	597	1.17	202000

**Tabelle 2.3: Gemessene Zylinderfestigkeit der Laborprismen und des Injektionsmörtels**

Alter [Tage]	$f_c$ [MPa]	$f_g$ [MPa]
14	34.7	27.0
21	36.6	28.7
28	37.3	32.2

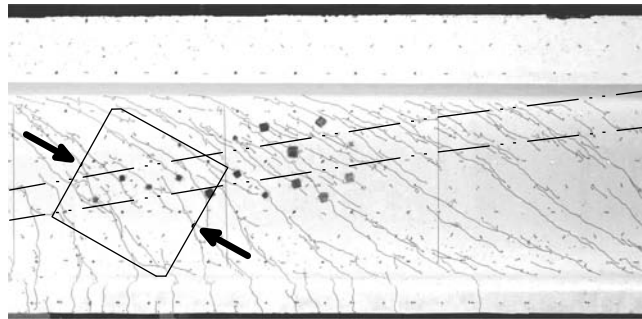


## 2.2 Brückenprismen

Die zweite Versuchsserie (Brückenprismen) bestand aus vier Prismen, die aus Brückenträgern ausgesägt worden waren.

Zwei vorgerissene Prismen enthielten jeweils zwei Spannglieder übereinander, mit einem Abstand grösser als der Hüllrohrdurchmesser (W21 und W22, Bild 2.2 (b)). Aufgrund des Schnittwinkels ergaben sich ellipsenförmige Schnitte der Spannglieder.

Zwei Referenzprismen ohne Spannglied und ohne sichtbare Risse wurden ebenfalls aus den Brückenträgern ausgesägt (W23 und W24). Die Brückenträger waren zuvor im Versuchslabor getestet und zum Schubbruch geführt worden, so dass die Prismen mit den Spanngliedern (W21 und W22) stark vorgerissen waren, wenn sie auch der Balkenhälfte entnommen worden waren, die vom Schubbruch unbetroffen blieb. Die Orientierung dieser Prismen war so gewählt worden, dass die Belastung während der Prismenversuche parallel zur Vorrissbildung verlief (Bild 2.3). Die Referenzprismen (W23 und W24) waren vertikal ausgebaut worden. Die Eigenschaften der schlaffen Bewehrung der Brückenprismen gibt Tabelle 2.4 an.



**Bild 2.3: Profilierter Balken mit I-Querschnitt mit zwei parabolischen Spanngliedern im Steg; Extraktion der Prismen und Lasttrichtung im anschliessenden Prismenversuch**

**Tabelle 2.4: Gemessene Stahleigenschaften der Brückenprismen**

Versuchskörper	$f_s$	$f_t$	$f_t/f_s$
[-]	[MPa]	[MPa]	[-]
W23	582	730	1.25
W24	624	747	1.20

Tabelle 2.5 zeigt die Hauptparameter für alle Versuchskörper, einschliesslich der geschätzten Zylinderfestigkeit am jeweiligen Versuchstag. Die Prismen wurden in einer universellen Versuchsmaschine vom Typ "Trebel Schenck" mit einer Kapazität von 10 MN getestet (Bild 2.4). Die Versuchsgeschwindigkeit betrug ca.  $0.9 \cdot 10^{-3}$  mm/s, was im linearen Bereich der Belastungskurve etwa 1.3 kN/s entsprach. Die Lasteinleitung erfolgte durch eine 10..15 mm dünne Zementmörtelschicht hoher Festigkeit, die ober- und unterhalb der Versuchskörper angebracht worden war. Pro Prisma wurden insgesamt 34 Wegaufnehmer an allen Seitenflächen des Prismas oberflächlich befestigt (Bild 2.4). Die Messlänge betrug 125 mm in vertikaler Richtung, 250 mm in horizontaler Richtung und 115 mm in transversaler Richtung, mit einem Messbereich von  $\pm 2$  mm und einer Nichtlinearität von 1 %. Die Umgebungstemperatur während der Versuche betrug ungefähr 20 °C.

**Tabelle 2.5: Getestete Prismen: Hauptparameter**

Prisma [-]	Typ [-]	$\varnothing_D$ [mm]	$\delta = \varnothing_D/b_w$ [-]	Injiziert [-]	$f_c$ [MPa]	Alter [Tage]	$\beta$ [°]
W1	HDPE	63	0.50	Ja	36.4	22	0
W2	HDPE	63	0.50	Ja	37.6	30	0
W3	-	0	0	-	36.2	21	-
W4	-	0	0	-	37.3	28	-
W5	Stahl	62	0.50	Ja	35.0	16	0
W6	Stahl	62	0.50	Ja	35.5	18	0
W7	Stahl / leer	62	0.50	Nein	36.9	25	0
W8	Stahl / leer	62	0.50	Nein	35.3	17	0
W9	HDPE	63	0.50	Ja	37.5	29	34
W10	HDPE	63	0.50	Ja	36.6	23	34
W11	Stahl 1967	60	0.48	Ja	34.4	14	0
W12	Stahl 1967	60	0.48	Ja	36.7	24	0
W21	Stahl 1967	60	0.45	Ja	53.9	36 Jahre	52
W22	Stahl 1967	60	0.45	Ja	47.2	36 Jahre	50
W23	-	0	0	-	48.0	36 Jahre	-
W24	-	0	0	-	47.2	36 Jahre	-


**(a) Frontansicht**

**(b) Seitenansicht**
**Bild 2.4: Prisma in der Versuchsmaschine mit Wegaufnehmern**

### 3 Versuchsergebnisse

Tabelle 3.1 zeigt die Bruchlast  $N_R$  sowie deren Aufteilung in den Anteil  $N_{R,s}$ , der von der parallel zur Druckbelastung verlaufenden Bewehrung übernommen wurde (mit den Dehnungsmessungen bestimmt), und den eigentlichen Anteil  $N_{R,c}$ , den der Beton übernommen hat. Letzterer wird dann durch die Gesamtfläche geteilt, was die Bruchspannung  $\sigma_c$  ergibt. Für die Prismen W21 und W22 war der Stahlanteil vernachlässigbar, da die Bewehrung diagonal zur Lastrichtung verlief und unzureichend verankert war. Die Koeffizienten  $\eta_D$  und  $\eta'_D$  sind in der Tabelle ebenfalls angegeben. Es wird  $\eta'_D = \sigma_c / \sigma_{c0}$  bezogen auf das Referenzprisma. Der Koeffizient  $\eta_D$  wird in Bild 3.1 graphisch repräsentiert.

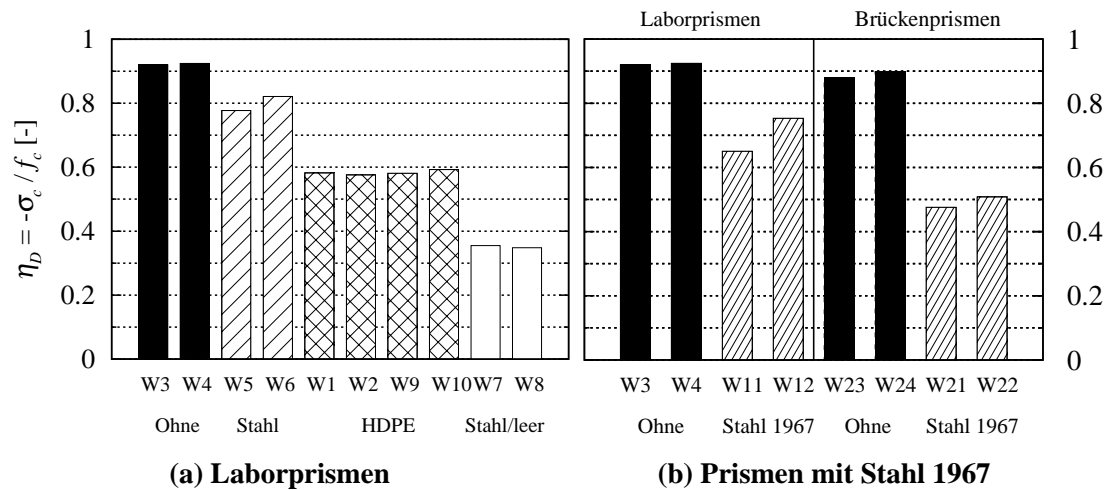
**Tabelle 3.1: Getestete Prismen: Versuchsergebnisse**

Prisma [-]	Typ [-]	$N_R$ [kN]	$N_{R,s}$ [kN]	$N_{R,c}$ [kN]	$-\sigma_c$ [MPa]	$\eta_D = -\frac{\sigma_c}{f_c}$ [-]	$\eta'_D = -\frac{\sigma_c}{\sigma_{c0}}$ [-]
W1	HDPE	1718	129	1589	21.2	0.58	0.63
W2	HDPE	1763	139	1624	21.6	0.58	0.62
W3	-	2700	203	2497	33.3	0.92	1.00
W4	-	2790	202	2588	34.5	0.92	1.00
W5	Stahl	2228	187	2040	27.2	0.78	0.84
W6	Stahl	2393	205	2188	29.2	0.82	0.89
W7	Stahl / leer	1103	120	982	13.1	0.35	0.38
W8	Stahl / leer	1013	91	921	12.3	0.35	0.38
W9	HDPE	1733	100	1633	21.8	0.58	0.63
W10	HDPE	1725	100	1625	21.7	0.59	0.64
W11	Stahl 1967	1838	161	1677	22.4	0.65	0.71
W12	Stahl 1967	2258	181	2076	27.7	0.75	0.82
W21	Stahl 1967	2066	0	2066	25.6	0.48	0.54
W22	Stahl 1967	1924	0	1924	24.0	0.51	0.57
W23	-	3200	102	3098	42.2	0.88	0.99
W24	-	3276	94	3182	42.4	0.90	1.01

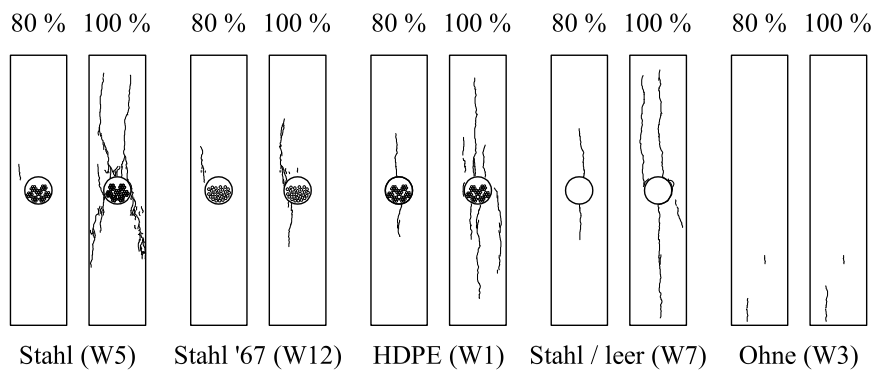
Bild 3.2 zeigt das Rissbild für 80 % und 100 % der Bruchlast für die unterschiedlichen Hüllrohrtypen der Laborprismen. Bild 3.3 zeigt die Laborprismen, und die Brückenprismen mit Hüllrohr, für den postkritischen Bereich, nach Entlastung.

Bild 3.4 zeigt die Spannungs-Vertikaldehnungsbeziehung für alle getesteten Prismen. Der erste Teil dieser Beziehung ist für alle Prismen linear, gefolgt von Steifigkeitsverlusten bis zur Bruchfestigkeit. In Bild 3.5 ist die Spannung gegen die Dickenzunahme des Prismas, gemessen auf Hüllrohrhöhe, aufgetragen. Bezogen auf die jeweilige Bruchlast ist das Verhalten für alle Prismen mit Hüllrohr vergleichbar.

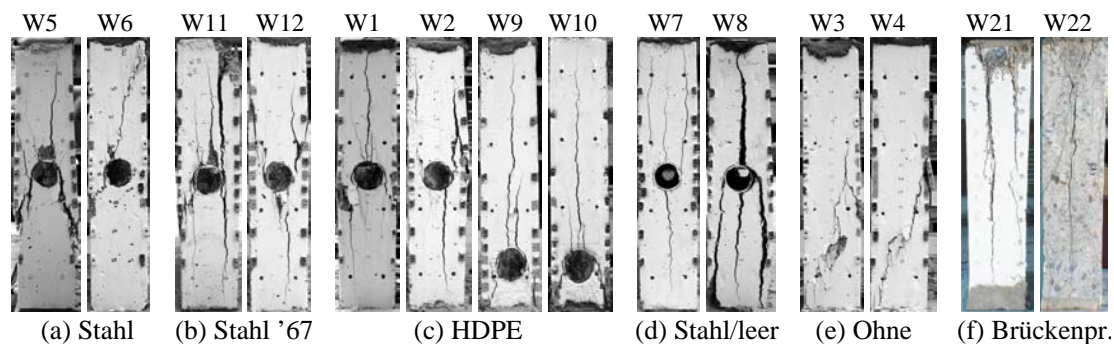
Bild 3.6 zeigt die Verteilung der Vertikaldehnung über die Höhe für ausgewählte Lastniveaus.



**Bild 3.1: Faktor  $\eta_D$  zur Beschreibung der Spanngliedpräsenz**



**Bild 3.2: Rissbild für 80 % und 100 % der Bruchlast für die unterschiedlichen Hüllrohrtypen der Laborprismen (ausgewählte Prismen)**

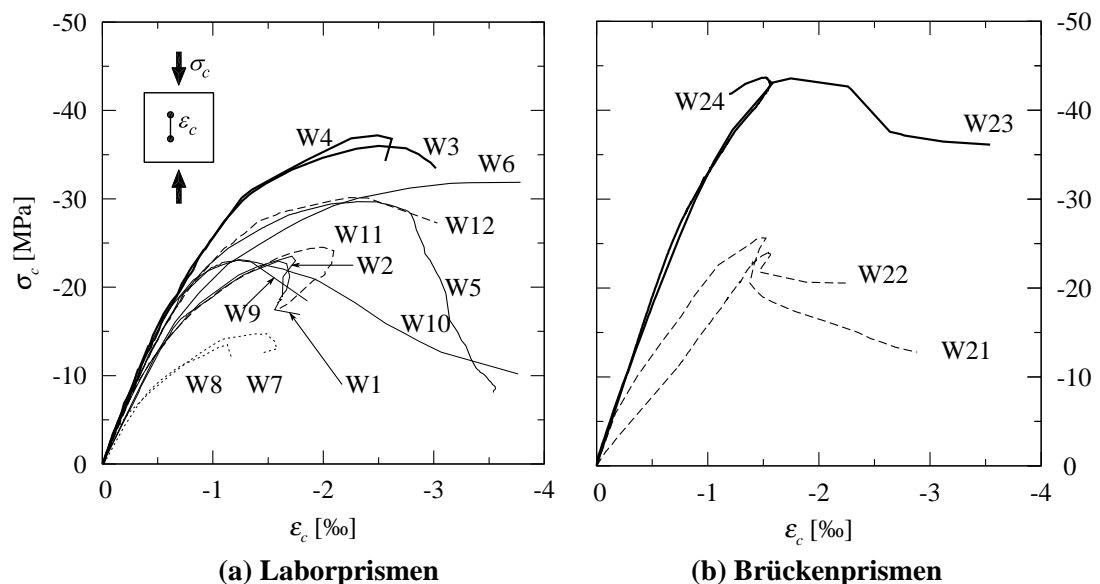


**Bild 3.3: Laborprismen und Brückenprismen für den postkritischen Bereich, nach Versuchsende (nicht gezeigt: W23 und W24); für die Laborprismen ist die schlaffe Horizontalbewehrung eingezeichnet**

### 3.1 Ergebnisse der Laborprismen

Die zwei massiven Prismen (W3 und W4) erreichten die höchste Bruchlast, die 92 % der Zylinderfestigkeit  $f_c$  am Versuchstag entsprach. Diese Reduktion ist auf die Schlankheit ( $h/b_w =$

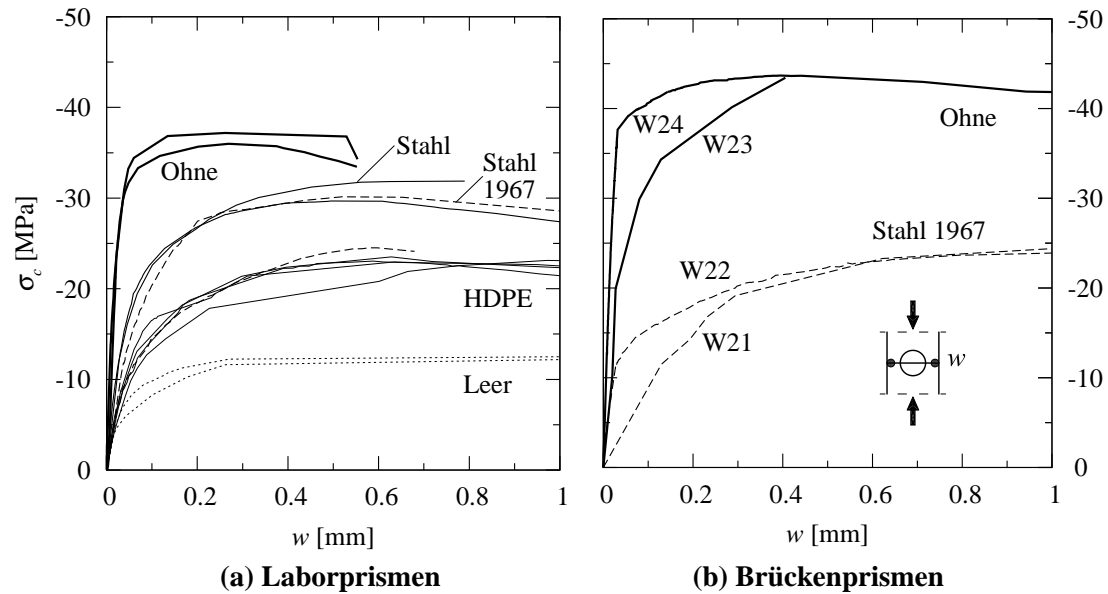
4.8) der Prismen zurückzuführen, und zeigt, dass die Lasteinleitung keinen laststeigernden Einfluss hatte. Schlankheitseffekte dürften bei den Prismen mit Hüllrohr eine untergeordnete Rolle spielen, da die Bruchspannung geringer ist. Die beiden Prismen mit leeren Hüllrohren (W7 und W8) erreichten mit  $35\% f_c$  den geringsten Wert. Die grösste Festigkeit wurde für die Prismen mit injizierten Stahlhüllrohren erreicht (W5 und W6; im Mittel  $80\% f_c$ ), während die Prismen mit injizierten HDPE-Hüllrohren nur  $58\% f_c$  erzielten. Der Einfluss der Neigung  $\beta$  des Hüllrohrs war vernachlässigbar (W1 und W2:  $58\% f_c$ , W9 und W10 mit  $\beta = 34^\circ$ :  $59\% f_c$ ). Schliesslich erreichte eines der Prismen mit dem aus dem Brückenträger ausgebauten Spannglied (W11) eine deutlich geringere Festigkeit ( $65\% f_c$ ) als die Prismen mit gewöhnlichem Stahlhüllrohr (W5 und W6). In diesem Fall hatten sich bei Bruch Spaltrisse im Injektionsmörtel zwischen den Einzeldrähten gebildet, die beim zweiten Prisma dieses Typs ausblieben, welches eine Festigkeit erreichte, die mit den Prismen mit gewöhnlichem Stahlrohr vergleichbar war (W12:  $75\% f_c$ ). Spaltrisse waren bei mehreren Prismen mit HDPE-Hüllrohren festzustellen.



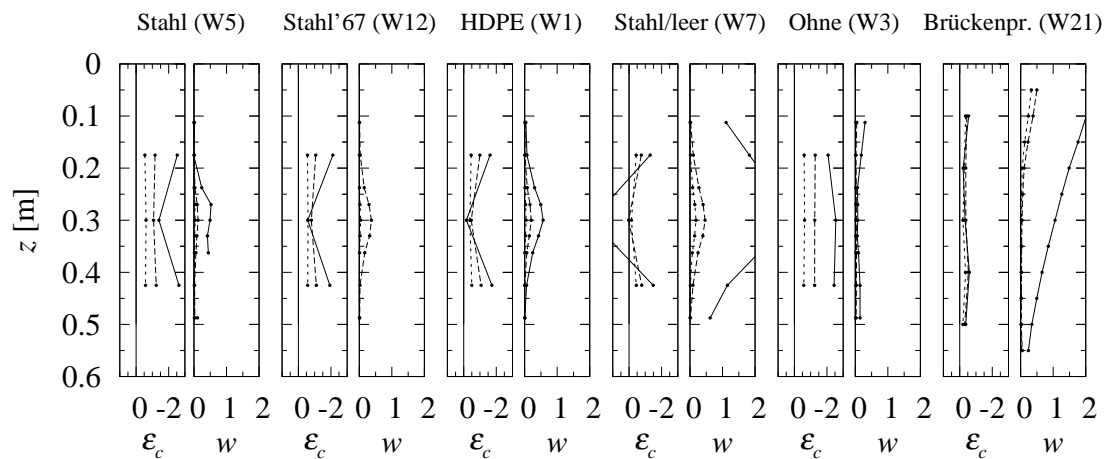
**Bild 3.4: Gemittelte vertikale Druckspannung, aufgetragen gegen die gemittelten vertikalen Stauchungen**

Die Messung der Querdehnung auf Höhe des Spannglieds gibt Aufschluss über die Rissbildung parallel zur Ebene, obwohl die meisten Risse noch bei hohen Lastniveaus fürs blosse Auge unsichtbar bleiben (Bild 3.2). Wie Bild 3.5 (a) zeigt, war die Querdehnung der Prismen ohne Hüllrohr bis in hohe Lastniveaus tatsächlich gering, und vor allem durch die Poissonzahl  $\nu$  bedingt. Bei Prismen mit Hüllrohr begann die Querdehnung dagegen schon bei geringer Belastung deutlich zuzunehmen, und betrug bei  $80\%$  der Bruchlast etwa  $0.15\text{--}0.30\text{ mm}$ . Das Verhalten von Prismen mit HDPE-Hüllrohren unterscheidet sich deutlich von dem mit Stahlhüllrohren. Bei gleichem absoluten Lastniveau entwickelten erstere deutlich früher innere Risse.

Erst kurz vor Erreichen der Bruchlast wurden diese Spaltrisse auf den Seitenflächen der Prismen sichtbar (Bild 3.2). Bei der Bruchlast waren die Prismen beinahe entzwei gespalten. Auf den Frontflächen wurden vor der Bruchlast keine Risse beobachtet, mit Ausnahme der Prismen mit leerem Hüllrohr, wo sich bei etwa  $70\%$  der Bruchlast Risse parallel zum Hüllrohr bildeten. Bild 3.6 zeigt die Verteilung der Querdehnung über die Höhe für ausgewählte Lastniveaus.



**Bild 3.5: Gemittelte vertikale Druckspannung, aufgetragen gegen die Dickenzunahme des Prismas in Querrichtung auf Höhe des Spannglieds**



**Bild 3.6: Verteilung der Vertikaldehnung  $\varepsilon_c$  [%] und der Dickenzunahme  $w$  [mm] über die Prismenhöhe  $z$  für die verschiedenen Hüllrohrtypen (ausgewählte Prismen); für 50, 80 und 100 % der Bruchlast**

### 3.2 Ergebnisse der Brückenprismen

Das Verhalten der Brückenprismen war dem der Laborprismen ähnlich. Die zwei Prismen ohne Hüllrohre (W23 und W24) erreichten im Mittel 89 %  $f_c$ . Die zwei vorgerissenen Prismen mit Spanngliedern (W21 und W22) erzielten im Mittel nur 50 %  $f_c$ , deutlich weniger als die Laborprismen mit injizierten Hüllrohren aus Stahl. Diese Reduktion rührt wahrscheinlich von der Querdehnung her, die während des vorangegangenen Balkenversuchs eingetragen wurde. Eine Multiplizierung der Effekte aus dem Verzerrungszustand (Schubrissbildung) und der Spanngliedpräsenz  $\eta_D$  scheint angebracht.

## 4 Zusammenfassung und Folgerungen

Der Bruchwiderstand auf Druck von Prismen mit Hüllrohren wurde anhand von 16 Prismen untersucht.

Der Bruch tritt ein durch innere Rissbildung, die sich bei Bruch über den Grossteil der Prismenhöhe erstreckt.

Der Effekt der Spanngliedpräsenz  $\eta_D$  wurde für ein Verhältnis Hüllrohrdurchmesser zu Stegdicke von etwa 0.5 untersucht. Er setzt den Bruchwiderstand deutlich herab. Die relativ glatte Hüllrohroberfläche begünstigt die innere Rissbildung im umgebenden Beton.

Für injizierte Hüllrohre aus Stahl fällt die Abminderung mit etwa 25 % gegenüber der Zylinderdruckfestigkeit am geringsten aus. Für injizierte Hüllrohre aus Kunststoff ist sie deutlich höher und beträgt etwa 40 %. Bei leeren Hüllrohren ist die Abminderung mit 65 % am grössten.

Injizierte Stahlhüllrohre älteren Typs führen zu einer nur unwesentlich geringeren effektiven Festigkeit als moderne Fabrikate.

Der Bruchwiderstand von zwei Prismen mit einer vorab aufgeprägten Schubrissbildung deutet auf eine Multiplikativität der Effekte aus Verzerrungszustand (Schubrissbildung) und Spanngliedpräsenz  $\eta_D$  hin.





# Literaturverzeichnis

- [1] Hars, E. und Muttoni, A., *Essais à l'effort tranchant sur des poutres précontraintes à âme mince - Schubversuche an Spannbetonträgern mit dünnem Steg*, Bericht Vol. 01.03-R1, IS-BETON, EPFL, 108p., Lausanne, Schweiz, Apr. 2006.
- [2] Muttoni, A., Burdet, O.L., Hars, E., *Effect of Duct Type on the Shear Strength of Thin Webs*, ACI Structural Journal, Farmington Hills, USA, zur Veröffentlichung akzeptiert.



Eckart HARS  
Rue du Four 4  
1400 Yverdon  
+41 24 420 12 51  
+41 76 222 71 39

2. Oktober 1974  
Ledig  
Deutsche Staatsangehörigkeit  
eckart.hars@gmail.com  
<http://is-beton.epfl.ch/Person/Hars/>



## **Erworbene Titel**

2001	Preis der Hamburger Bauindustrie für die beste Diplomarbeit im Tragwerksbereich
2000	Diplomingenieur der Technischen Universität Hamburg-Harburg (TUHH), Bereich Bauingenieurwesen/Umwelttechnik
1997-2000	Aufnahme nach Wettbewerb in die Stiftung der deutschen Wirtschaft; Stipendiat
1996	Preis der Hamburger Bauindustrie für das beste Vordiplom im Bereich Bauingenieurwesen
1994	Allgemeine Hochschulreife

## **Berufliche Erfahrung**

2000-2006	Assistent / Doktorand am Lehrstuhl für Massivbau IS-BETON, an der Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), unter der Leitung von Prof. Dr. A. Muttoni Mandat zur Schubtragfähigkeit von vorgespannten Brückenträgern Mandat zum Verbundverhalten von Stahlbeton Forschungsstipendium des Eidgenössischen Amts für Strassenbau (ASTRA) Dissertation zur Schubtragfähigkeit von Stahl- und Spannbetonträgern Konzeption, Leitung und Durchführung von Grossversuchen an Brückenträgern im Massstab 1:1 Lehre im Tragwerksbereich
1999-2000	Diplomarbeit « Tissus en fibres de carbone comme armatures collées (Karbonfasergewebe als Klebarmierung) », am Lehrstuhl für Bauwerkserhaltung und Bauwerkssicherheit (MCS), EPFL, unter der Leitung von Prof. Dr. E. Brühwiler
1997	TUHH, Hamburg: Lehre im Bereich der Technischen Mechanik (sechs Monate)
1997	Strabag AG, Hamburg: Praktikum in der Projektleitung (sechs Wochen)
1994	Strabag AG, Hamburg: Praktikum im Hochbau (drei Monate)

## **Ausbildung**

2005	Fortbildung für Verbundbrücken; SIA
2005	Fortbildung für Sichtbeton; Holcim
2004	Fortbildung für die Dauerhaftigkeit von Betonbauwerken; Holcim
2003	Einführung in die neue Normengeneration für Tragwerke Swisscodes; SIA
2002	Fortbildung für das Statik-Computerprogramm Cubus; Cubus AG
2002	Fortbildung zur Qualitätssicherung von Frischbeton; Technische Forschung und Beratung für Zement und Beton (TFB)
10/94-03/00	Studium Bauingenieurwesen und Umwelttechnik an der TUHH, Hamburg ; Vertiefungsfächer : Massivbau, Stahlbau und Tragwerkslehre
10/96-06/97	Auslandsstudium an der EPFL; Stipendiat der Robert-Koch-Stiftung